Conventions et notations

Concernant les notations utilisées dans cet exposé, nous avons adopté les conventions suivantes :

- Les vecteurs et tenseurs sont notés en caractères gras. Ces derniers sont surlignés d'une double ligne pour éviter toute confusion (ex : $\overline{\overline{\mathbf{a}}}$). Sur les figures, toutefois, les vecteurs seront repérés par une flèche (ex : $\vec{a}$).
- Les indices "$\|$" (resp. "$\perp$") désignent la composante d'un vecteur parallèle (resp. perpendiculaire) au champ magnétique de confinement $\mathbf{B}_0$.
- Sauf mention contraire, on utilise le système d'unités C.G.S.
- Suivant un abus de langage très courant, la quantité T_e (ou T_i) sera désignée par "température". Il s'agit en réalité de l'énergie thermique et l'unité utilisée sera généralement le keV.
- Dans l'espace des impulsions, il est possible de décomposer un vecteur selon les directions parallèle et perpendiculaire au champ magnétique de confinement. Ainsi, on écrit $\mathbf{p} = p_\| \hat{\mathbf{e}}_\| + p_\perp \hat{\mathbf{e}}_\perp$. Dans la littérature, l'angle $\theta \equiv \arccos(p_\|/p)$ est désigné par "pitch angle". Afin de s'affranchir de cet anglicisme, le terme utilisé dans cet exposé sera "angle d'attaque".

Grandeurs utiles

Le lecteur trouvera les définitions des différentes quantité utilisées dans l'exposé au fur et à mesure de leur apparition. Afin de faciliter une lecture non linéaire du manuscrit, ces définitions sont rappelées dans le tableau suivant :

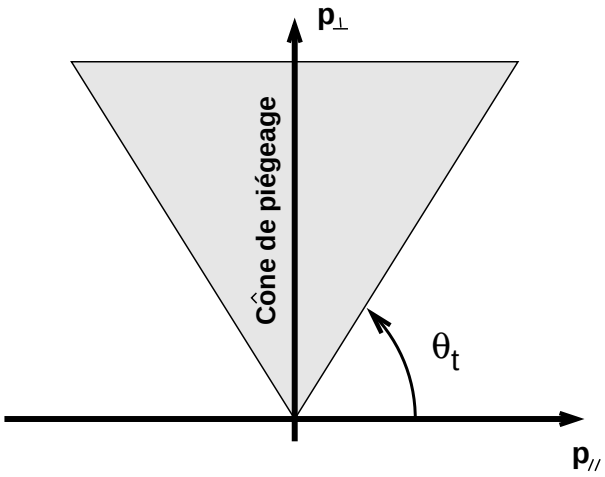
m_e	Masse de l'électron au repos
$-e$	Charge de l'électron
c	Célérité de la lumière
γ	Facteur relativiste
z^*	Complexe conjugué de z
$\Re(z), \Im(z)$	Partie réelle, imaginaire de z
$\overline{\overline{\mathbf{A}}}^\dagger$	Adjoint du tenseur $\overline{\overline{\mathbf{A}}}$
$\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{x}$	Vecteur élémentaire dans la direction x
$\mathbf{p}$	Quantité de mouvement
$\mathbf{v}$	Vitesse
ε	Energie

R_0	Grand rayon du plasma*
a_0	Petit rayon du plasma*
R	Distance à l'axe de symétrie de la machine*
r	Distance au centre magnétique du plasma*
φ	Angle toroïdal*
χ_p	Angle poloïdal*
θ	Angle d'attaque*
θ_t	Angle de piégeage*
$\mathbf{B}_0$	Champ magnétique de confinement*
$\mathbf{B}_\varphi$, $\mathbf{B}_\chi$	Champ magnétique toroïdal, poloïdal
n_e, T_e	Densité, température électronique
Z_i	Charge des ions majoritaires du plasma
Z_{eff}	Charge effective du plasma
$\hat{Z} \equiv (Z_i + 1)/2$	Moyenne des nombres de charges ionique et électronique
$\ln(\Lambda)$	Logarithme coulombien
ν_e	Fréquence de collision électron-ion
I_p, I_{cd}, I_{bs}	Courant plasma, non inductif, de bootstrap
P_{lh}	Puissance de l'onde hybride basse
P_{ec}	Puissance de l'onde cyclotronique électronique
$E_\parallel$	Champ électrique parallèle
V_{loop}	Tension par tour
q	Facteur de sécurité
q_0, q_a, q_{min}	Valeur du facteur de sécurité au centre, au bord, minimale
$s_m \equiv (r/q)(dq/dr)$	Cisaillement magnétique
β_p	Beta poloïdal
l_i	Inductance interne
$\mathbf{v}_{th}$	Vitesse thermique électronique
$\mathbf{u} \equiv \mathbf{p}/m_e v_{th}$	Impulsion normalisée à l'impulsion thermique
$\mathbf{w} \equiv \mathbf{p}/m_e c$	Impulsion normalisée à $m_e c$
$f_{lh} = \omega_{lh}/2\pi$	Fréquence hybride basse
$f_{ce} = \omega_{ce}/2\pi$	Fréquence cyclotronique électronique
$n_\parallel \equiv ck_\parallel/\omega$	Indice de réfraction parallèle
$\mathbf{k}$	Vecteur d'onde*
α	Angle normal*
ϕ_t	Angle toroïdal d'injection de l'onde cyclotronique électronique*
θ_p	Angle poloïdal d'injection de l'onde cyclotronique électronique*
τ_{ce}, τ_b	Période du mouvement cyclotronique, du mouvement de rebond
ϕ_{ce}, ϕ_b	Phase du mouvement cyclotronique, du mouvement de rebond
τ_c	Temps caractéristique des collisions coulombiennes
τ_{ql}	Temps caractéristique de la diffusion quasilinéaire
f_m	Fonction de distribution maxwellienne
$F_\parallel, T_\perp$	Fonction de distribution parallèle, température perpendiculaire
χ	Fonction de réponse

*Voir figures ci-dessous

Géométrie

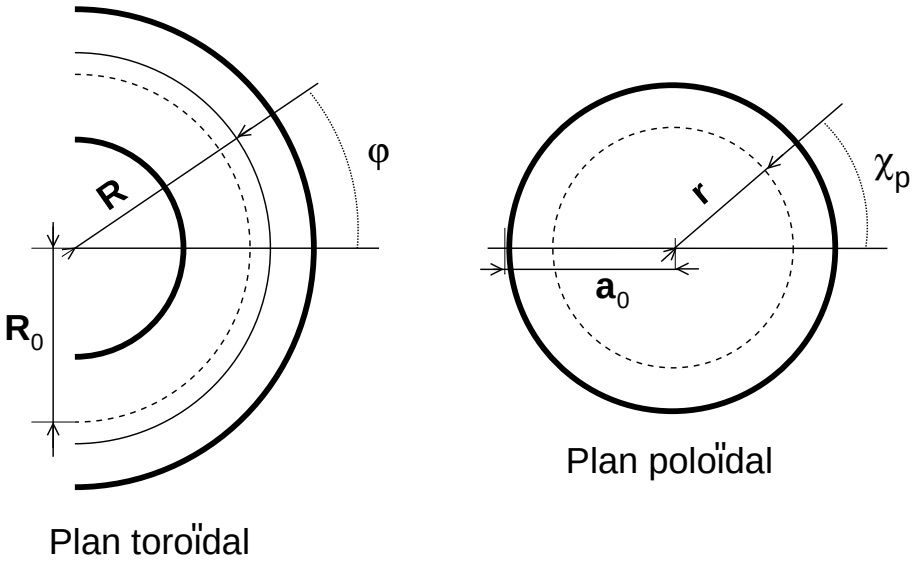
Espace des impulsions



Soit un point $M(p_\parallel, p_\perp)$ de l'espace des impulsions. On définit l'*angle d'attaque* par $\theta \equiv \arccos(\mu)$ avec $\mu \equiv p_\parallel / \sqrt{p_\parallel^2 + p_\perp^2}$. Sur la figure, l'angle de piégeage est noté θ_t.

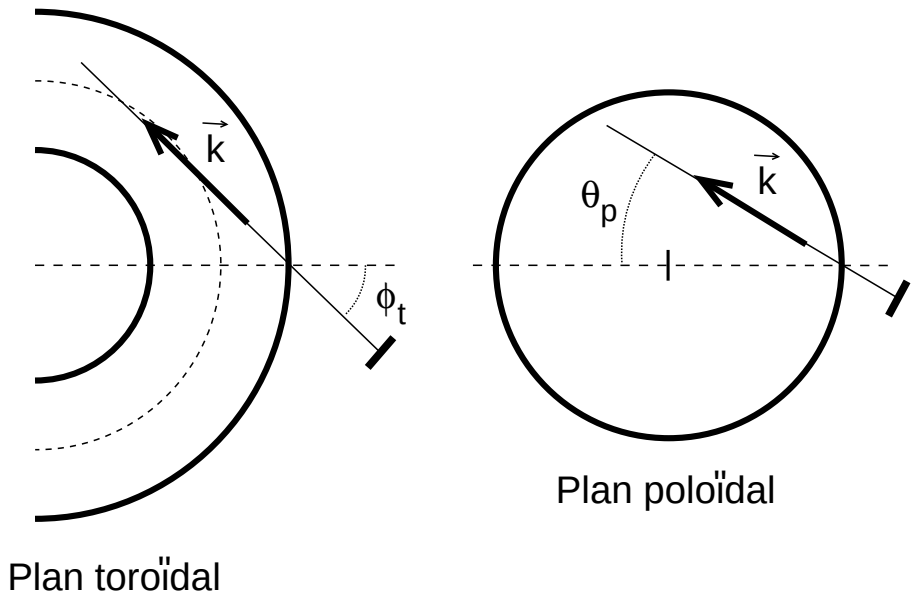
Espace des configurations

Sauf mention contraire, on adoptera les notations suivantes pour repérer un point donné du plasma



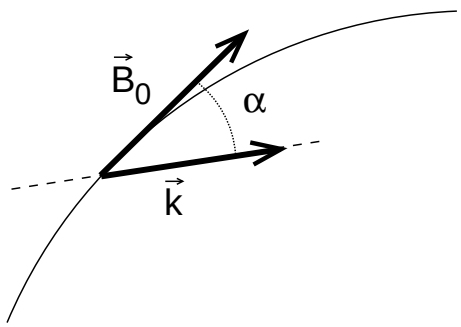
R_0 est le *grand rayon*, a_0 le *petit rayon*, φ l'*angle toroïdal* et χ_p l'*angle poloïdal*.

Injection de l'onde cyclotronique électronique



L'onde est supposée envoyée avec l'*angle toroïdal d'injection* ϕ_t et l'*angle poloïdal d'injection* θ_p. Cette description des paramètres géométriques des paramètres de l'onde est suffisante pour les applications discutées dans cet exposé ($\mathbf{k}$ est le vecteur d'onde).

Angle normal



L'*angle normal* est l'angle entre les directions du champ magnétique de confinement local ($\mathbf{B}_0$) et du vecteur d'onde ($\mathbf{k}$).

Table des matières

Préambule **1**

1 Introduction générale **5**
1.1 Réactions nucléaires 5
1.2 Plasma de fusion 6
1.3 Confinement magnétique et tokamak 6
1.4 Champ magnétique dans un tokamak 7
1.5 Transport électronique 8
1.6 Chauffage et génération de courant 9
1.7 Electrons piégés et courant de bootstrap 10
1.8 Les ondes cyclotroniques électroniques 11

2 ECRH et ECCD **13**
2.1 Chauffage électronique et génération de courant 14
2.1.1 Génération de courant par électrons rapides 15
2.1.2 Equation de Fokker-Planck - Approximation quasilinéaire 16
2.1.3 Opérateur de collisions linéarisé à haute vitesse 20
2.1.4 Equations de Langevin 21
2.2 Ondes cyclotroniques électroniques dans un plasma 25
2.2.1 Aspect propagatif 25
2.2.2 Absorption des ondes 30
2.2.3 Accessibilité dans un tokamak 35
2.2.4 Approximation WKB et tracé de rayons 37
2.3 Chauffage et génération de courant par ondes cyclotroniques électroniques . 42
2.3.1 Mécanisme de base 42
2.3.2 Coefficient de diffusion quasilinéaire 44
2.3.3 Effets toroïdaux 45
2.3.4 Efficacité de génération de courant 48
2.4 Conclusion 52

3 Polarisation des ondes cyclotroniques électroniques **55**
3.1 Introduction 55
3.2 Cadre de l'étude 56
3.2.1 Formalisme des équations de modes couplés 57
3.2.2 Calcul perturbatif des modes couplés 60

3.2.3 Aspect géométrique 61
3.3 Effets du cisaillement magnétique sur la polarisation 63
3.3.1 Matrice de couplage 63
3.3.2 Calcul de la dépolarisation 66
3.3.3 Ellipse de polarisation 68
3.4 Effets de température finie sur la polarisation 70
3.4.1 Matrice de couplage 70
3.4.2 Calcul de la dépolarisation 72
3.4.3 Ellipse de polarisation 78
3.4.4 Cas particulier : dépolarisation au bord du plasma 79
3.5 Conclusion 82

4 Description cinétique de l'interaction onde-plasma 85
4.1 Equation cinétique 86
4.1.1 Equation de Fokker-Planck moyennée 86
4.1.2 Code de résolution numérique 90
4.1.3 Discussion physique 92
4.2 Description de l'onde cyclotronique électronique 94
4.2.1 Interaction onde cyclotronique électronique-plasma 95
4.2.2 Coefficient de diffusion 95
4.2.3 Résultats numériques 97
4.3 Description de l'onde hybride basse 100
4.3.1 Interaction onde hybride basse-plasma 101
4.3.2 Topologie du domaine cinématique de propagation hybride 103
4.3.3 Coefficient de diffusion en régime multipassage 106
4.3.4 Résultats numériques 108
4.4 Diffusion radiale des électrons suprathermiques 112
4.4.1 Modèle physique et coefficient de diffusion 114
4.4.2 Résultats numériques 116
4.5 Conclusion 119

5 Effets croisés des ondes LH et EC 121
5.1 Introduction 121
5.1.1 Effet croisé des ondes LH et EC 121
5.1.2 Interaction onde cyclotronique électronique-électrons rapides 123
5.1.3 Intérêt d'un calcul analytique 125
5.2 Evaluation de l'efficacité de génération de courant 126
5.2.1 Relaxation électronique 126
5.2.2 Equation de l'adjoint linéarisée 128
5.2.3 Fonction de réponse en présence d'onde hybride basse 133
5.2.4 Evaluation du courant de synergie 135
5.3 Résultats 137
5.3.1 Structure de la fonction de réponse dans l'espace des vitesses 137
5.3.2 Courant additionnel dans l'espace des vitesses 139
5.3.3 Optimisation des paramètres d'injection EC 141

5.3.4 Profil de courant de synergie 143
5.4 Conclusions 145

6 Contrôle du profil de courant par ondes LH et EC 147
6.1 Introduction 147
6.1.1 Contrôle du profil de courant 148
6.1.2 Nécessité d'un modèle auto-cohérent 148
6.2 Présentation du modèle 151
6.2.1 Aspect cinétique 151
6.2.2 Equations de transport 153
6.3 Contrôle du profil de courant avec LHCD 154
6.3.1 Existence d'une solution stationnaire 155
6.3.2 Influence des conditions initiales 157
6.3.3 Influence de la diffusion radiale des électrons rapides 159
6.3.4 Sensibilité du régime à cisaillement inversé 161
6.4 Contrôle du profil de courant avec LHCD et ECCD 164
6.4.1 Premier scénario 165
6.4.2 Deuxième scénario 167
6.4.3 Troisième scénario 169
6.5 Conclusion 171

7 Scénarios combinés : aspect expérimental 173
7.1 Introduction 173
7.2 Expériences sur FTU 174
7.2.1 Le tokamak FTU 174
7.2.2 Expérience LH sur FTU 175
7.2.3 Expériences LH+EC sur FTU 179
7.3 Expériences sur Tore Supra 188
7.3.1 Le tokamak Tore Supra 188
7.3.2 Expériences EC sur Tore Supra 189
7.3.3 Expériences LH+EC sur Tore Supra 192
7.4 Conclusion 196

Conclusions 199

A Schéma numérique du code Fokker-Planck 203

B Réponse non locale d'un plasma turbulent 207

Préambule

Frères humains qui après nous vivez
N'ayez les cœurs contre nous endurcis...
F. Villon, *L'Epitaphe (en forme de ballade)*

La mise en perspective des recherches dans le domaine de la fusion thermonucléaire contrôlée durant ces quarante dernières années fait apparaître des progrès considérables. Aux premiers systèmes à confinement magnétique ont succédé aujourd'hui des machines dont les performances approchent de celles des futurs réacteurs commerciaux. Le problème du confinement des particules et de l'énergie d'un plasma par voie magnétique a stimulé l'imagination des chercheurs et une large variété de systèmes ont été expérimenté : machine à miroirs magnétique, rotamak, sphéromak, R.F.P.[1], stellarator, tokamak... En tant que concept de réacteur à fusion, ces deux derniers sont les plus prometteurs. Ainsi, en dépit des difficultés causées par les encombrantes bobines magnétiques des stellarators, les efforts qui leur ont été consacrés semblent se révéler payants et cette voie suscite de sérieux espoirs pour l'avenir. A ce jour, cependant, il ne fait aucun doute que les systèmes les plus avancés dans la course vers la production d'énergie sont les *tokamaks*. L'idée à la base du concept repose sur le fait que le plasma de fusion peut participer à son propre confinement : les bobines extérieures créent un champ magnétique principal (*champ toroïdal*), auquel s'ajoute un champ crée par la circulation d'un courant toroïdal dans ce plasma (*champ poloïdal*). Cette superposition donne naissance à un champ magnétique total dont la structure spatiale permet le confinement stable du milieu.

Dans l'optique de la mise au point d'un futur réacteur, un certain nombre d'étapes doivent toutefois être franchies. Un obstacle majeur réside dans le fait que le plasma, loin d'être un milieu paisible, est le siège d'une turbulence d'origine électromagnétique, qui se traduit par un transport anormal de l'énergie et donc par une dégradation du confinement. Ces dix dernières années, un certain nombre de solutions ont été proposées pour s'affranchir de cette difficulté. Ainsi, il a été démontré que la turbulence pouvait être très affaiblie, voire supprimée, par un cisaillement de la vitesse de rotation du plasma, qui a pour effet de détruire les structures turbulentes. Une autre possibilité est de créer un cisaillement magnétique inversé, que l'on obtient en optimisant la forme du profil de courant.

Il existe aujourd'hui plusieurs méthodes de génération de courant non inductif. Parmi celles-ci, l'injection d'ondes radiofréquence depuis l'extérieur du plasma s'est révélée particulièrement efficace. En transmettant leur énergie au milieu ionisé, ces ondes peuvent y générer le courant toroïdal de manière totalement non inductive. Elles ont donc un avantage double, puisque leur utilisation permet de s'affranchir des courants variables circulant

[1] Reversed Field Pinch.

dans les bobines (méthode inductive), qui induisent une fatigue mécanique des matériaux, réduisant leur durée de vie. Le deuxième intérêt réside dans leur souplesse, qui permet à l'opérateur de contrôler la forme du profil de courant. A ce titre, elles sont un élément primordial du concept de tokamak avancé. Plusieurs types d'ondes sont utilisables, s'appuyant sur diverses résonances avec les particules du plasma. Ici, on s'intéressera uniquement aux ondes interagissant avec les électrons du milieu, et plus particulièrement à deux d'entre elles :

- Du point de vue de la robustesse et de l'efficacité, la génération de courant par l'*onde hybride basse* (LH) est une méthode ayant fait ses preuves. L'absorption Landau de la puissance radiofréquence par les électrons est mise à profit et l'échange d'énergie se base sur la résonance Cerenkov. Son principal inconvénient réside dans la difficulté de contrôler le profil de courant.
- L'utilisation d'une onde de même fréquence que le mouvement de giration des électrons autour des lignes de champ est également possible. Résonnant avec le mouvement cyclotronique électronique, cette onde est appelée *onde cyclotronique électronique* (EC) et grâce aux progrès technologiques récents, son utilisation tend à se généraliser. Moins efficace que l'onde hybride basse, en terme de courant généré pour une puissance donnée, elle offre en revanche une grande flexibilité d'utilisation.

Ces caractéristiques complémentaires suggèrent naturellement l'idée de l'utilisation conjointe de l'onde cyclotronique électronique et de l'onde hybride basse. On espère ainsi tirer profit des qualités de chacune pour pallier aux points faibles de l'autre. L'association des deux ondes permettrait alors de concilier complètement les deux notions de courant totalement non inductif et de contrôle fin de la forme du profil de courant, sur des temps très longs, caractéristiques de ceux de l'opération future d'un réacteur à fusion.

L'objet principal de cette thèse est l'étude de la pertinence de l'onde cyclotronique électronique en tant que moyen de contrôle du profil de courant. Sur cette question, on peut tenter d'établir une liste de points non résolus :

1. Pour générer du courant, la puissance de l'onde cyclotronique électronique doit être absorbée efficacement par le plasma. Or, la qualité de l'interaction dépend de l'état de polarisation de cette onde. Il est d'usage, dans cette gamme de fréquence, d'utiliser un mode propre (ordinaire ou extraordinaire), choisi selon les conditions du plasma, et de supposer que celui-ci se propage jusque la résonance sans modification. On sait que le gradient de densité et le cisaillement magnétique impliquent une très faible dépolarisation. Toutefois, les tokamaks produisent des plasmas de plus en plus chauds, mais l'étude des effets de température finie sur la polarisation n'a jamais été menée. Il s'agit d'une question centrale pour l'avenir de l'utilisation de l'onde cyclotronique électronique, sur un réacteur par exemple.

2. On a déjà introduit l'idée de combiner les ondes hybride basse et cyclotronique électronique au sein de la même décharge. En particulier, certaines simulations numériques montrent que l'efficacité de génération de courant de l'onde cyclotronique électronique peut être significativement augmentée en présence d'électrons

rapides créés par l'onde hybride basse, phénomène appelé synergie. Certaines observations expérimentales tendent à conforter ce résultat mais ce point est encore sujet à discussion. A ce jour, il n'existe pas de démonstration analytique de l'effet s'appuyant sur un mécanisme identifié, qui permettrait d'attester l'existence de la synergie LH-EC.

3. Les décharges basées sur un courant généré par ondes radiofréquence sont délicates à simuler, car un nombre important de phénomènes couplés doivent pris en compte : interaction onde-plasma, déformation de la fonction de distribution, diffusion non résistive du courant, transport de la chaleur, confinement amélioré, génération de courant de bootstrap... Jusqu'ici, ces phénomènes ont été abordés séparément mais seule leur inclusion au sein d'une modélisation auto-cohérente permet de décrire les scénarios avancés, d'évaluer la capacité de l'onde cyclotronique électronique à contrôler le profil de courant en présence d'onde hybride basse et de confirmer l'existence de la synergie dans ces conditions réalistes.
4. Jusque maintenant, les expériences combinant les ondes LH et EC ont été assez rares, car elles nécessitent de disposer des deux systèmes radiofréquence sur la même machine. En outre, les effets des deux ondes ont été seulement observés transitoirement. Il est donc indispensable d'étudier ces décharges combinées dans les machines actuelles, spécialement en conditions stationnaires puisqu'il s'agit du régime pertinent pour les tokamaks présents et à venir.

Le plan de cet exposé est le suivant :

Les chapitres 1 et 2 sont essentiellement des parties introductives permettant d'introduire certaines notions qui seront utiles pour la suite. Le premier est consacré à la présentation générale de quelques notions relatives aux plasmas de tokamaks et à la génération de courant. Au cours du deuxième, l'idée de l'utilisation des électrons rapides pour porter le courant, ainsi que la modélisation qui leur est associée seront abordées. Du fait de sa faible longueur d'onde (de l'ordre du millimètre), la propagation et l'absorption de l'onde cyclotronique électronique sont généralement bien décrites dans le cadre de l'approximation WKB, ce qui autorise l'utilisation de codes de tracé de rayons, dont les principes seront présentés. Enfin, l'interaction entre cette onde et les électrons rapides du plasma dans le but d'y générer un courant est abordée.

La propagation et l'absorption complète de l'onde cyclotronique électronique par les électrons nécessite un état de polarisation spécifique, dont les caractéristiques doivent être judicieusement choisies en fonction des paramètres de la décharge. Au sein des plasmas chauds produits dans les tokamaks actuels, cet état électromagnétique peut se voir modifié au cours de la propagation de l'onde ce qui, sans précaution appropriée, peut entraîner une dégradation de la qualité du couplage onde-plasma. Le chapitre 3 est donc consacré à cette question, dont l'importance est appelée à croître avec l'amélioration des performances des plasmas de fusion.

Plus généralement, la propagation d'une onde dans le plasma, et surtout son absorption, dépendent fortement de la distribution en vitesse des particules qui le composent, modifiée elle-même à tout instant par l'énergie provenant de l'onde. Il s'agit donc d'un

phénomène intrinsèquement non linéaire dont la description physique est délicate. Cependant, dans les conditions des plasmas de fusion, il est possible de mettre à profit une approximation sophistiquée. Appelée *théorie quasilinéaire*, elle permet de prévoir les déformations de la fonction de distribution, moyennant certaines hypothèses qui sont présentées dans le chapitre 4. L'application de cette théorie aux problèmes abordés dans ce travail, notamment par l'intermédiaire de l'équation de Fokker-Planck, est développée. En général, on résout cette équation par un code numérique approprié, dit *code cinétique*, et celui qui a été utilisé au cours de ce travail est présenté. Enfin, les modèles permettant de décrire les effets des ondes cyclotronique électronique et hybride basse sont discutés, ainsi que l'influence de ces ondes sur la dynamique des électrons dans l'espace des phases qu'ils permettent de décrire.

La chapitre 5 est consacré aux aspects cinétique des scénarios combinant l'onde hybride basse et l'onde cyclotronique électronique au sein du même plasma. On sait que la synergie est délicate à caractériser expérimentalement, que les conditions de son obtention sont complexes et leur détermination nécessite généralement de recourir à une résolution numérique de l'équation de Fokker-Planck adaptée, ce qui reste assez lourd à mettre en œuvre. Un calcul analytique est présenté dans ce chapitre, autorisant une quantification rapide de l'effet de synergie selon le choix des paramètres d'injection des ondes, et surtout démontrant de manière claire l'existence de cet effet, en proposant un mécanisme pour l'expliquer.

L'effet de synergie apparaît au cours de l'étude cinétique des scénarios combinant onde hybride basse et onde cyclotronique électronique. Cependant, l'évolution de telles décharge est gouvernée par plusieurs phénomènes couplés. Dans le cadre de la description des scénarios avancés, ces phénomènes doivent nécessairement être pris en considération. Ainsi, si l'aspect cinétique constitue le cœur de la modélisation, les processus tels que le transport de la chaleur, la diffusion résistive du courant, le courant de bootstrap modifient à tout instant les caractéristiques du plasma. Le jeu de ces phénomènes couplés influe sur le profil de courant obtenu. Cette question est abordée au cours du chapitre 6 où un modèle associant description cinétique et transport est présenté, étudié, puis appliqué à des paramètres typiques des décharges du tokamak Tore Supra, tout d'abord dans le cas où l'onde hybride basse est seule au sein du plasma, puis lorsqu'elle est associée à l'onde cyclotronique électronique.

Enfin, un nombre relativement restreint d'expériences combinées ont été menées sur diverses machines, les principales difficultés rencontrées étant la fiabilité des systèmes radiofréquence, la reproductibilité des résultats et la discrimination claire des divers effets. Dans le chapitre 7, les expériences menées sur les tokamaks FTU (Italie) et Tore Supra (France) seront présentées. Le premier vise à étudier les décharges dans des conditions de plasma s'approchant de celles d'un futur réacteur. Les deux ondes y sont utilisées simultanément et les principales observations expérimentales ainsi que la modélisation associée sont discutées. Le second est un grand tokamak dédié à l'étude des décharges longues, spécificité unique issue de l'utilisation d'un bobinage supraconducteur. Les premières expériences consacrées à l'onde cyclotronique électronique y ont été menées récemment et quelques décharges combinées ont été réalisées. Elles sont également présentées dans ce chapitre. L'un des aspects particulièrement intéressant de ces expériences est leur caractère stationnaire, pré-requis de l'exploitation future des scénarios combinés.

Chapitre 1

Introduction générale

Ce chapitre préliminaire est consacré à la présentation du contexte général de la thèse. Dans un souci de concision, plutôt qu'une revue des principes de la fusion thermonucléaire contrôlée, nous avons choisi de nous restreindre aux notions qui seront utiles dans la suite. Le lecteur intéressé par une discussion plus complète des concepts généraux relatifs à la fusion contrôlée par voie magnétique pourra se reporter aux références 1, 2, 3 ou 4.

1.1 Réactions nucléaires

La production d'énergie par la fusion nucléaire s'appuie sur le principe d'équivalence entre masse et énergie qu'a énoncé Einstein. Lorsque l'on provoque la fusion de deux noyaux atomiques convenablement choisis, on obtient un dégagement d'énergie issu de la différence de masse entre les produits de la réaction et les noyaux réactifs [3].

Plusieurs réactions de fusion sont envisageables. Toutefois, deux conditions doivent être remplies dans l'optique de la production d'énergie. Tout d'abord, la réaction choisie doit bien évidemment s'accompagner d'un dégagement d'énergie (réaction exoénergétique), ce qui implique l'utilisation de noyaux légers [5]. Ensuite, la section efficace de réaction doit être aussi élevée que possible. Du point de vue de ces deux contraintes, la réaction dite *deutérium-tritium*[1] est la plus intéressante. La fusion de ces deux isotopes de l'hydrogène se traduit par la production d'un noyau d'Hélium (particule α) et d'un neutron, emportant tous deux l'énergie produite (17.59MeV) sous forme d'énergie cinétique.

$$ {}^{2}_{1}D + {}^{3}_{1}T \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n \qquad (17.59\text{MeV}) \tag{1.1} $$

Notons que le deutérium (D) est naturellement très abondant. Le tritium (T), lui, n'existe pratiquement pas à l'état naturel mais peut être produit en bombardant du lithium par un flux neutronique. Ceci rend de nouveau la réaction D-T particulièrement attractive. En effet, les solutions technologiques actuellement envisagées dans le cadre des recherches sur les futurs réacteurs proposent l'utilisation des neutrons produits pour régénérer le tritium de manière continue, par exemple en entourant la chambre de réaction d'une couverture de lithium [1].

[1] souvent abrégée *D-T*.

1.2 Plasma de fusion

La réaction de fusion nucléaire D-T (1.1) est le résultat d'une interaction à très courte portée entre les nucléons constitutifs des noyaux [5]. Elle a lieu seulement lorsque les noyaux atomiques sont très proches l'un de l'autre ($d \approx 10^{-15}$m), ce qui est rendu difficile par la répulsion coulombienne qui s'exerce entre eux. La solution la plus réaliste consiste à chauffer le mélange deutérium-tritium à des températures très élevées, de l'ordre de la centaine de millions de Kelvin. Dans ces conditions, ce mélange constitue un plasma au sein duquel les noyaux sont séparés de leurs électrons et les réactions de fusion possibles.

Le plasma ainsi constitué est le siège de pertes énergétiques, en particulier par l'intermédiaire des collisions coulombiennes et de mécanismes turbulents. Un moyen de quantifier ces pertes est l'introduction de la quantité τ_E, appelée *temps de confinement de l'énergie* et définie à l'état stationnaire comme le rapport entre W, l'énergie stockée dans le plasma et P_{inj}, la puissance nécessaire à l'entretien de ce plasma. Plus τ_E sera élevé, meilleur sera le confinement et meilleures seront les performances du plasma. On peut montrer que le produit $n_e T_i \tau_E$ est caractéristique de ces performances, où n_e est la densité électronique et T_i température ionique. Plus précisément, le plasma d'un réacteur stationnaire et rentable du point de vue énergétique devra vérifier la condition suivante [1]

$$n_e T_i \tau_E \gtrsim 3 \times 10^{21} \mathrm{keV} \cdot \mathrm{s} \cdot \mathrm{m}^{-3} \tag{1.2}$$

Le but ultime des études sur la fusion contrôlée est donc l'optimisation de ce triple produit et la condition (1.2) est appelée *critère de Lawson* [1].

1.3 Confinement magnétique et tokamak

Il est impossible d'utiliser une enceinte matérielle pour confiner un plasma tel qu'évoqué ci-dessus. Devant de telles températures et en dépit de la faible capacité calorifique du plasma, la paroi s'éroderait, introduisant des particules lourdes au sein du milieu ionisé, qui lui seraient très rapidement fatales (extinction de la décharge). L'idée consiste donc à utiliser le fait qu'une particule chargée a une trajectoire helicoïdale autour d'une ligne de champ magnétique. Par conséquent, on conçoit qu'une configuration magnétique telle que les lignes de champ se referment sur elles-mêmes peut être à même de confiner le plasma. C'est la base du concept de *confinement magnétique* [3].

Parmi les systèmes de confinement possibles, le plus performant sur la route du futur réacteur à fusion est le tokamak[2]. Il s'agit d'un système sophistiqué où le plasma participe à son propre confinement. Les bobines principales de la machine créent le champ magnétique toroïdal, auquel il est nécessaire de superposer un champ poloïdal qui lui est perpendiculaire, de manière à obtenir une configuration stable. Ce dernier est généré par un courant circulant dans le plasma, qui fait alors office de circuit secondaire d'un transformateur dont le primaire est constitué des bobines extérieures (voir figure 1.1).

A l'heure actuelle, les meilleures performances en deutérium-tritium ont été obtenues dans le tokamak européen JET [6]. Toutefois, dans l'optique d'un fonctionnement continu,

[2]Tokamak est l'acronyme de l'expression Russe "*TOroidalnaya KAmara i MAgnitnaya Katushka*" signifiant "chambre torique et bobines magnétiques".

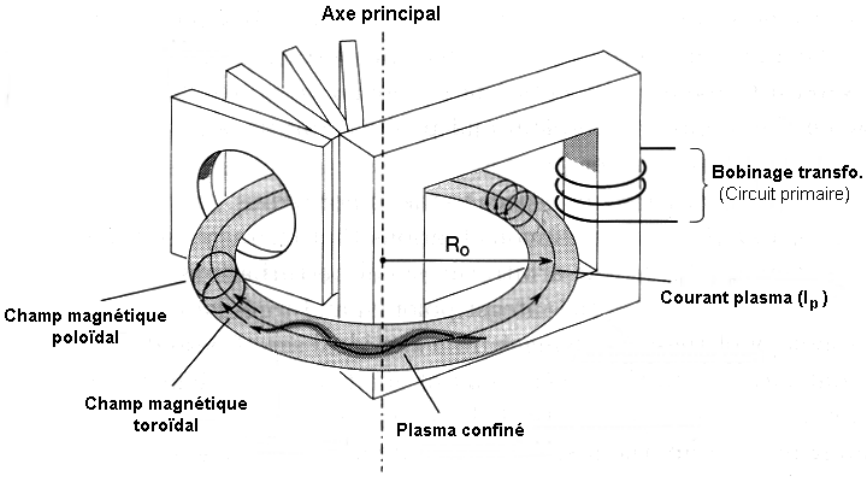


FIG. 1.1 – Vue schématique d'un Tokamak.

il sera nécessaire de mettre en œuvre des décharges stationnaires et la France possède un grand tokamak dont les bobines sont supraconductrices, ce qui permet d'obtenir des plasmas performants pendant des durées de l'ordre de la centaine de secondes [7]. Cette machine, nommée *Tore Supra* est basée à Cadarache et ses caractéristiques seront précisées au cours du chapitre 7.

1.4 Champ magnétique dans un tokamak

Dans la section 1.3, on a discuté la superposition du champ magnétique toroïdal et du champ magnétique poloïdal. Le premier est crée par les bobinages de la machines alors que le second provient du courant induit dans la direction toroïdale. Les lignes de champ ainsi formées sont donc hélicoïdales. Aux erreurs de champ près (dues notamment au nombre fini de bobines), la configuration magnétique est axisymétrique, i.e. invariante par rotation autour de l'axe magnétique de la machine. Les lignes de champ s'enroulent donc autour de tores fictifs appelés *surfaces magnétiques*. Les particules pouvant se déplacer le long des lignes de champ, la densité et la température des diverses espèces du plasma de fusion sont constantes sur ces surfaces emboîtées.

Dans un tokamak, une bonne approximation est de considérer que le champ de confinement varie comme l'inverse de la distance à l'axe du tore ($B_0 \propto 1/R$) où B_0 est le module du champ magnétique et R la distance entre le point considéré et l'axe de symétrie principale de la machine. Dès lors, il est naturel de qualifier le coté extérieur de la machine de *côté bas champ* et le côté intérieur de *côté haut champ*.

D'autre part, le confinement du plasma impose que pour chaque rotation poloïdale, les lignes de champ effectuent plusieurs rotations toroïdales. Le rapport entre le nombre de tours poloïdaux et toroïdaux est appelé *facteur de sécurité* et dénoté q avec la définition,

valable pour un tokamak à grand rapport d'aspect

$$q \equiv \frac{rB_\varphi}{R_0 B_\chi} \tag{1.3}$$

où B_φ est le module du champ magnétique toroïdal, B_χ celui du champ poloïdal. r est la distance à l'axe du plasma et R_0 le grand rayon. Une autre grandeur très importante du point de vue du confinement est le *cisaillement magnétique*. Celui-ci est défini par

$$s_m \equiv \frac{d\ln q}{d\ln r} = \frac{r}{q}\left(\frac{dq}{dr}\right) \tag{1.4}$$

1.5 Transport électronique

Dans la section 1.2, nous avons évoqué le temps de confinement de l'énergie τ_E, dont la maximisation constitue l'un des buts principaux des recherches sur la fusion contrôlée. Concrètement, τ_E est le temps de refroidissement des ions lorsque toute source de chaleur est coupée. Les particules chaudes du cœur du plasma ayant tendance à chauffer les particules moins chaudes qui les entourent, il s'établit un processus d'échange d'énergie, néfaste du point de vue du confinement, dont l'effet est un transport de chaleur du cœur vers le bord du plasma. Les causes les plus directes de ce transport sont les collisions coulombiennes. Dans la géométrie toroïdale du tokamak, on peut calculer la valeur du temps de confinement correspondante, caractérisant le *transport néoclassique*. Malheureusement, il apparaît que les valeurs du temps de confinement expérimentales sont bien inférieures à cette valeur théorique. Pour fixer les idées, les pertes électroniques[3] sont de plusieurs ordre de grandeurs supérieures aux prédictions néoclassiques. Les pertes ioniques caractéristiques mesurées sont moins d'un ordre de grandeur supérieures à ces prédictions. On qualifie le transport ainsi observé de *transport anormal* et les mécanismes turbulents à l'œuvre au sein du plasma sont tenus pour responsables de cette différence. L'étude du transport turbulent constitue donc une part importante des recherches actuelles et des scénarios évolués ont été imaginés afin de le minimiser (c'est à dire le rapprocher au maximum d'un transport néoclassique, qui constitue en quelque sorte une limite inférieure à atteindre) et constituent une avancée majeure au cours des dix dernières années.

En mettant ces idées en application, une réduction du transport ionique au niveau néoclassique a été observée sur plusieurs tokamaks. Généralement la réduction de turbulence était obtenue par l'intermédiaire du cisaillement de rotation du plasma (effet $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$). A l'endroit où cette vitesse s'inverse, les structures turbulentes sont détruites et une *barrière de transport ionique* s'établit, à l'intérieur de laquelle la diffusivité thermique ionique est fortement diminuée.

Dans ces conditions, le canal électronique constitue la principale perte d'énergie et on cherche naturellement à créer une *barrière de transport électronique*. Expérimentalement, il apparaît que les barrières ioniques et électroniques ne sont généralement pas corrélées, tant spatialement que temporellement et les mécanismes responsables des deux types de transport sont donc différents. Toutefois, des réductions spectaculaires du transport électronique

[3] C'est à dire la perte d'énergie imputable aux électrons.

ont également été rapportées [8], en optimisant la distribution de courant à l'intérieur de la décharge de manière à créer une zone à *cisaillement inversé* ($s_m < 0$) (voir figure 1.2) au sein de laquelle une nette diminution de la diffusivité thermique électronique est observée, dans la mesure où les instabilités à petite échelle sont alors découplées [9].

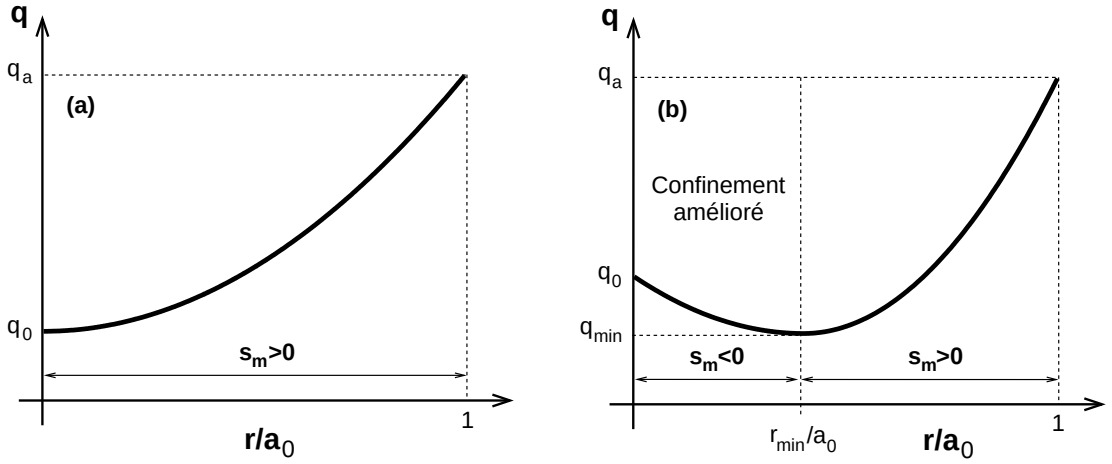


FIG. 1.2 – Profils de facteur de sécurité. *(a)* Profil monotone, se traduisant par un cisaillement magnétique s_m positif sur tout le petit rayon. *(b)* L'optimisation du profil de courant peut conduire à la création d'une région à cisaillement inversé et à confinement amélioré pour $r < r_{min}$.

Cette optimisation du profil de courant est généralement réalisée à l'aide de systèmes additionnels permettant de générer le courant de manière non inductive.

1.6 Chauffage et génération de courant

Nous avons signalé, dans la section 1.2, que les performances d'un plasma de fusion sont directement liées à sa température. Il est donc indispensable de le chauffer suffisamment. Le courant toroïdal I_p circulant dans le plasma se traduit par un chauffage par effet Joule. Toutefois, on peut montrer que l'efficacité de ce processus varie comme $T_e^{-3/2}$, où T_e est la température électronique. Les températures ainsi obtenues peuvent atteindre 10^7K, ce qui reste environ un ordre de grandeur en deçà des valeurs requises. Une deuxième limitation est que, dans la configuration de la figure 1.1, I_p est généré par induction, en faisant circuler un courant rapidement variable dans les bobines poloïdales. Toutefois, ce procédé est fondamentalement non stationnaire et donc difficilement utilisable pour un réacteur dans la mesure où les matériaux utilisés sont alors susceptibles d'être confrontés à de sérieux problèmes de fatigue mécanique et thermique. De surcroît, au cours de la section 1.5, nous avons évoqué l'importance d'optimiser la distribution radiale du courant. Or, le courant inductif ne satisfait pas cette contrainte.

Ces obstacles peuvent être surmontés par l'intermédiaire de systèmes auxiliaires, appelés "chauffages additionnels" qui seront utilisés, suivant leur mode de fonctionnement,

comme source de chauffage et/ou de courant non inductif [10–12]. Leur but est donc double puisque, en tant que source de courant, ils sont utilisés pour générer le courant toroïdal (fonctionnement continu) ainsi que pour optimiser sa distribution spatiale (confinement amélioré).

A ce jour, quatre systèmes se sont indiscutablement révélés efficaces :

L'injection de neutres (NBI) On communique de l'impulsion aux ions du plasma au moyen d'un faisceau de particules neutres tangentiel à la direction toroïdale.

Les ondes à la fréquence cyclotronique ionique (IC) On envoie dans le plasma une onde radiofréquence qui va entrer en résonance avec le mouvement de rotation cyclotronique des ions, les chauffant ainsi directement. L'utilisation d'un spectre asymétrique permet également de générer du courant.

Les ondes à la fréquence hybride (LH) Ces ondes sont absorbées au cours de leur amortissement par effet Landau sur les électrons du plasma. Ce procédé permet de générer un courant de manière efficace.

Les ondes à la fréquence cyclotronique électronique (EC) On utilise cette fois une onde résonnante avec le mouvement cyclotronique des électrons pour leur communiquer de l'énergie. Cette méthode, technologiquement exigeante, est en plein essor car elle présente l'avantage de chauffer le plasma et/ou d'y générer du courant de manière très localisée. Ceci constitue un avantage significatif pour la mise en œuvre des scénarios permettant de réduire le transport électronique.

1.7 Electrons piégés et courant de bootstrap

Outre le courant généré par les bobines poloïdales (courant ohmique) et les sources extérieures (courant non inductif), le plasma est le siège d'un courant auto-généré, lié à la présence simultanée d'un gradient de pression et de particules possédant la caractéristique particulière d'être piégées dans des puits de champ magnétique. Comme évoqué dans la section 1.4, le champ magnétique total varie en première approximation comme l'inverse de la distance à l'axe du tore. Or, le mouvement électronique est caractérisé par les invariants adiabatiques μ_m et ε_c où $\mu_m \equiv m_e v_\perp^2/2B_0$ est le moment magnétique et $\varepsilon_c \equiv m_e v^2/2$ l'énergie cinétique. Dans ces expressions, m_e est la masse électronique, v la vitesse, $v_\perp$ la composante de vitesse perpendiculaire au champ magnétique de confinement $\mathbf{B}_0$. La conservation de μ_m au cours du mouvement électronique impose à $v_\perp$ d'augmenter lorsque B_0 augmente (c'est à dire lorsque la particule se dirige vers le côté haut champ). La conservation de E_c implique alors une diminution de la vitesse parallèle. Ultimement, cette vitesse parallèle peut s'annuler, auquel cas la particule rebrousse chemin. Elle est alors soumise à des va-et-vient incessants et est qualifiée de *particule piégée*, à l'inverse des *particules circulantes*.

On peut montrer que la projection des trajectoires des particules piégées dans un plan poloïdal a une forme caractéristique de "banane". Il est important de noter que tous les électrons du plasma parcourent les bananes dans le même sens, ce qu'illustre la figure 1.3

En particulier, pour tout couple de bananes contigües, on peut voir qu'une friction existe, entre populations électroniques possédant des sens de parcours opposés. En se sou-

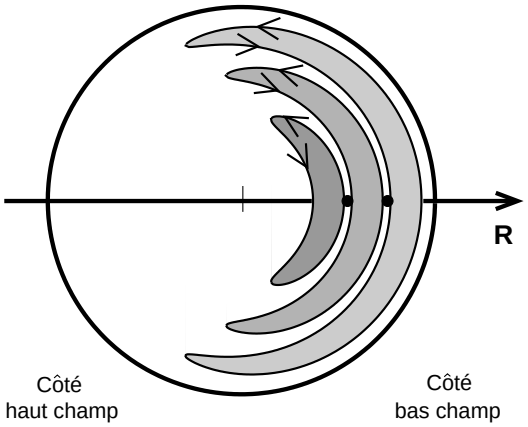


FIG. 1.3 – Orbites (bananes) des électrons piégés dans les puits de champ magnétique d'un tokamak. Les flèches illustrent le sens de parcours des particules.

venant de la présence du gradient de pression, il apparaît que les particules sont légèrement plus nombreuses sur la banane interne que sur la banane externe. En additionnant toutes ces contributions et en prenant en compte les effets de dépiégage collisionnel et de friction entre populations piégée et passante, on obtient un courant net, appelé *courant de bootstrap* [13].

1.8 Les ondes cyclotroniques électroniques

Le transfert d'énergie entre ondes radio-fréquence et plasma s'appuie sur le phénomène de résonance onde-particule. En particulier et comme évoqué plus haut, on peut utiliser une onde résonnante avec le mouvement cyclotronique des électrons du plasma. La fréquence de ce mouvement[4] est donnée par $\omega_{ce} = eB_0/cm_e$ où $-e$ est la charge de l'électron, m_e sa masse au repos et B_0 la valeur du champ magnétique local. La résonance est obtenue lorsque la fréquence de l'onde est égale à la fréquence de giration électronique, corrigée des effets relativistes (augmentation de la masse de l'électron) et Doppler (modification de la fréquence apparente de l'onde sous l'effet du mouvement de l'électron le long d'une ligne de champ). Cette condition s'écrit

$$\gamma - \frac{\omega_{ce}}{\omega} - k_{\|} v_{\|} = 0 \tag{1.5}$$

où γ est le facteur relativiste, ω la fréquence de l'onde, $k_{\|}$ la projection du vecteur d'onde suivant la direction parallèle et $v_{\|}$ la vitesse de l'électron le long de la ligne de champ.

Tore Supra s'est récemment doté d'un système de chauffage à la fréquence cyclotronique électronique des plus performants [14]. Le champ magnétique typique au centre de cette machine est d'environ 4T, ce qui donne $\omega_{ce} \approx 113$GHz. Pour des raisons historiques, la

[4]Dans la suite et suivant un abus de langage traditionnel, nous confondrons souvent les termes fréquence et pulsation.

fréquence de l'onde a finalement été fixée à 118GHz, correspondant à une longueur d'onde $\lambda_{ce} \approx 2.45$mm. Ceci a plusieurs conséquences :

- L'interaction est spatialement bien localisée, contrairement au cas des ondes de plus basse fréquence, ce qui autorise un contrôle fin du dépôt de puissance [15].
- La longueur de variation des paramètres du plasma (champ magnétique, densité et température) étant grande devant la longueur d'onde, on peut considérer que les ondes cyclotroniques électroniques se propagent de manière quasi-optique, ce qui autorise leur description en terme de rayon ou de faisceau.
- Les ondes cyclotroniques électroniques peuvent se propager dans le vide. Ceci permet d'éviter toute contrainte liée à l'interaction injecteur-plasma, puisque l'antenne peut être placée loin de ce dernier.

Le principe général de l'utilisation de l'onde cyclotronique électronique utilise la variation inverse du champ magnétique principal avec la distance à l'axe magnétique (R). Il existe ainsi une relation univoque entre position de résonance et champ magnétique central. Par l'utilisation des angles de l'injecteur (consistant le plus souvent en un ensemble de miroirs articulés) et en réglant judicieusement ce champ, l'opérateur est en mesure de contrôler l'endroit du dépôt de puissance, déterminé par l'intersection entre le faisceau injecté et la couche de résonance. On a illustré schématiquement ceci sur la figure 1.4, où la largeur du faisceau est volontairement exagérée par rapport à la taille de la machine.

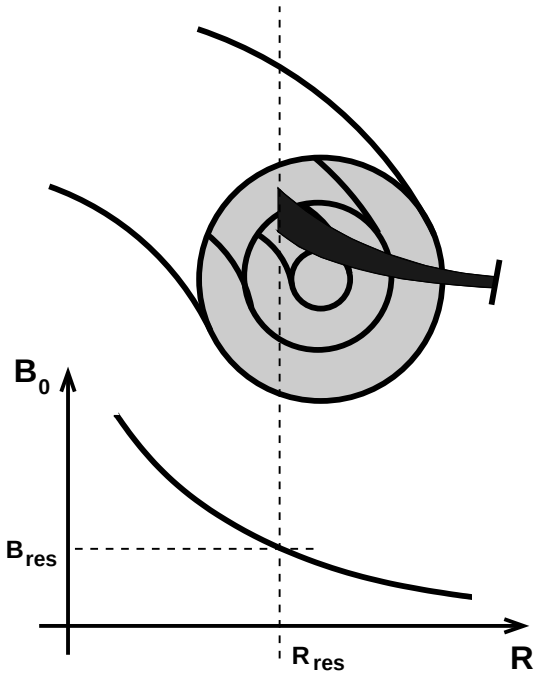


Fig. 1.4 – Principe de la résonance cyclotronique électronique. L'antenne est située du côté bas champ de la machine. Le rayon du dépôt de puissance est déterminé par l'intersection entre le faisceau et la couche de résonance, dont la position est donnée par la relation (1.5).

Chapitre 2

ECRH et ECCD

Au cours du chapitre 1, la possibilité de chauffer le plasma (ECRH : *Electron Cyclotron Resonance Heating*) et d'y générer du courant (ECCD : *Electron Cyclotron Current Drive*) par l'intermédiaire des ondes cyclotroniques électroniques a été brièvement évoquée. De fait, l'utilisation de ces ondes constituera l'essentiel du propos de cet exposé et dans cette partie, nous nous proposons donc de discuter quelques éléments de la physique gouvernant leur interaction avec le plasma. S'agissant essentiellement d'un chapitre introductif et non d'une revue, le lecteur intéressé par de plus amples détails pourra se reporter aux références indiquées. D'autre part, seules les principales étapes des calculs longs seront reproduites ici, notamment lorsqu'elles permettent de clarifier la physique des problèmes considérés. Les développements complets pourront être trouvés dans la littérature référencée.

Ce chapitre est organisé comme suit : nous introduirons dans la section 2.1 le problème général du chauffage électronique et de la génération de courant par ondes électroniques[1] dans un plasma de fusion, en insistant sur l'intérêt d'utiliser les électrons suprathermiques, dans ce dernier cas de figure. La description de l'évolution de la fonction de distribution sous l'effet des ondes dans le cadre de l'approximation quasilinéaire de l'équation cinétique sera ensuite présentée. Enfin, le formalisme des équations de Langevin permettra de discuter le phénomène de relaxation électronique collisionnelle et d'en tirer un calcul d'efficacité de génération de courant.

Nous examinerons dans la section 2.2 les bases physiques gouvernant l'interaction entre les ondes cyclotroniques électroniques et un plasma magnétisé, en introduisant notamment les principales approximations utilisées ainsi que leurs implications du point de vue de la propagation et de l'absorption des ondes. Ces notions seront appliquées au tokamak et le tracé de rayons, outil essentiel de la modélisation physique, autorisant la description conjointe de ces deux phénomènes, sera donc présenté.

Enfin, dans la section 2.3 et en en utilisant les points abordés dans les sections 2.1 et 2.2, le chauffage et la génération de courant par ondes cyclotroniques électroniques seront présentés. En particulier, on discutera le concept d'électrons piégés, qui constitue un élément essentiel de la physique de ces ondes. Ce chapitre sera conclu par le calcul de l'efficacité de génération de courant associée.

[1] On désigne sous le terme *ondes électroniques* les ondes interagissant avec les électrons du plasma.

2.1 Chauffage électronique et génération de courant

L'interaction résonnante entre une onde et un plasma implique un échange d'énergie [11]. Plus précisément, le but du chauffage et de la génération de courant par ondes radiofréquence est de transférer l'énergie d'une onde excitée de l'extérieur vers le plasma, le plus efficacement possible. La réaction du plasma à cet apport d'énergie se traduit par une modification de la fonction de distribution, électronique dans les cas traités ici[2]. Ce processus est à la base du chauffage et de la génération de courant.

Si l'on note dN le nombre d'électrons possédant une impulsion $\mathbf{p}$ à $d\mathbf{p}$ près, contenus dans un volume élémentaire $d\mathbf{r}$ centré sur le point $\mathbf{r}$, la fonction de distribution $f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ est définie par

$$dN \equiv f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) d\mathbf{p} d\mathbf{r} \tag{2.1}$$

Chauffer le plasma signifie augmenter l'énergie cinétique moyenne des électrons. En général, on effectue ceci en apportant de l'énergie aux particules du corps de la fonction de distribution, autrement dit aux électrons *thermiques* (voir figure 2.1). En revanche, générer du courant nécessite une interaction asymétrique dans la direction $p_{\|}$ [10]. On verra plus loin que les schémas modernes de génération de courant s'appuient sur les électrons *suprathermiques*, qui sont peu collisionnels et donc peu ralentis. De cette manière, une *queue* à la fonction de distribution, portant l'essentiel du courant, est créée pour $p_{\|} > 0$ ou $p_{\|} < 0$.

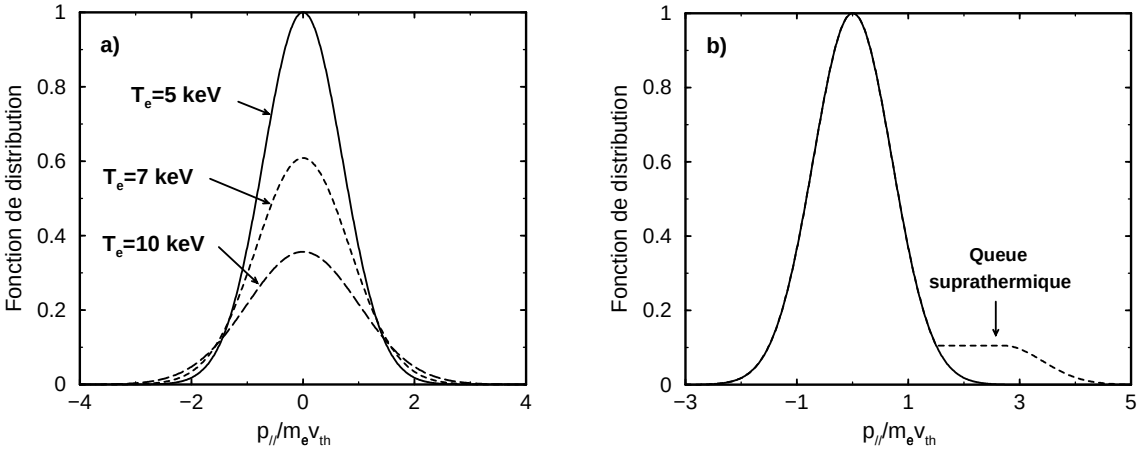


FIG. 2.1 – Modification de la fonction de distribution normalisée sous l'effets d'ondes radiofréquence. *(a)* Chauffage du plasma. *(b)* Génération de courant par création d'une queue suprathermique.

Dans ce qui suit, on discutera principalement la génération de courant. Ceci tient au fait que seule la symétrie de l'interaction en $p_{\|}$ distingue fondamentalement ce phénomène du

[2]Dans la suite, le qualificatif "électronique" à propos de la fonction de distribution sera souvent omis. Les ondes cyclotroniques électroniques et hybrides, évoquées au cours de cet exposé transmettent leur énergie uniquement aux électrons du plasma et sauf mention contraire, on fera donc tacitement référence à cette population.

chauffage du plasma. Une grande partie de la physique du chauffage peut être directement déduite de celle de la génération de courant.

2.1.1 Génération de courant par électrons rapides

Dès le début des recherches sur les tokamaks, il est apparu qu'un progrès majeur serait franchi à partir du moment où le courant toroïdal serait généré de manière continue. Ceci permet en effet d'éviter les phénomènes transitoires liés à la génération du courant inductif, qui réduisent drastiquement la durée de vie des matériaux utilisés. On a alors supposé qu'un schéma de génération de courant efficace consisterait à transférer directement de l'impulsion aux électrons pour les "pousser" dans la direction toroïdale, et que pousser des électrons lents serait plus intéressant dans la mesure où la consommation d'énergie associée est moindre. Le développement des systèmes d'injection de neutres [16] ou d'ondes d'Alfvén [17] a donc été favorisé.

Malheureusement, ni l'une ni l'autre des ces assertions ne s'est révélée totalement exacte. Ainsi, Fisch [18] a montré que si l'idée de transférer de l'énergie aux électrons lents était séduisante, il existait un second régime consistant à utiliser les électrons suprathermiques. Bien qu'*a priori* plus coûteuse en énergie, cette méthode s'appuie sur le fait qu'un électron rapide, étant moins collisionnel, a une relaxation plus lente et porte donc un courant élémentaire pendant plus longtemps.

Pour illustrer simplement cette discussion, considérons un électron, de vitesse parallèle initiale $v_\parallel$. Une augmentation de cette vitesse parallèle de la quantité $\Delta v_\parallel$ se traduit par un gain en courant élémentaire de $\Delta j = -e\Delta v_\parallel$, où e est la valeur absolue de la charge de l'électron et m_e sa masse. On peut évaluer la dépense énergétique en remarquant que l'énergie de l'électron est augmentée de $\Delta\varepsilon \approx m_e v_\parallel \Delta v_\parallel$, dont l'opposé est la dépense énergétique nécessaire. On déduit alors de ce qui précède la relation

$$\Delta j = e\frac{\Delta\varepsilon}{m_e v_\parallel} \tag{2.2}$$

L'électron est en mesure de participer au courant jusqu'à ce que sa vitesse devienne proche de la vitesse thermique. Dans ce cas, les collisions multiples auquel il est soumis interdisent toute direction privilégiée de son mouvement. En supposant que ces collisions thermalisent l'électron en un temps $1/\nu_e$, la puissance nécessaire à l'entretien du courant s'écrit

$$P = \nu_e \Delta\varepsilon \tag{2.3}$$

Et l'on en tire la quantité suivante, appelée *efficacité de génération de courant*

$$\frac{\Delta j}{P} = \frac{e}{m_e v_\parallel \nu_e} \tag{2.4}$$

Il est important de noter que ν_e est fonction de la vitesse de l'électron considéré. Plus précisément, on sait [10] que $\nu_e \approx$ const. pour $v_\parallel \approx v_{th}$ (électrons thermiques) et $\nu_e \propto {v_\parallel}^{-3}$ pour $v_\parallel \gg v_{th}$ (électrons suprathermiques). Par conséquent, dans le cas où le courant provient d'électrons thermiques, on a $\Delta j/P \propto v_\parallel^{-1}$, ce qui donne une efficacité élevée dans la mesure où $v_\parallel$ est petit.

Dans le cas des électrons suprathermiques, on a $\Delta j/P \propto v_{\parallel}^2$, d'où résulte également une efficacité élevée étant donné que, cette fois, $v_{\parallel}$ est grande.

Cependant, comme le souligne Fisch [10], la première méthode souffre d'un inconvénient majeur, lié à l'existence d'une population d'électrons piégés [19], qui ne sont pas en mesure de porter du courant et dont le domaine se situe principalement dans les basses vitesses. Ce phénomène a conduit à l'abandon quasiment total de l'idée de générer le courant à l'aide des ondes d'Alfvén.

Les électrons suprathermiques (ou rapides) permettent donc de générer du courant de manière efficace, du fait de leur faible collisionnalité. Ainsi, les méthodes de génération de courant évoquées dans cet exposé (ondes cyclotroniques électroniques et hybride basse) s'appuient sur cette population.

2.1.2 Equation de Fokker-Planck - Approximation quasilinéaire

L'évolution de la fonction de distribution est décrite en toute généralité par l'équation de Boltzmann relativiste

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m_e \gamma} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{F} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = \hat{C} f \tag{2.5}$$

où γ est le facteur relativiste, m_e la masse de l'électron au repos. L'un des éléments fondamentaux de cette équation est $\mathbf{F}$, terme décrivant les forces extérieures agissant sur le plasma et qui contient en particulier l'effet des ondes. Ce terme peut s'écrire

$$\mathbf{F} = -e \left[\frac{\mathbf{p}}{m_e \gamma c} \times (\mathbf{B}_0 + \delta \mathbf{B}) + \mathbf{E}_0 + \delta \mathbf{E} \right] \tag{2.6}$$

où $\delta\mathbf{E}$ et $\delta\mathbf{B}$ sont les champ oscillants, $\mathbf{B}_0$ est le champ magnétique de confinement, supposé suivant la direction $\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z}$. En présence de courant ohmique, un champ électrique statique règne au sein du plasma. Il est parallèle au champ magnétique de confinement, et noté ici $\mathbf{E}_0 \equiv E_0 \hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z}$

$\hat{C}$ est l'opérateur décrivant les collisions coulombiennes. Dans tout ce travail, on utilisera un terme du type Fokker-Planck qui peut être mis sous la forme [20]

$$\hat{C} f = \sum_\alpha \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \left[\overline{\overline{\mathbf{D}}}_c(f_\alpha) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} - \mathbf{F}_c(f_\alpha) f \right] \tag{2.7}$$

La somme est effectuée sur toutes les espèces de particules présentes dans le plasma, ioniques ou électroniques. On reconnaît dans cette équation un terme de diffusion et un terme de friction. Sous leur forme la plus générale, les termes du tenseur $\overline{\overline{\mathbf{D}}}_c$ et du vecteur $\mathbf{F}_c$, non détaillée ici, ont des expressions intégro-différentielles complexes [21, 22]. Cependant, au cours de ce travail, on utilisera une forme linéarisée appropriée à la physique du problème considéré. Ce point sera développé dans la section 2.1.3.

Dotée de cet opérateur de collisions, l'équation (2.5) prend le nom d'*équation cinétique de Fokker-Planck*. Cette équation permet de décrire les systèmes dont l'évolution est le résultat d'une succession de petites perturbations modifiant les variables de manière stochastique [23]. En l'état, sa complexité rend difficile un traitement analytique ou numérique.

On introduit donc un niveau d'approximation supplémentaire, en s'appuyant sur la théorie quasilinéaire, traitant des phénomènes de turbulence faible et des petites déformations de la fonction de distribution par rapport à l'équilibre thermodynamique [24, 25].

La théorie quasilinéaire constitue un formalisme très sophistiqué, fréquemment utilisé en physique des plasmas [26], qui s'est révélé particulièrement fiable et robuste dans la description du chauffage et de la génération de courant. Sa présentation détaillée est sans nul doute au delà des objectifs de cet exposé. On se contentera donc d'en préciser quelques caractéristiques, en liaison directe avec le problème traité.

L'idée de base est de considérer que les champs ondulatoires contenus dans le terme $\mathbf{F}$ de (2.5), rapidement variables, provoquent des oscillations instantanées de la fonction de distribution, en agissant directement sur les électrons. Toutefois, l'accumulation de ces effets provoque également une déformation de cette fonction de distribution beaucoup plus lente. L'échelle de temps typique de cette évolution est comparable avec l'échelle de temps collisionnelle, et est appelé *échelle quasilinéaire*. La modification des paramètres macroscopiques du plasma pendant le chauffage et la génération de courant est précisément le résultat de cette déformation lente. Ce problème contient donc une échelle temporelle rapide (de l'ordre de la période de l'onde) et une échelle temporelle lente (échelle quasilinéaire). De manière similaire, plusieurs échelles spatiales nettement distinctes peuvent être mises en évidence : les grandeurs oscillantes varient sur une échelle spatiale de l'ordre de la longueur d'onde incidente alors que les variations caractéristiques des grandeurs macroscopiques sont typiquement fixées par les dimensions du système étudié, ici le plasma de tokamak.

Il apparaît donc naturel de chercher à séparer ces échelles temporelles et spatiales. Pour la fonction de distribution, on pose

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) \equiv f_0(\mathbf{p}, t) + \delta f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) \tag{2.8}$$

Où f_0 et δf sont respectivement la partie moyenne et la partie oscillante de la fonction de distribution. On suppose que f_0 est homogène, les corrections liées aux faibles inhomogénéités étant uniquement contenues dans δf. Ceci permet d'effectuer le calcul dans le cadre d'un plasma homogène, puis d'inclure ensuite les inhomogénéités faibles comme correction. En d'autres termes, ceci revient à supposer que l'interaction onde-plasma est un phénomène local (contenu dans δf) et qu'à cette échelle spatiale, les variations des grandeurs macroscopiques du plasma sont négligeables.

On fixe les contraintes suivantes sur les moyennes spatio-temporelles de la fonction de distribution et des champs oscillants

$$\langle f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)\rangle = f_0(\mathbf{p}, t), \qquad \langle \delta\mathbf{E}\rangle = \langle \delta\mathbf{B}\rangle = \mathbf{0} \tag{2.9}$$

Dans ces conditions, on peut tirer de (2.5) une équation pour la partie oscillante de la fonction de distribution

$$\begin{aligned}\frac{\partial \delta f}{\partial t} - eE_0\frac{\partial \delta f}{\partial p_\parallel} + \frac{\mathbf{p}}{m_e\gamma}\frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\omega_{ce}}{\gamma}(\mathbf{p}\times\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z})\cdot\frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{p}} - e\left[\delta\mathbf{E} + \frac{\mathbf{p}}{m_e\gamma c}\times\delta\mathbf{B}\right]\cdot\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} = \\ = \hat{C}\delta f + e\left[\left(\delta\mathbf{E} + \frac{\mathbf{p}}{m_e\gamma c}\times\delta\mathbf{B}\right)\cdot\frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{p}} - \left\langle\left(\delta\mathbf{E} + \frac{\mathbf{p}}{m_e\gamma c}\times\delta\mathbf{B}\right)\cdot\frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{p}}\right\rangle\right]\end{aligned} \tag{2.10}$$

$\omega_{ce} \equiv eB_0/m_e c$ est la fréquence cyclotronique électronique locale.

Par construction, $\hat{C}\delta f$ a une contribution négligeable car δf évolue sur une échelle de temps beaucoup plus rapide que l'échelle collisionnelle. Par ailleurs, le terme de droite n'est autre que la composante oscillante de la quantité

$$e\left(\delta\mathbf{E} + \frac{\mathbf{p}}{m_e\gamma c} \times \delta\mathbf{B}\right) \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{p}} \tag{2.11}$$

Ce terme est fondamental car il représente le couplage entre modes d'oscillation de la fonction de distribution et du champ ondulatoire, comme on peut le voir par un développement en modes de Fourier. A ce point, on introduit l'hypothèse à la base de tout le formalisme quasilinéaire, en supposant que l'interaction a lieu exclusivement entre modes de même fréquence et de même nombre d'onde, le couplage entre modes différents étant alors négligé. Ceci autorise la réécriture de l'équation (2.10)

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} - eE_0\frac{\partial \delta f}{\partial p_\parallel} + \frac{\mathbf{p}}{m_e\gamma}\frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\omega_{ce}}{\gamma}(\mathbf{p} \times \hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z}) \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{p}} = e\left[\delta\mathbf{E} + \frac{\mathbf{p}}{m_e\gamma c} \times \delta\mathbf{B}\right] \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} \tag{2.12}$$

La suite du traitement consiste à résoudre (2.12) dans l'espace de Fourier, pour déterminer δf en fonction de f_0. Il s'agit de la réponse linéaire du système à l'effet des ondes. On ré-injecte cette quantité dans l'équation (2.10), qui contient le couplage des modes. Cette procédure est équivalente à un calcul linéaire de l'effet des ondes, tout en autorisant les variations non linéaires de la fonction de distribution. Finalement, on parvient au résultat essentiel de cette partie, à savoir que l'équation de Fokker-Planck peut s'écrire sous la forme d'une équation de diffusion de la fonction de distribution dans l'espace des vitesses [27]

$$\frac{df_0}{dt} = \hat{C}f_0 + \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}}\overline{\overline{\mathbf{D}}}_w\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} \tag{2.13}$$

où le membre de gauche représente la dérivée convective qui s'écrit, en présence du champ électrique statique[3]

$$\frac{df_0}{dt} = \frac{\partial f_0}{\partial t} - eE_0\frac{\partial f_0}{\partial p_\parallel} \tag{2.14}$$

Le premier terme du membre de droite de l'équation (2.13) décrit l'effet des collisions avec les différentes populations, électroniques et ioniques, du plasma. Le second terme est représentatif de l'interaction quasilinéaire onde-plasma et apparaît sous la forme d'un terme diffusif. $\overline{\overline{\mathbf{D}}}_w$ est le *tenseur de diffusion quasilinéaire*, contenant les détails de l'interaction et dont les termes sont fonction notamment de la puissance spectrale de l'onde.

Il est de coutume de poser [10]

$$\mathbf{S}_w \equiv -\overline{\overline{\mathbf{D}}}_w\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} \tag{2.15}$$

où $\mathbf{S}_w$, flux induit par l'onde, est appelé *flux quasilinéaire*. Le tenseur quasilinéaire $\overline{\overline{\mathbf{D}}}_w$ est très complexe. Cette quantité dépend non seulement des caractéristiques de l'onde, mais également de la fonction de distribution et de son gradient. L'équation (2.13) est donc intrinsèquement non linéaire.

[3]En toute rigueur, cette expression présuppose certaines approximations non discutées ici [11].

Après cette présentation rapide de la théorie quasilinéaire, précisons quelques caractéristiques physiques de la diffusion qui lui est associée.

Dans l'équation (2.13), il apparaît que l'évolution de la fonction de distribution est le résultat des effets combinés des collisions et de l'onde. Plus précisément, il s'établit une compétition entre les effets de l'onde, se traduisant par un aplatissement de la fonction de distribution et les effets des collisions tendant au contraire à lui rendre sa forme maxwellienne. Lorsque le coefficient de diffusion associé à l'onde devient très grand, la fonction de distribution s'aplatit dans la région d'absorption et un *plateau quasilinéaire* se forme [26].

Pour illustrer de manière concrète ce phénomène, il est fréquent de considérer l'exemple de l'onde hybride dans le cadre simplifié d'un formalisme 1D, comme proposé par Fisch [10]. L'intérêt principal de cette approximation est de fournir une expression analytique pour la fonction de distribution. Le cas des ondes cyclotroniques électroniques se révèle plus complexe car il est difficile de se doter d'un modèle simple pour le coefficient de diffusion quasilinéaire (voir section 2.3). Dans ce cas, l'équation (2.13) est résolue au moyen d'un code numérique, appelé *code Fokker-Planck*.

La figure 2.2 illustre la fonction de distribution perpendiculaire obtenue pour trois niveaux de la puissance ondulatoire. Le logarithme de la fonction de distribution est tracé en fonction de l'impulsion perpendiculaire normalisée $u_\perp \equiv p_\perp/m_e v_{th}$ pour les électrons d'énergie parallèle $\varepsilon_\parallel = 60$keV (correspondant à $u_\parallel = 5$).

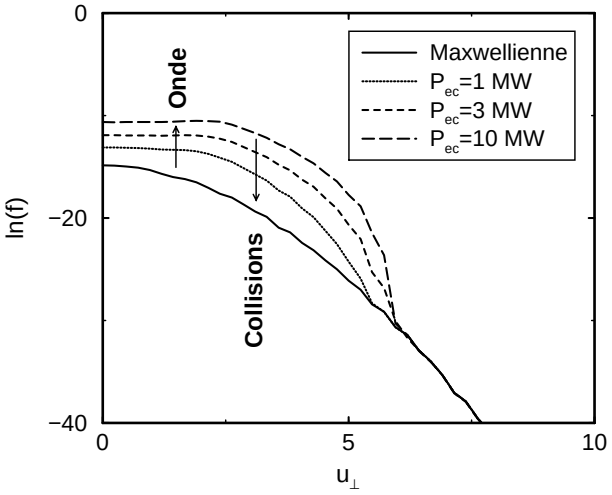


FIG. 2.2 – Fonction de distribution maxwellienne *(ligne continue)* et déformation quasilinéaire pour $P_{ec} = 1$MW *(pointillés)*, $P_{ec} = 3$MW *(tirets courts)* et $P_{ec} = 10$MW *(tirets longs)*, pour $\varepsilon_\parallel = 60$keV ($u_\parallel = 5$). Les principaux paramètres du plasma sont $n_{e0} = 3 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, $T_{e0} = 5$keV et $B_0 = 3.8$T. L'onde est lancée avec un angle de 15° dans la direction toroïdale.

Sur cette figure, la compétition entre collisions coulombiennes et effets ondulatoires apparaît nettement : la fonction de distribution diffère d'autant plus de la maxwellienne que la puissance de l'onde est élevée. La modification maximale est le plateau quasilinéaire au delà duquel une augmentation de la puissance ondulatoire n'entraîne plus de modifi-

cation de la fonction de distribution (phénomène de *saturation quasilinéaire*). En réalité, le problème est compliqué par le fait qu'absorption de l'onde et fonction de distribution sont intimement liés par l'intermédiaire du flux quasilinéaire (2.15). Cette question de la dépendance de l'absorption vis-à-vis du niveau de puissance de l'onde a été notamment étudiée par Krivenski *et al.* [28].

2.1.3 Opérateur de collisions linéarisé à haute vitesse

La complexité de l'opérateur de collisions (2.7) rend très délicat le traitement analytique de l'équation de Fokker-Planck. Il est par conséquent très courant de faire appel à une expression linéarisée de cet opérateur. L'équation ainsi obtenue est appelée *équation de Fokker-Planck linéarisée.* L'argument physique permettant de justifier une telle approximation est que, même dans le cas où la puissance de l'onde est élevée, les déformations de la fonction de distribution sont localisées dans une région réduite de l'espace des impulsions, alors que le corps de la fonction de distribution, contenant la grande majorité des particules, reste maxwellien (voir figure 2.1(b)). Par conséquent, on pose $f \equiv f_m + \tilde{f}$, ce qui permet d'écrire

$$\hat{C}(f, f) \approx \hat{C}(f_m, \tilde{f}) + \hat{C}(\tilde{f}, f_m) \tag{2.16}$$

$\hat{C}(f_m, f_m)$ est nul, puisque la fonction de distribution maxwellienne est à l'équilibre thermodynamique et ne se relaxe plus par collisions.

De la même manière, pour les collisions sur la population ionique

$$\hat{C}(f, f_i) \approx \hat{C}(\tilde{f}, f_i) \tag{2.17}$$

Des conditions initiales et aux limites doivent être données pour définir $\tilde{f}$ de manière univoque. En général, on considère que $\tilde{f}(\mathbf{p}, t = 0) = 0$ et l'on impose que $\tilde{f}(\mathbf{p}, t)$ ne contienne pas de particule ni d'énergie. En d'autres termes, les moments d'ordre 0 et 2 (en $\mathbf{p}$) de $\tilde{f}$ doivent s'annuler.

Comme signalé dans la section 2.1.1, dans le régime considéré (électrons rapides), la fréquence de collision est proportionnelle au cube de l'inverse de la vitesse. Ceci signifie qu'un électron suprathermique est peu collisionnel et, en lui donnant une direction de déplacement privilégiée, il portera un courant jusqu'au moment où il sera thermalisé, c'est à dire $p \approx m_e v_{th}$. En réalité, les détails de la relaxation aux alentours de la vitesse thermique ne sont guère importants, du point de vue du courant. Chaque électron, à cette vitesse, n'en porte en effet qu'une très faible quantité et, en tout état de cause, ce courant ne persiste que pendant un temps très court. En d'autres termes, la quasi-totalité du courant généré est obtenue lorsque l'électron est suprathermique. L'idée est donc d'établir une approximation de l'opérateur de collisions $\hat{C}$ (voir section 2.1.2) valable uniquement pour $p \gg m_e v_{th}$, mais qui permettra, en vertu de la discussion qui précède, d'obtenir le courant généré de manière précise. En revanche, un calcul tel que celui de la conductivité de Spitzer [29] donnera un résultat incorrect, en utilisant cet opérateur dit *haute vitesse* comme l'on pouvait s'y attendre, puisqu'à l'inverse de la génération de courant, ce dernier phénomène implique les électrons thermiques.

A l'aide de ces arguments et de l'expression (2.16), on peut montrer que [10]

$$\hat{C}(f,f) = \nu_e \left[\frac{2}{u^2}\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\gamma^3}{u}\frac{\partial f}{\partial u} + \gamma^2 f \right) + \frac{\gamma}{u^3}\frac{\partial}{\partial \mu}(1-\mu^2)\frac{\partial f}{\partial \mu} \right] \tag{2.18}$$

où $\mathbf{u} \equiv \mathbf{p}/m_e v_{th}$ et $\mu \equiv p_{\|}/p$. $\nu_e \equiv 2\pi e^4 \ln(\Lambda) n_e / m_e^{1/2} T_e^{3/2}$ est la fréquence de collisions. T_e et n_e représentant respectivement la température et la densité électroniques (en unités CGS) et $\ln(\Lambda)$ est le logarithme coulombien.

Le premier terme de cette expression contient l'effet de la diffusion en énergie ainsi que de la décélération due à la friction des électrons rapides sur le corps de la fonction de distribution. Le second décrit la diffusion en angle d'attaque causée par ces mêmes électrons thermiques.

De le même manière, on peut écrire, pour les collisions sur les ions

$$\hat{C}(f,f_i) = \nu_e \frac{Z_i \gamma}{u^3}\left[\frac{\partial}{\partial \mu}(1-\mu^2)\frac{\partial f}{\partial \mu} \right] \tag{2.19}$$

où Z_i est la charge de l'ion majoritaire du plasma. On peut remarquer que ce second opérateur est valable également pour les électrons thermiques, puisque leur mouvement est de toute manière beaucoup plus rapide que celui des ions.

Les collisions entre électrons et ions du plasma se traduisent uniquement par une diffusion en angle d'attaque. Aucun échange d'énergie n'intervient, du fait que le rapport des masses électronique et ionique est très petit.

Une dernière observation concernant cette équation de Fokker-Planck linéarisée est que celle-ci conserve la nature non-négative de f, ainsi que le nombre de particules, à l'instar de sa version générale. En revanche, la forme de l'opérateur de collision à haute vitesse ne conserve plus l'impulsion, ni l'énergie [10]. Physiquement, ceci revient à supposer que les électrons accélérés sont plongés dans un bain thermique constitué par le reste du plasma.

2.1.4 Equations de Langevin

Avant de poursuivre l'étude des effets quasilinéaires sur la fonction de distribution, dans cette section, le formalisme des équations de Langevin [23] est présenté. Elles permettent non seulement d'évaluer le courant obtenu pour une puissance donnée (c'est à dire l'efficacité de génération de courant), mais également d'obtenir une image du processus de génération de courant au cours de la relaxation des électrons excités par l'onde.

Munie de l'opérateur de collisions à haute vitesse discuté dans la section précédente, l'équation de Fokker-Planck (2.13) est une équation linéarisée décrivant la friction dynamique des électrons rapides sur les électrons plus lents, la diffusion en énergie associée, ainsi que la diffusion en angle d'attaque par ces mêmes électrons et par les ions. Dans ces conditions, on peut montrer que le problème se réduit à la résolution d'équations différentielles ordinaires couplées, appelées *équations de Langevin* [23]. Elles s'écrivent sous la forme

$$\begin{cases} \dfrac{du}{dt} = & -\left(\dfrac{\nu_e}{u^3}\right)u + \nu_r \mu \\ \dfrac{d\mu}{dt} = & B(t) + \nu_r \dfrac{1-\mu^2}{u} \end{cases} \tag{2.20}$$

où l'on a posé $\nu_r \equiv eE_0/m_e v_{th}$.

La première équation décrit le ralentissement alors que la seconde décrit la modification de μ. $B(t)$ est un terme stochastique décrit par ses propriétés statistiques [23]

$$\langle B(t)\rangle = -\left(\frac{\nu_e}{u^3}\right)(1+Z_i)\mu \tag{2.21}$$

et

$$\langle B(t)B(t')\rangle = \left(\frac{\nu_e}{u^3}\right)(1+Z_i)(1-\mu^2)\delta(t-t') \tag{2.22}$$

où la moyenne est effectuée sur l'ensemble des réalisations.

En l'état, la présence du terme stochastique implique que la résolution des équations (2.20) doit s'effectuer à l'aide d'un code numérique, par exemple de type Monte-Carlo [30]. Cependant, on s'intéresse ici aux propriétés moyennes de la population électronique rapide, ce que décrivent les *équations de Langevin moyennées*. Plus concrètement, considérons un ensemble de particules situées initialement au point $(u_{\|_0}, u_{\perp_0})$ de l'espace des vitesses. Outre la relaxation collisionnelle, cet ensemble va subir une dispersion, précisément décrite par le terme stochastique de (2.20). En d'autres termes, cette population constitue un nuage électronique. Les équations de Langevin moyennées décrivent la trajectoire du centre de ce nuage, mais pas son élargissement.

L'approche des équations de Langevin devient particulièrement intéressante dans le cas où le champ électrique statique E_0 est nul, autrement dit dans une situation où le courant provient exclusivement de sources non-inductives. On trouve alors que la variable u est non-stochastique et les équations moyennes s'écrivent alors simplement

$$\begin{cases} \dfrac{du}{dt} = -\nu_u u \\[2ex] \dfrac{d\langle\mu\rangle}{dt} = -\nu_\mu\langle\mu\rangle \end{cases} \tag{2.23}$$

où ν_u est la fréquence associée à la décélération

$$\nu_u = \frac{2\gamma^2}{u^3} \tag{2.24}$$

et ν_μ est la fréquence associée à la diffusion en angle d'attaque

$$\nu_\mu = 2(1+Z_i)\frac{\gamma}{u^3} \tag{2.25}$$

L'avantage certain de ces équations est qu'elles peuvent être simplement intégrées numériquement, dans leur version relativiste, et même résolues analytiquement dans le cas classique ($\gamma = 1$). Leur solution permet d'obtenir les trajectoires des électrons, ou plus exactement du centre du nuage électronique, au cours de la relaxation collisionnelle. Pour illustrer ce propos, on a représenté, sur la figure 2.3, le comportement du module de la vitesse au cours du temps, ainsi que de ses composantes parallèle et perpendiculaire. Les paramètres choisis sont caractéristiques d'un plasma de tokamak.

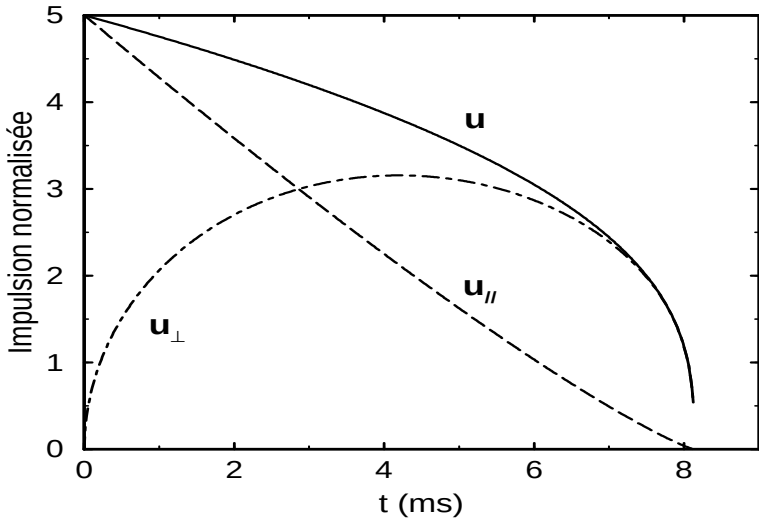


FIG. 2.3 – Illustration de la relaxation collisionnelle. On observe la décroissance monotone de la vitesse électronique (u), ainsi que de sa composante parallèle ($u_\parallel$). La composante perpendiculaire ($u_\perp$) augmente dans un premier temps, avant de décroître.

On peut voir que si la vitesse totale, ainsi que sa composante parallèle, diminuent de manière monotone au cours du temps, la composante perpendiculaire commence par augmenter, avant de diminuer. Ceci signifie que le centre du nuage électronique a une trajectoire en forme d'arc. Cette trajectoire est représentée dans le plan $(u_\parallel, u_\perp)$ sur la figure 2.4. L'élargissement du nuage électronique est symbolisé par plusieurs disques de taille croissante, au fur et à mesure de la relaxation.

Décrivant les trajectoires de relaxation des électrons, les équations de Langevin permettent d'avoir accès à l'efficacité de génération de courant en s'affranchissant de la résolution numérique complète de l'équation de Fokker-Planck (2.13).

Il est possible de démontrer ceci de manière rigoureuse en partant de la fonction de Green de l'équation (2.13) [10] mais nous préférons opter ici pour un raisonnement physique simple permettant d'aboutir à la même conclusion [31].

Tout d'abord, l'accroissement de courant normalisé obtenu par l'action de l'onde sur un électron pendant le temps dt s'écrit

$$\Delta j = \langle u_\parallel(t + dt)\rangle - \langle u_\parallel(t)\rangle \tag{2.26}$$

où $\langle\cdot\rangle$ désigne toujours la moyenne sur les réalisations statistiques. Dans cette expression comme dans ce qui suit, les constantes multiplicatives ont été omises pour des raisons de notation. En réalité, le temps est normalisé au temps de collision $1/\nu_e$, les courants sont normalisés à $en_e v_{th}$ et les puissances à $n_e T_e \nu_e$. Ceci permet d'alléger notablement les expressions obtenues et les constantes physiques seront rétablies au besoin en fin de calcul.

La densité de courant est obtenue par la superposition de ces courants élémentaires, pondérés de la dépense énergétique correspondante à chacun d'entre eux. Par conséquent,

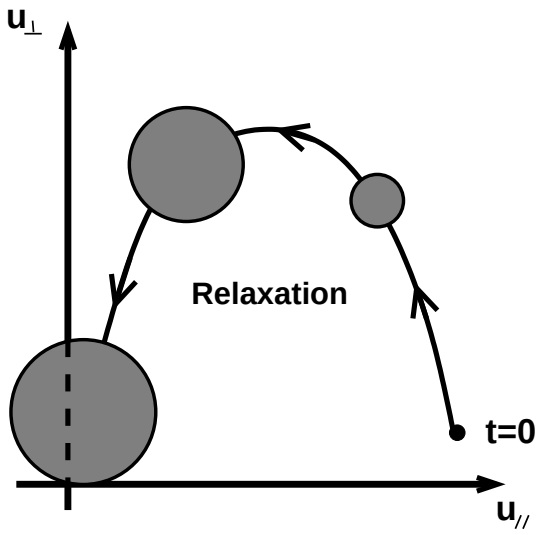


FIG. 2.4 – Trajectoire de relaxation dans le plan $(u_\parallel, u_\perp)$. Les disques grisés symbolisent l'élargissement du nuage électronique *(voir texte)*.

en notant $p(t)dt$ l'énergie ondulatoire effectivement utilisée, on a

$$J(t) = \lim_{dt\to 0} \frac{p(t)dt}{\varepsilon(t+dt) - \varepsilon(t)} \cdot (\langle u_\parallel(t+dt)\rangle - \langle u_\parallel(t)\rangle) \tag{2.27}$$

où ε représente l'énergie de la particule qui est une variable non stochastique, ce qui justifie l'absence de moyenne.

L'action du flux quasilinéaire $\mathbf{S}_w$ pendant le temps dt se traduit par un accroissement $d\mathbf{p} = \mathbf{S}_w dt$ de l'impulsion de la particule, comme on peut le voir par exemple, dans l'équation (2.13). Le courant(2.27) s'écrit par conséquent

$$J(t) = p(t)dt \frac{\mathbf{S}_w \cdot \partial\langle u_\parallel\rangle/\partial\mathbf{p}}{\mathbf{S}_w \cdot \partial\varepsilon/\partial\mathbf{p}} \tag{2.28}$$

Dans le cas où $p(t) = P_w$ est constante, on peut obtenir l'efficacité de génération de courant stationnaire normalisée correspondante en intégrant sur le temps

$$\frac{J}{P_w} = \frac{\mathbf{S}_w \cdot \dfrac{\partial}{\partial\mathbf{p}} \displaystyle\int_0^\infty dt\langle u_\parallel\rangle}{\mathbf{S}_w \cdot \partial\varepsilon/\partial\mathbf{p}} \tag{2.29}$$

A priori, cette expression est compliquée à au moins deux titres :

1. Au numérateur, il reste à évaluer l'intégrale temporelle d'une quantité moyennée. Ce calcul est effectué simplement en remarquant que $\langle u_\parallel\rangle = u\langle\mu\rangle$, puis en utilisant les solutions du système (2.23). Cette intégrale apparaîtra à plusieurs reprises, au cours de cet exposé. Elle est appelée *fonction de réponse*. En particulier, dans le cas non

relativiste ($\gamma = 1$), on obtient la solution suivante, connue sous le nom de fonction de réponse de Fisch-Boozer [31]

$$\chi_0 \equiv \int_0^\infty dt \langle u_\parallel \rangle = \frac{\mu u^4}{2(5 + Z_i)} \tag{2.30}$$

2. On pourra objecter que $\mathbf{S}_w$ est inconnu et dépend fortement de la forme de la fonction de distribution. Par conséquent, il semble encore indispensable de résoudre (2.13) afin d'en tirer le flux quasilinéaire de manière auto-cohérente. Cependant, l'intérêt de considérer l'efficacité est que ce terme apparaît au numérateur et au dénominateur. Donc, seule la direction de $\mathbf{S}_w$ est importante ici, puisque la norme se simplifie, dans cette description où l'on considère des courants élémentaires (non intégrés sur l'impulsion). Or, cette direction est généralement très bien connue [10]. On peut ainsi montrer que pour l'onde hybride $\mathbf{S}_{lh} \propto \hat{\mathbf{e}}_\parallel$. Pour l'onde cyclotronique électronique, $\mathbf{S}_{ec} \propto \hat{\mathbf{e}}_\perp$ (voir section 2.3.2).

A l'aide des équations de Langevin qui décrivent la relaxation des électrons excités par une onde, on peut donc calculer l'efficacité de génération de courant de l'onde hybride basse et de l'onde cyclotronique électronique. Avant ceci, il convient de préciser les caractéristiques de ces dernières. C'est l'objet de la section suivante et dans la dernière section de ce chapitre, les notions qui viennent d'être introduites seront spécifiquement appliquées aux ondes cyclotroniques électroniques.

Signalons enfin que les calculs d'efficacité peuvent s'effectuer de manière mathématique équivalente en utilisant la *méthode de l'adjoint* [32], proposant un calcul direct de la fonction de réponse. Elle est souvent préférée aux équations de Langevin, car d'application plus directe. Toutefois, on a préféré introduire ici ces équations, principalement car la physique sous-jacente apparaît plus clairement que dans le cas de la méthode de l'adjoint. Par ailleurs, cette méthode fera l'objet d'une discussion, plus loin dans cet exposé (voir chapitre 5 ou annexe B).

2.2 Ondes cyclotroniques électroniques dans un plasma

Cette section est dédiée à la présentation de certains aspects élémentaires relatifs à la physique de l'interaction entre les ondes cyclotroniques électroniques et le plasma. La question de la propagation et de l'absorption linéaires a été envisagé par un grand nombre d'auteurs et on pourra se référer en particulier au travail de revue de Bornatici *et al.* [33].

2.2.1 Aspect propagatif

Le problème de la propagation des ondes cyclotroniques électroniques se traite généralement dans le cadre d'un modèle de plasma froid [34]. Cette approximation reste valide tant que $v_\phi \gg v_{th}$ où v_ϕ est la vitesse de phase de l'onde et v_{th} la vitesse thermique électronique et revient, physiquement, à supposer que le mouvement thermique des électrons est lent, au regard des oscillations de l'onde. En particulier, les conditions de validité de cette approximation supposent que le rayon de Larmor est petit devant la longueur d'onde [11]. Dans un tokamak et dans le cas des ondes cyclotroniques électroniques, cette

hypothèse est justifiée. Certains auteurs ont étudié des cas particuliers où l'approximation froide tombait en défaut [35] mais il faut noter qu'il s'agit de conditions assez spécifiques et les caractéristiques de la propagation sont en règle générale décrites de manière très satisfaisante dans le cadre du plasma froid[4].

Une autre remarque est que la fréquence étant choisie de manière à obtenir une résonance avec le mouvement cyclotronique électronique, environ 1832 fois plus grande que la fréquence cyclotronique ionique, aucun échange d'énergie n'est possible entre la population ionique et l'onde. Bien évidemment toutefois, dans un plasma suffisamment dense, les échanges d'énergie collisionnels ion-électron vont se traduire par un chauffage ionique. Il s'agit toutefois d'un effet indirect relevant du transport de la chaleur et non de l'interaction directe entre onde et plasma.

Dans ces conditions, on obtient la fonction de dispersion du plasma en écrivant les équations de Maxwell

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{B} &= \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{E} &= -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \end{aligned} \tag{2.31}$$

Le courant $\mathbf{j}$ s'écrit

$$\mathbf{j} = \sum_{\alpha} Z_\alpha n_\alpha \mathbf{v}_\alpha \approx -e n_e \mathbf{v}_e \tag{2.32}$$

où la somme est effectuée sur les différentes espèces de particules.

Il est nécessaire d'exprimer le courant en fonction des champs électromagnétiques. Autrement dit, on cherche à relier les grandeurs décrivant le plasma à ces champs.

On peut obtenir la relation entre le courant $\mathbf{j}$ et le champ électrique $\mathbf{E}$ dans le cadre de la théorie fluide. L'approximation plasma froid est alors particulièrement utile, car elle coupe la hiérarchie BBGKY à la deuxième équation, la fermeture étant assurée par la condition $T \approx T_e = 0$ [36]. Dans ce cas, l'équation linéarisée du mouvement des électrons s'écrit

$$\frac{d\mathbf{v}_e}{dt} - \frac{e}{m_e c}(\mathbf{B}_0 \times \mathbf{v}_e) = \frac{e}{m_e}\mathbf{E} \tag{2.33}$$

où $\mathbf{B}_0$ est le champ magnétique de confinement et $\mathbf{E}$ le champ électrique ondulatoire.

La solution de cette équation dans l'espace de Fourier-Laplace, injectée dans 2.32 donne une relation tensorielle entre $\mathbf{j}$ et $\mathbf{E}$

$$\mathbf{j} = \bar{\bar{\boldsymbol{\sigma}}}_{froid}\mathbf{E} \tag{2.34}$$

où $\bar{\bar{\boldsymbol{\sigma}}}_{froid}$ est le *tenseur conductivité*.

En considérant les solutions en ondes planes des équations de Maxwell, c'est à dire telles que les quantités fluctuantes varient comme $\exp(i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t))$, on peut tirer de (2.31) et (2.34) une équation de dispersion de la forme

$$\bar{\bar{\boldsymbol{D}}}_{froid}\mathbf{E} = 0 \tag{2.35}$$

[4] A condition toutefois, que l'onde ne s'approche pas de la résonance hybride haute [11].

où $\mathbf{E}$ est le champ de l'onde, $\overline{\overline{\boldsymbol{D}}}_{froid}$ est le tenseur de dispersion dont les composantes sont données par

$$D_{ij,froid} = n^2\left(\frac{k_i k_j}{k^2} - \delta_{ij}\right) + \epsilon_{ij,froid}, \qquad (i,j = x,y,z) \tag{2.36}$$

Dans cette expression, δ_{ij} est le symbole de Kronecker, $n \equiv kc/\omega$ l'indice de réfraction du milieu. On a choisi un système de coordonnées telles que le champ magnétique statique $\mathbf{B}_0$ est selon l'axe $\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z}$ et le vecteur d'onde $\mathbf{k}$ dans le plan $(\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{x}, \hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z})$. $\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}_{froid}$ est le *tenseur diélectrique*, relié au tenseur conductivité $\overline{\overline{\boldsymbol{\sigma}}}_{froid}$ par la relation

$$\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}_{froid} = \overline{\overline{\mathbf{1}}} + \frac{4\pi i}{\omega}\overline{\overline{\boldsymbol{\sigma}}}_{froid} \tag{2.37}$$

Le tenseur diélectrique froid s'écrit alors [34]

$$\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}_{froid} = \begin{pmatrix} S & -iD & 0 \\ iD & S & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix} \tag{2.38}$$

où dans le domaine de fréquence des ondes cyclotroniques électroniques ($\omega \gg \omega_{ci}, \omega_{pi}$), S, D et P sont donnés par

$$\begin{aligned} S &\approx 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} \\ D &\approx -\frac{\omega_{ce}}{\omega}\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} \\ P &\approx 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \end{aligned} \tag{2.39}$$

avec

$$\omega_{pe}^2 \equiv \frac{4\pi n_e e^2}{m_e}, \qquad \omega_{ce} \equiv \frac{eB_0}{m_e c} \tag{2.40}$$

où n_e est la densité électronique, $-e$ la charge de l'électron et m_e sa masse.

La recherche des solutions non triviales de (2.35) permet d'obtenir l'*équation de dispersion* du milieu. Il s'agit d'une équation polynomiale pour l'indice de réfraction $n \equiv kc/\omega$, qui s'écrit sous la forme

$$A_0 n^4 + B_0 n^2 + C_0 = 0 \tag{2.41}$$

Toutefois, dans un un milieu tel qu'un plasma de tokamak, les gradients des paramètres macroscopiques sont dirigés selon la direction perpendiculaire au champ magnétique de confinement. On distingue donc naturellement les directions parallèle et perpendiculaire (au champ de confinement) et le vecteur d'onde peut être décomposé en $\mathbf{k} = k_\parallel \hat{\mathbf{e}}_\parallel + k_\perp \hat{\mathbf{e}}_\perp$. Les variations de la composante parallèle du vecteur d'onde sont principalement déterminées par les caractéristiques du système d'injection de l'onde. Il est donc courant [11] de réécrire l'équation de dispersion sous la forme strictement équivalente d'une équation quadratique pour $n_\perp^2$

$$A n_\perp^4 + B n_\perp^2 + C = 0 \tag{2.42}$$

A, B et C s'expriment en fonction des termes du tenseur diélectrique (2.38) sous la forme

$$\begin{aligned} A &= S \\ B &= RL + PS - n_{\parallel}^2(P+S) \\ C &= P(n_{\parallel}^2 - R)(n_{\parallel}^2 - L) \end{aligned} \tag{2.43}$$

où pour des raisons de commodité de notation, on a introduit les quantités

$$R \equiv S + D = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\frac{\omega}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} \tag{2.44}$$

et

$$L \equiv S - D = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\frac{\omega}{\omega^2 + \omega_{ce}^2} \tag{2.45}$$

Lors de la propagation d'une onde au sein du plasma, celle-ci peut être soumises à des *coupures* et des *résonances* [34]. Dans le cas où $n_{\parallel}$ est imposé, celles-ci sont caractérisées respectivement par[5] $n_{\perp} = 0$ et $n_{\perp} \to \infty$.

Dans le cas particulier d'une propagation perpendiculaire au champ magnétique ($n_{\parallel} = 0$), on obtient deux solutions pour l'indice de réfraction perpendiculaire, qui s'écrivent

$$\begin{cases} n_{\perp,o}^2 = & 1 - X \\ \\ n_{\perp,x}^2 = & 1 - X - \dfrac{XY^2}{1 - X - Y^2} \end{cases} \tag{2.46}$$

avec

$$X \equiv \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}, \qquad Y \equiv \frac{\omega_{ce}}{\omega} \tag{2.47}$$

Les expressions (2.46) définissent deux modes distincts, dont la polarisation est donnée par l'équation (2.35) :

Le mode ordinaire (O) : Son champ électrique est parallèle au champ magnétique de confinement et transverse ($\mathbf{E} \perp \mathbf{k}$). L'examen de la solution correspondante de l'indice de réfraction $n_{\perp,o}$ (2.46) montre que ce mode ne peut se propager pour $\omega_{pe} \geq \omega$ (coupure plasma). Il ne possède pas de résonance, dans le modèle de plasma froid.

Le mode extraordinaire (X) : Le champ électrique est polarisé elliptiquement dans le plan perpendiculaire à $\mathbf{B}_0$. Ce mode possède deux coupures, dites *droite* et *gauche*, définies par

$$\omega_{\pm} = \pm\frac{\omega_{ce}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega_{ce}}{2}\right)^2 + \omega_{pe}^2} \tag{2.48}$$

où le signe + (resp. −) caractérise la coupure droite (resp. gauche).

[5] Les définitions des notions de coupure et résonance dépendent de la géométrie du système [11]. Celles qui ont été finalement adoptées ici sont les plus commodes dans le cas d'un plasma axisymétrique.

Le mode X possède une résonance froide (hybride haute), donnée par

$$\omega_{uh} = \sqrt{\omega_{ce}^2 + \omega_{pe}^2} \tag{2.49}$$

Il existe également une résonance hybride basse [36], mais celle-ci apparaît très en dessous du domaine des fréquences cyclotroniques électroniques et n'interviendra donc pas ici.

Dans le cas d'une propagation oblique, le plasma se présente également comme un milieu biréfringent. La définition d'une nomenclature claire et univoque pour désigner les deux modes a suscité quelques difficultés [34]. La convention que nous utiliserons dans cet exposé consiste à introduire les notions de modes quasi-ordinaire (QO) et quasi-extraordinaire (QX) pour tout angle de propagation, définis par continuité à partir des modes O et X de la propagation perpendiculaire[6].

Leurs indices sont donnés par les expressions [37]

$$\begin{cases} n_{\perp,qo}^2 = & 1 - n_\parallel^2 - X + \dfrac{XY}{2}\dfrac{\Delta - Y(1+n_\parallel^2)}{1-X-Y^2} \\ \\ n_{\perp,qx}^2 = & 1 - n_\parallel^2 - X - \dfrac{XY}{2}\dfrac{\Delta + Y(1+n_\parallel^2)}{1-X-Y^2} \end{cases} \tag{2.50}$$

avec

$$\Delta^2 = (1-n_\parallel^2)^2 Y^2 + 4n_\parallel^2(1-X) \tag{2.51}$$

L'examen des équations (2.50) montre que les modes QX et QO peuvent se confondre dans le cas où $\Delta = 0$. Cette confluence est obtenue pour une densité telle que

$$X_c = 1 + \frac{Y^2}{4n_\parallel^2}(1-n_\parallel^2)^2 \tag{2.52}$$

Pour $X > X_c$, les deux solutions (2.50) sont complexes conjuguées. Toutefois, comme le souligne Brambilla [11], ce cas de figure est assez marginal puisqu'il implique un intervalle de $n_\parallel$ très réduit, au voisinage de $n_\parallel = 1$, ainsi qu'une densité élevée et un champ magnétique bas. Pratiquement, dans un tokamak et dans le cas des ondes cyclotroniques électroniques, ces conditions ne sont jamais réunies.

Sur la figure 2.5 sont représentées les variations de la partie réelle de l'indice de propagation perpendiculaire, en fonction de la fréquence de l'onde pour différentes valeurs de $n_\parallel$. Dans le cas illustré, $\omega_{pe}^2/\omega_{ce}^2 \approx 0.45$. On a indiqué les coupures gauche (-), droite (+) et la résonance hybride haute du mode X, ainsi que la coupure plasma du mode O.

Les deux branches de propagation (ordinaire et extraordinaire) apparaissent et on peut voir que le mode ordinaire se propage pour des fréquences telles que $\omega > \omega_{pe}$. Le mode extraordinaire est propagatif pour $\omega_- < \omega < \omega_{uh}$, évanescent pour $\omega_{uh} < \omega < \omega_+$. Il redevient propagatif lorsque $\omega > \omega_+$.

[6]En toute rigueur, on parle de mode ordinaire (O) et extraordinaire (X) uniquement dans le cas où l'onde se propage perpendiculairement au champ magnétique. Cependant, un abus de langage très courant consiste à omettre le préfixe "quasi".

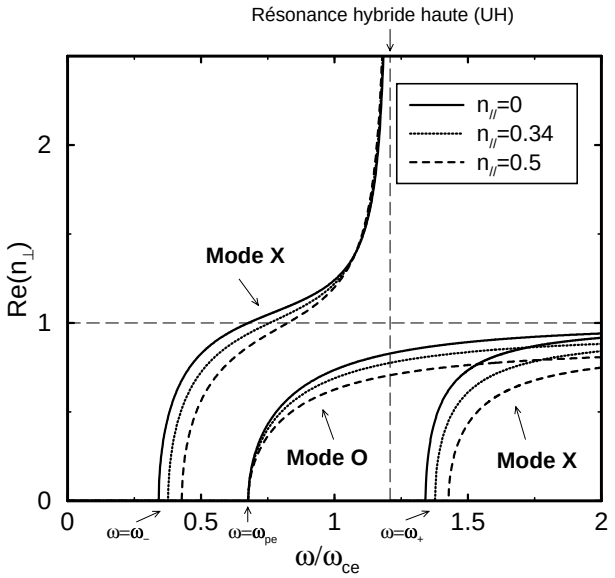


FIG. 2.5 – Indice de propagation perpendiculaire en fonction de la fréquence de l'onde, dans le domaine des ondes cyclotroniques électroniques pour différentes valeurs de $n_{\|}$. Ici, $\omega_{pe}^2/\omega_{ce}^2 \approx 0.45$.

2.2.2 Absorption des ondes

Si l'approximation plasma froid permet de rendre compte de la propagation avec une bonne précision dans la plupart des situations typiques des plasmas de tokamaks, le problème de l'absorption est différent. En effet, comme on a pu le constater dans la section précédente, la résonance cyclotronique n'apparaît pas explicitement dans le modèle froid. En réalité, ce problème provient du fait que, dans l'approximation fluide, le plasma est considéré dans son ensemble, sans distinguer les particules le composant. Or, la résonance cyclotronique est, dans son principe, une interaction entre l'onde et le mouvement des particules. En d'autres termes, elle implique la structure microscopique du plasma. Il convient donc de raffiner la description et on doit utiliser la théorie cinétique (par opposition à la théorie fluide), permettant de rendre compte précisément des phénomènes intervenant à l'échelle particulaire.

Tenseur diélectrique relativiste

Les caractéristiques de l'interaction cyclotronique sont contenues, comme dans le cas du plasma froid, dans le tenseur diélectrique. On le dérive en utilisant la théorie quasilinéaire dont certains aspects ont été discutés dans la section 2.1.2. A l'instar de ce qui précède, on rappellera rapidement les principales étapes de son calcul (pour une discussion plus complète, voir par exemple Brambilla [11] ou Granata et Fidone [38]).

Le point de départ est l'équation quasilinéaire linéarisée (2.12) dans laquelle le couplage entre modes de nombres d'ondes différents a été négligé. La partie oscillante de la fonction

de distribution $\delta f(\mathbf{r},\mathbf{p},t)$ peut être exprimée en fonction de la partie moyenne $f_0(\mathbf{p},t)$, en explicitant la relation entre leurs transformées de Fourier-Laplace (en supposant toujours $\mathbf{B}_0 = B_0\mathbf{e}_z$).

$$\delta\tilde{f}(\mathbf{k},\mathbf{p},\omega) = ie\sum_{n,n'=-\infty}^{\infty}\frac{J_n(\bar{\rho})\exp[i(n-n')\phi]}{\omega+n'\omega_{ce}/\gamma-k_\parallel v_\parallel}\left[\tilde{\mathbf{E}}_\perp\cdot\mathbf{\Pi}_{n',\perp}\hat{L}+\frac{p_\perp}{p_\parallel}\tilde{E}_\parallel\Pi_{n',\parallel}\hat{L}_{n'}\right]\tilde{f}_0(\mathbf{p},\omega) \tag{2.53}$$

Dans cette expression, J_n est la fonction de Bessel d'ordre n, $\bar{\rho}\equiv -k_\perp p_\perp/m_e\omega_{ce}$, $\tilde{\mathbf{E}}=\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{k},\mathbf{p},\omega)$ est la transformée de Fourier Laplace du champ électrique de l'onde. ϕ est l'angle de phase cyclotronique.

$$\hat{L}\equiv\left(1-\frac{k_\parallel p_\parallel}{m_e\gamma\omega}\right)\frac{\partial}{\partial p_\perp}+\frac{k_\parallel p_\perp}{m_e\gamma\omega}\frac{\partial}{\partial p_\parallel} \tag{2.54}$$

$$\hat{L}_n\equiv-\frac{n\omega_{ce}}{\omega}\frac{p_\parallel}{\gamma p_\perp}\frac{\partial}{\partial p_\perp}+\left(1-\frac{n\omega_{ce}}{\gamma\omega}\frac{\partial}{\partial p_\parallel}\right)\frac{\partial}{\partial p_\parallel} \tag{2.55}$$

et

$$\mathbf{\Pi}_n\equiv n\frac{J_n(\bar{\rho})}{\bar{\rho}}\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{x}+i\frac{dJ_n}{d\bar{\rho}}\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{y}+\frac{p_\parallel}{p_\perp}J_n(\bar{\rho})\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z} \tag{2.56}$$

On peut écrire la transformée de la densité de courant $\mathbf{j}$ oscillant associée à δf sous la forme

$$\tilde{\mathbf{j}}(\mathbf{k},\mathbf{p},\omega)=-en_e\int d\mathbf{p}\frac{\mathbf{p}}{m_e\gamma}\delta\tilde{f}(\mathbf{k},\mathbf{p},\omega) \tag{2.57}$$

Cette opération permet, comme dans la section 2.2.1 d'établir une relation tensorielle entre $\mathbf{j}$ et le champ magnétique ondulatoire $\mathbf{E}$. Le tenseur $\bar{\bar{\boldsymbol{\sigma}}}$ reliant ces deux quantités est le tenseur conductivité (voir équation (2.34))

$$\mathbf{j}=\bar{\bar{\boldsymbol{\sigma}}}\mathbf{E} \tag{2.58}$$

Le tenseur diélectrique est obtenu en écrivant la relation (voir équation (2.37))

$$\bar{\bar{\boldsymbol{\epsilon}}}=\bar{\bar{\mathbf{1}}}+\frac{4\pi i}{\omega}\bar{\bar{\boldsymbol{\sigma}}} \tag{2.59}$$

Après transformation de Fourier-Laplace inverse, on obtient l'expression explicite et compacte du tenseur $\boldsymbol{\epsilon}$ [38], appelé *tenseur diélectrique relativiste.*

$$\begin{aligned}\bar{\bar{\boldsymbol{\epsilon}}}=\bar{\bar{\mathbf{1}}}&+\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int d\mathbf{p}\frac{p_\perp\mathbf{\Pi}_n^*\mathbf{\Pi}_n}{\gamma+n\dfrac{\omega_{ce}}{\omega}-\dfrac{n_\parallel p_\parallel}{m_e c}}\hat{L}f_0\\&+\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z}\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z}\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\int d\mathbf{p}\frac{p_\parallel}{\gamma}\left(\frac{\partial}{\partial p_\parallel}-\frac{p_\parallel}{p_\perp}\frac{\partial}{\partial p_\perp}\right)f_0\end{aligned} \tag{2.60}$$

où

$$\bar{\rho}\equiv-\frac{k_\perp p_\perp}{\omega_{ce}m_e},\qquad \gamma\equiv\sqrt{1+\frac{p^2}{m_e c}},\qquad n_\parallel\equiv\frac{ck_\parallel}{\omega} \tag{2.61}$$

Les expressions de $\hat{L}$ et $\mathbf{\Pi}_n$ sont respectivement données par (2.54) et (2.56).

La somme est effectuée sur tous les entiers n. En particulier, $n = 0$ correspond à la résonance Cerenkov, $n = -1$ est la résonance cyclotronique électronique principale, $n = -2, -3, ...$ sont les harmoniques de cette résonance.

Une caractéristique très importante de l'expression (2.60) est la présence du pôle résonnant, qui permet d'évaluer l'intégrale en utilisant la formule de Plemelj

$$\left(\gamma + n\frac{\omega_{ce}}{\omega} - \frac{n_\| p_\|}{m_e c}\right)^{-1} = \mathcal{P}\left(\left[\gamma + n\frac{\omega_{ce}}{\omega} - \frac{n_\| p_\|}{m_e c}\right]^{-1}\right) - i\pi\delta\left(\gamma + n\frac{\omega_{ce}}{\omega} - \frac{n_\| p_\|}{m_e c}\right) \quad (2.62)$$

où $\mathcal{P}$ se réfère à la partie principale.

Il apparaît ainsi clairement que les éléments du tenseur $\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}$ sont complexes et on peut écrire $\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}$ sous la forme d'une somme de deux contributions

$$\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}} = \overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}' + i\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}'' \quad (2.63)$$

avec

$$\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}' = \frac{\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}} + \overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}^\dagger}{2}, \qquad \overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}'' = \frac{\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}} - \overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}^\dagger}{2i} \quad (2.64)$$

où l'on définit les termes du tenseur adjoint par la relation $\epsilon^\dagger_{ij} = \epsilon^*_{ji}$.

$\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}'$ est la partie hermitienne et $\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}''$ la partie anti-hermitienne. On peut montrer que la première caractérise la propagation alors que la seconde caractérise l'absorption [11, 39]. Si $T_e \to 0$, on obtient[7] $\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}'' = 0$ et $\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}' = \overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}_{froid}$. Enfin, une dernière remarque est que, généralement, on constate que $\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}' \approx \overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}_{froid}$, ce qui légitime l'utilisation de l'approximation froide pour décrire la propagation de l'onde [11].

Dans de nombreux cas, et en particulier lorsque la longueur d'onde est grande devant le rayon de Larmor électronique, une simplification supplémentaire est généralement introduite. Il s'agit de l'*approximation des rayons de Larmor finis (F.L.R.)*, qui permet d'écrire

$$\bar{\rho} = 2\pi\frac{\rho_{le}}{\lambda_{ce}} \ll 1 \quad (2.65)$$

où ρ_{le} est le rayon de Larmor électronique et λ_{ce} la longueur d'onde. Cette approximation permet de développer les fonctions de Bessel dans l'expression (2.60) en série de Neumann, ce qui a l'avantage de simplifier considérablement le calcul du tenseur et des quantités qui en découlent.

Une autre conséquence provient directement du développement des fonctions de Bessel. En effet, on peut démontrer [11] que pour les harmoniques $n = 0$ et $n = 1$, le terme principal de la série est d'ordre 1 en $\bar{\rho}$. Pour les harmoniques $n > 2$, ce terme est d'ordre $n-1$. Ceci montre que, lorsque l'approximation des rayons de Larmor finis est bien vérifiée, la contribution des harmoniques décroît très vite avec leur ordre [38]. En termes physiques, ceci signifie que l'absorption sera d'autant moins bonne que l'ordre de l'harmonique considéré est élevé.

[7] On peut d'ailleurs, comme Brambilla [11], employer cette méthode pour obtenir les termes du tenseur froid en considérant les termes du tenseur chaud dans la limite $T \to 0$. Il s'agit d'une procédure différente de celle qui a été employée dans la section 2.2.1 où le plasma était considéré d'emblée comme un fluide.

Relation de résonance relativiste

Comme souligné ci-dessus, les propriétés de l'absorption sont déterminées par la partie anti-hermitienne du tenseur diélectrique relativiste. Comme on peut le voir dans l'équation (2.62), ces termes contiennent une fonction de Dirac dont l'argument détermine *la relation de résonance cyclotronique relativiste* qui prend la forme suivante

$$\gamma - n\frac{\omega_{ce}}{\omega} - k_{\|}v_{\|} = 0 \tag{2.66}$$

Le terme $k_{\|}v_{\|}$ décrit l'effet Doppler longitudinal. En effet, si la propagation n'est pas perpendiculaire au champ magnétique ($k_{\|} \neq 0$), on introduit un angle entre la direction du vecteur champ magnétique, qui est également l'axe le long duquel se déplace l'électron avec la vitesse $v_{\|}$. La fréquence "vue" par l'électron est donc modifiée par cet effet.

Le terme $n\omega_{ce}/\omega$ décrit la giration de l'électron, dont on corrige la masse des effets relativistes. n est l'ordre de l'harmonique excité.

Les effets relativistes inclus dans le calcul du tenseur y introduisent évidemment une difficulté supplémentaire. A ce point, il est donc légitime de s'interroger sur la justification de la correction relativiste de la masse électronique. Fidone, Granata et Meyer [40] ont soigneusement étudié cet effet, en comparant la relation de résonance relativiste

$$\gamma - n\frac{\omega_{ce}}{\omega} - n_{\|}w_{\|} = 0 \tag{2.67}$$

où $\mathbf{w} \equiv \mathbf{p}/m_e c$ et $n_{\|} \equiv k_{\|}c/\omega$.

Et la relation de résonance classique

$$1 - n\frac{\omega_{ce}}{\omega} - n_{\|}w_{\|} = 0 \tag{2.68}$$

Dans ce dernier cas, à $n\omega_{ce}/\omega$ et $n_{\|}$ donnés, on a une seule impulsion parallèle résonnante

$$w_{\|}^{*} = \frac{1 - n\omega_{ce}/\omega}{n_{\|}} \tag{2.69}$$

On peut écrire (2.67) dans la limite faiblement relativiste[8] sous la forme

$$w^2 \approx 2\left[n_{\|}w_{\|} - \left(1 - n\frac{\omega_{ce}}{\omega}\right)\right] \tag{2.70}$$

L'équation (2.68) peut être déduite de (2.67) en négligeant les termes d'ordre w^2. Ceci signifie que la résonance classique est une bonne approximation lorsque w^2 est très petit. Ceci permet, à partir de ces deux équations, d'établir une règle de validité pour l'approximation classique

$$\frac{w^2}{|2n_{\|}(w_{\|} - w_{\|}^{*})|} \ll 1 \tag{2.71}$$

Il est clair que (2.71) n'est par respectée, en propagation perpendiculaire ($n_{\|} \to 0$). il apparaît également que (2.71) devient invalide à la résonance classique ($w_{\|} = w_{\|}^{*}$), quelle que soit la valeur de $n_{\|}$. Ceci signifie que l'approximation classique n'est pas adaptée à la description de l'interaction onde-particule à la résonance.

[8] L'approximation faiblement relativiste consiste à écrire $\gamma \approx 1 + \frac{1}{2}w^2$ et est valide pour des vitesses restant petites devant la vitesse de la lumière.

Courbes de résonance

Dans le cas relativiste, les courbes de résonance entre ondes cyclotroniques électroniques et plasma sont des semi-ellipses dans le plan $(w_\parallel, w_\perp)$ dont l'équation, tirée de (2.67) s'écrit [15]

$$\frac{(w_\parallel - w_{\parallel,0})^2}{\alpha_\parallel^2} + \frac{w_\perp^2}{\alpha_\perp^2} = 1 \tag{2.72}$$

Les expressions pour le centre et les longueurs des demi-axes sont données par

$$\begin{aligned} w_{\parallel,0} &= \frac{n_\parallel (n\omega_{ce}/\omega)}{1 - N_\parallel^2}, \qquad \alpha_\parallel = \frac{\sqrt{N_\parallel^2 + (n\omega_{ce}/\omega)^2 - 1}}{1 - N_\parallel^2} \\ \alpha_\perp &= \frac{\sqrt{N_\parallel^2 + (n\omega_{ce}/\omega)^2 - 1}}{\sqrt{1 - N_\parallel^2}} \end{aligned} \tag{2.73}$$

A l'aide de la relation (2.67), l'énergie des électrons résonnants à ω_{ce} et $n_\parallel$ donnés peut s'écrire sous la forme

$$\varepsilon_{res} = m_e c^2(\gamma - 1) = m_e c^2(n\omega_{ce}/\omega + n_\parallel w_\parallel - 1) \tag{2.74}$$

Ces considérations permettent de décrire le scénario d'absorption des ondes cyclotroniques électroniques par le plasma. Pour ce faire, considérons un cas concret où l'onde est lancée dans le plasma du côté bas champ (ce qui est généralement le cas dans les tokamaks, du fait de contraintes liées à l'encombrement). On peut dès lors distinguer différentes régions traversées par l'onde au cours de sa propagation :

1. $(n\omega_{ce}/\omega)^2 < 1 - n_\parallel^2$: Tout échange d'énergie entre l'onde et le plasma est interdit.
2. $1 - n_\parallel^2 < (n\omega_{ce}/\omega)^2 < 1$: L'onde peut céder son énergie au plasma. L'ellipse de résonance (2.72) se trouve entièrement contenue dans la partie $w_\parallel > 0$ (pour $n_\parallel > 0$) de l'espace des impulsions. L'absorption est alors traditionnellement qualifiée de "up-shifted" (en référence au fait que $\omega > \omega_{ce}$).
3. $(n\omega_{ce}/\omega)^2 > 1$: L'ellipse de résonance s'étend des côtés $w_\parallel > 0$ et $w_\parallel < 0$. Dans ces conditions, l'absorption est qualifiée de "down-shifted". Le point extrême de l'ellipse $w_{\parallel,0} - \alpha_\parallel$ se trouve proche de l'origine (à $n_\parallel > 0$). Dans le cas d'une fonction de distribution fortement décroissante avec l'énergie (comme, par exemple, la maxwellienne) ainsi que pour une large classe de fonctions de distribution [41], on peut s'attendre à ce que l'absorption ait lieu principalement au voisinage de $w_\parallel \approx w_{\parallel,0} - \alpha_\parallel$.

Sur la figure 2.6, l'ellipse de résonance est représentée pour les cas décrits ci-dessus, dans le plan $(u_\parallel, u_\perp)$, pour $n_\parallel = 0.42$ et différentes valeurs de $n\omega_{ce}/\omega$.

L'étude de la forme des courbes de résonance permet de confirmer la nécessité de prendre en compte les effets relativistes. En effet, comme le montre l'équation (2.69), les courbes de résonance pour $\gamma = 1$ sont les droites $w_\parallel = w_\parallel^*$, ce qui est évidemment très différent des ellipses relativistes : la valeur de w résonnante à haute énergie parallèle n'a

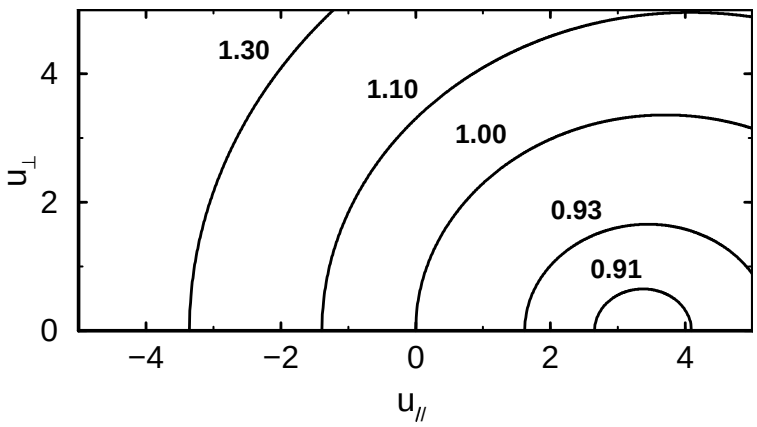


FIG. 2.6 – Courbes de résonance dans l'espace des impulsions pour $n_{\|} = 0.42$ et $T_e = 10$keV. Les valeurs de $n\omega_{ce}/\omega$ correspondant à chaque ellipse sont indiquées.

pas d'équivalent classique. En particulier, dans le cas où $n\omega_{ce}/\omega > 1$, cette valeur est de signe opposé à l'impulsion résonnante classique. C'est un effet que l'on qualifie de "Doppler inverse". Pour les fonctions de distribution traditionnellement rencontrées dans le cas d'un tokamak, toutefois, cet effet est rarement visible puisque très peu d'électrons résonnent à cette impulsion élevée, l'absorption y est souvent négligeable. Toutefois, dans un plasma ténu, ce phénomène peut être à l'origine de la production d'électrons très rapides, appelés *runaways* [11].

2.2.3 Accessibilité dans un tokamak

Dans les machines de fusion actuelles, les conditions d'accessibilité imposent en général d'envoyer les ondes cyclotroniques électroniques depuis le côté extérieur de la machine, appelé aussi côté bas champ (LFS : Low Field Side). Ceci impose des contraintes sur la polarisation et le mode choisi provenant d'une part des caractéristiques de propagation des modes ordinaire et extraordinaire (voir section 2.2.1), d'autre part des caractéristiques de l'absorption (voir section 2.2.2).

Il découle directement de ces dernières qu'il est intéressant d'utiliser les harmoniques d'ordre bas de l'interaction, afin de maximiser l'absorption. Concrètement, le choix de l'harmonique est déterminé par le champ magnétique de confinement. En effet, en propagation perpendiculaire, la relation de résonance s'écrit simplement $\omega = n\omega_{ce} = neB_0/m_e c$. On voit que le rapport entre fréquence de l'onde et intensité du champ magnétique détermine l'harmonique excité.

Par exemple, dans le tokamak Tore Supra [7], la fréquence des ondes cyclotroniques électroniques est 118GHz. Les décharges effectuées en utilisant le champ nominal $B_0 \approx 4$T utilisent le premier harmonique. D'autres expériences utilisent un champ $B_0 \approx 2$T. Dans ce cas, la résonance cyclotronique électronique est obtenue au deuxième harmonique.

L'aspect propagation est plus complexe. Sur la figure 2.7, on a représenté les formes typiques des coupures droite (ω_+), gauche (ω_-), et plasma (ω_{pe}), la résonance hybride

haute (ω_{uh}) et la fréquence cyclotronique (ω_{ce}) dans le plan poloïdal, dans le cas où l'onde est injectée du côté bas champ et se propage perpendiculairement au champ magnétique.

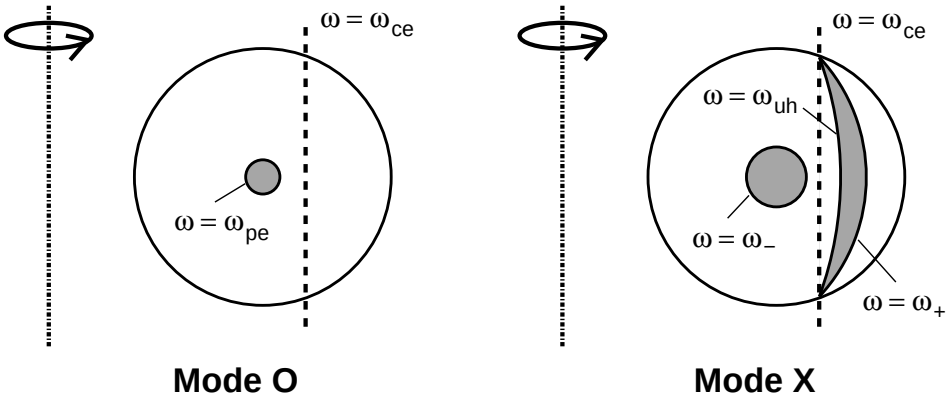


FIG. 2.7 – Coupures et résonances typiques d'un plasma de tokamak dans le cas d'une injection perpendiculaire du côté bas champ. Mode ordinaire *(à gauche)* et mode extraordinaire *(à droite)*.

Une manière très synthétique de se représenter ce problème du choix du mode et de la propagation est le diagramme CMA[9], représenté sur la figure 2.8. Dans le plan (n_e, B^2), on représente les coupures des deux modes, ainsi que la résonance hybride haute. On a fait figurer des exemples typiques de trajectoires des modes O-1 (ordinaire, 1er harmonique), X-1 (extraordinaire, 1er harmonique) et X-2 (extraordinaire, 2ème harmonique) ainsi que les deux premières résonances cyclotroniques $\omega = \omega_{ce}$ et $\omega = 2\omega_{ce}$.

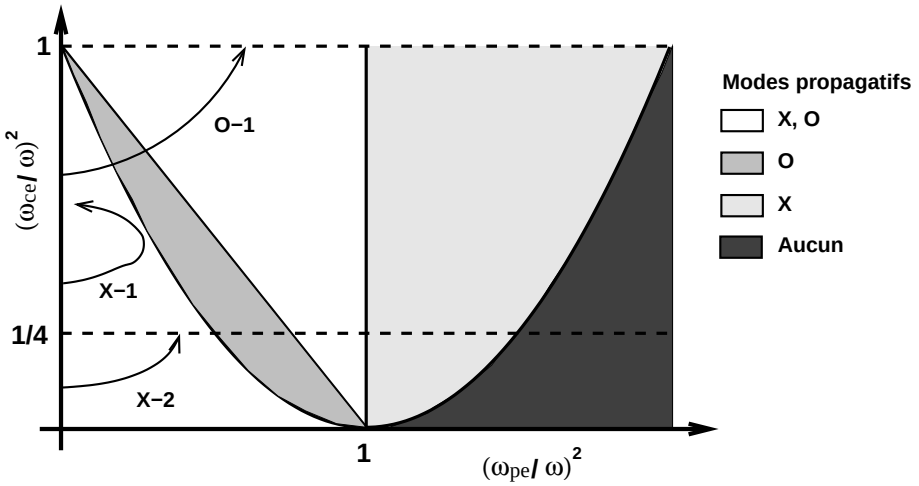


FIG. 2.8 – Diagramme CMA.

[9]Du nom de ses auteurs : Clemmow-Mullaly-Allis.

Les figure 2.7 et 2.8 permettent de dégager les possibilités offertes par chacun des modes :

Mode ordinaire : La seule limitation est la densité, qui éventuellement peut empêcher l'onde de parvenir jusqu'au centre du plasma. Pratiquement, pour les systèmes actuels, cette limitation en densité à l'endroit de la résonance peut s'écrire

$$n_e \lesssim n^2 B_0^2 10^{13} \mathrm{cm}^{-3} \tag{2.75}$$

où le champ magnétique est en Tesla et n représente l'ordre de l'harmonique. Dans les tokamaks actuels, de telles densités sont assez marginales mais ce point doit être considéré pour les études des futurs réacteurs. Le mode O-1 est donc généralement utilisable, moyennant des conditions de champ magnétique appropriées. Le mode O-2 est moins intéressant dans la mesure où son absorption est moindre [33].

Mode extraordinaire : Le premier harmonique du mode extraordinaire n'est pas utilisable dans un schéma où l'onde est injectée du côté bas champ puisqu'il rencontre forcément la coupure droite avant la résonance cyclotronique électronique. La distance entre cette coupure et la résonance hybride haute est trop importante pour autoriser un passage de puissance par effet tunnel. En revanche, on peut atteindre la résonance d'ordre 2 de ce mode sans obstacle. Ce point est particulièrement intéressant dans la mesure où le mode X-2 est très bien absorbé par le plasma [33]. Une limitation en densité existe, imposée par la coupure droite ω_+ et s'écrit, pour $n \geq 2$

$$n_e \lesssim n(n-1) B_0^2 10^{13} \mathrm{cm}^{-3} \tag{2.76}$$

La densité limite fixée par cette contrainte est suffisamment élevée pour ne généralement pas entraîner de conséquence pratique du point de vue de l'opération de la machine, dans les conditions actuelles.

2.2.4 Approximation WKB et tracé de rayons

Dans la section 2.2.2, on a supposé d'emblée que le milieu au sein duquel se propage l'onde est homogène. Il s'agit bien entendu d'une situation idéale puisque les grandeurs caractérisant les plasmas de tokamak (densité, température...) peuvent varier de telle manière que les résultats de la théorie homogène concernant la propagation et l'absorption des ondes seront erronés. Toutefois, l'abandon de l'hypothèse d'homogénéité complique énormément le traitement de l'équation de Boltzmann (2.5). On peut cependant remarquer que les échelles spatiales de variations des différentes grandeurs du plasma sont généralement beaucoup plus grandes que le rayon de Larmor électronique et que la longueur d'onde. Dans ce contexte, il est naturel d'utiliser une hypothèse de variation lente du milieu, en se plaçant dans le cadre de la théorie WKB[10] et en s'appuyant sur les propriétés quasi-optiques de la propagation de l'onde [42, 43]. Du point de vue de l'onde cyclotronique électronique, la théorie WKB est applicable partout en dehors des coupures et des couches de conversion [11, 44]. Cette question a été étudiée par plusieurs auteurs, qui ont comparé les résultats d'une approche de type "full wave" et d'une approche de

[10] WKB, du nom de ses auteurs Wentsel, Kramers et Brillouin.

type “optique géométrique” dans les cas les plus critiques (propagation perpendiculaire). Les résultats des deux méthodes sont généralement en bon accord [45, 46].

Propagation

L'idée de base du calcul est la séparation des quantités variant lentement et des quantités variant rapidement. On pose alors

$$\mathbf{E} \equiv \mathbf{e}\exp(i\psi) \tag{2.77}$$
$$\mathbf{B} \equiv \mathbf{b}\exp(i\psi) \tag{2.78}$$
$$\boldsymbol{\nabla}\psi \equiv \mathbf{k}(\mathbf{r},t) \tag{2.79}$$
$$\frac{\partial\psi}{\partial t} \equiv -\omega(\mathbf{r},t) \tag{2.80}$$

Dans ces équations, $\mathbf{e}$, $\mathbf{b}$, ω et $\mathbf{k}$ sont supposés varier lentement, tant spatialement que temporellement. ψ est la *fonction eikonale* de la théorie WKB [42, 43].

Les équations de Maxwell s'écrivent

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{B} &= \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} \\ \boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{E} &= -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \\ \boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{B} &= 0 \\ \boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{E} &= 4\pi\rho \end{aligned} \tag{2.81}$$

$\mathbf{j}$ et ρ sont respectivement la densité de courant et la densité de charges au sein du plasma.

Ce système peut être fermé par la relation (2.58) reliant le courant au champ électrique. Dans le cas d'un milieu faiblement absorbant, les termes du tenseur diélectrique vérifient[11] $|\epsilon'| \gg |\epsilon''|$. Plus précisément, en introduisant le petit paramètre δ et en supposant que les termes (ϵ''_{ij}) sont d'ordre δ devant les termes (ϵ'_{ij}), on peut développer les quantités $\mathbf{e}$ et $\mathbf{b}$ selon les puissances successives de δ. L'équation d'ordre 0 peut alors être déduite de (2.81) et écrite sous la forme

$$\frac{\mathbf{k}\times(\mathbf{k}\times\mathbf{e}_0)}{\omega} + \frac{\omega}{c^2}\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}'\,\mathbf{e}_0 = 0 \tag{2.82}$$

ou de manière équivalente

$$\overline{\overline{\mathbf{D}}}'\mathbf{e}_0 \equiv \left[\frac{c^2}{\omega^2}\mathbf{k}\mathbf{k} - \frac{k^2c^2}{\omega^2}\overline{\overline{\mathbf{1}}} + \overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}'\right]\mathbf{e}_0 = 0 \tag{2.83}$$

L'expression $\det(\overline{\overline{\mathbf{D}}}') = 0$ n'est autre que la relation de dispersion sans pertes (puisque seule la partie hermitienne du tenseur diélectrique intervient) et s'écrit donc

$$\det\overline{\overline{\mathbf{D}}}' = D'(\omega,\mathbf{k},\mathbf{r},t) = 0 \tag{2.84}$$

[11] Il s'agit en réalité d'une approximation nécessaire à la validité de la théorie WKB car si elle était mise en défaut, cela signifierait que l'onde est absorbée dans un volume très restreint (de l'ordre de la longueur d'onde), ce qui contredit l'hypothèse de variation lente de l'amplitude du champ électrique.

Cette équation implicite peut être également mise sous la forme

$$\omega = \Omega(\mathbf{k}, \mathbf{r}, t) \tag{2.85}$$

On peut alors établir, à partir de (2.79) et (2.80) que

$$\boldsymbol{\nabla}\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\partial\mathbf{k}}{\partial t} = -\boldsymbol{\nabla}\omega \tag{2.86}$$

D'où l'on déduit, en utilisant (2.85)

$$\frac{\partial\mathbf{k}}{\partial t} + \left(\frac{\partial\Omega}{\partial\mathbf{r}}\right)_{\mathbf{k}} + \left(\frac{\partial\Omega}{\partial\mathbf{k}}\right)_{\mathbf{r}} \cdot \frac{\partial\mathbf{k}}{\partial\mathbf{r}} = 0 \tag{2.87}$$

On introduit le concept de rayons en définissant la vitesse de groupe $\mathbf{v}_g$ permettant de caractériser la propagation de l'énergie d'un paquet d'onde dans le plasma inhomogène.

$$\mathbf{v}_g = \frac{\partial\omega}{\partial\mathbf{k}} = \left(\frac{\partial\Omega}{\partial\mathbf{k}}\right)_{\mathbf{r}} \tag{2.88}$$

Il vient

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}_g = \left(\frac{\partial\Omega}{\partial\mathbf{k}}\right)_{\mathbf{r}} \tag{2.89}$$

Et aussi

$$\frac{d\mathbf{k}}{dt} = \frac{\partial\mathbf{k}}{\partial t} + \mathbf{v}_g \cdot \frac{\partial\mathbf{k}}{\partial\mathbf{r}} = -\left(\frac{\partial\Omega}{\partial\mathbf{r}}\right)_{\mathbf{k}} \tag{2.90}$$

En utilisant à nouveau (2.84), les trajectoires des rayons peuvent être écrites comme suit

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathbf{r}}{dt} = & -\dfrac{\partial D'/\partial\mathbf{k}}{\partial D'/\partial\omega} \\[2ex] \dfrac{d\mathbf{k}}{dt} = & \dfrac{\partial D'/\partial\mathbf{r}}{\partial D'/\partial\omega} \end{cases} \tag{2.91}$$

où D' représente la relation de dispersion du plasma en l'absence de pertes.

Absorption

Le problème de l'absorption de l'onde au cours de son trajet dans le plasma n'a pas été pris en compte, jusqu'ici. Pour le traiter, on peut remarquer tout d'abord, en écrivant l'expression de l'énergie électromagnétique

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}\Re(\mathbf{E} \times \mathbf{B}^*) \tag{2.92}$$

et en considérant les expressions (2.77), (2.78) et (2.79) que pour un champ WKB, l'amortissement de l'onde est proportionnel à la quantité

$$\exp\left(-2\int \mathbf{k}''d\mathbf{r}\right) \tag{2.93}$$

où $\mathbf{k}''$ représente la partie imaginaire du vecteur d'onde $\mathbf{k}$ et où l'intégration est effectuée le long de la trajectoire de l'onde.

En utilisant à nouveau $\mathbf{v}_g$ la vitesse de groupe de l'onde, le terme à l'intérieur de l'exponentielle peut être transformé, à l'aide de la relation (2.89) en

$$\int \mathbf{k}'' \cdot d\mathbf{r} = \int \mathbf{k}'' \cdot \mathbf{v}_g dt = \int \mathbf{k}'' \cdot \frac{\mathbf{v}_g}{v_g} ds \tag{2.94}$$

où ds est un élément de longueur le long de la trajectoire du rayon.

La relation de dispersion générale (c'est à dire incluant les effets dissipatifs) comporte une partie imaginaire et on peut l'écrire $D \equiv D' + iD'' = 0$. A ce point, il est utile de se souvenir que l'approximation WKB impose un faible amortissement sur une longueur d'onde. Ceci signifie que la condition $|D''| \ll |D'|$ doit être vérifiée, de même que $|\mathbf{k}''| \ll |\mathbf{k}'|$. On peut alors écrire le développement

$$D(\mathbf{k}, \mathbf{r}, \omega) \approx D'(\mathbf{k}', \mathbf{r}, \omega) + iD''(\mathbf{k}', \mathbf{r}, \omega) + i\mathbf{k}'' \cdot \frac{\partial D'}{\partial \mathbf{k}'}(\mathbf{k}', \mathbf{r}, \omega) = 0 \tag{2.95}$$

Ce qui donne, pour la partie imaginaire

$$D''(\mathbf{k}', \mathbf{r}, \omega) + \mathbf{k}'' \cdot \frac{\partial D'}{\partial \mathbf{k}'}(\mathbf{k}', \mathbf{r}, \omega) = 0 \tag{2.96}$$

L'absorption de l'onde est donnée par le produit scalaire $\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{v}_g$ de l'équation (2.94) qui, en utilisant (2.91)), peut être écrit

$$\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{v}_g = -\mathbf{k}'' \cdot \frac{\partial D'/\partial \mathbf{k}'}{\partial D'/\partial \omega} = \frac{D''}{\partial D'/\partial \omega} \tag{2.97}$$

Finalement

$$\mathbf{k}'' \cdot \frac{\mathbf{v}_g}{v_g} = \frac{D''(\omega, \mathbf{k}')}{|\partial D'/\partial \omega|} \tag{2.98}$$

Cette discussion permet d'introduire le principe du tracé de rayon, outil couramment utilisé dans la simulation de l'interaction entre ondes cyclotroniques électroniques et plasma. Consistant à discrétiser le faisceau de l'onde en un ensemble de rayons, cet outil est utilisable tant que ces rayons peuvent être considérés comme indépendants. Lorsque la section du faisceau devient trop faible (de l'ordre de la longueur d'onde), une description globale du faisceau est nécessaire [47, 48].

L'idée à la base du tracé de rayon est de calculer la relation de dispersion de l'onde en plasma froid, ce qui permet d'intégrer les équations (2.91) décrivant les trajectoires des rayons au cours de leur propagation. Tout au long de ces trajectoires, la relation de dispersion incluant les effets chauds autorise une description de l'absorption. Plus précisément, la relation de dispersion s'écrit, dans le cas général

$$\begin{aligned} &\epsilon_{11} n_\perp^4 + 2n_\parallel \epsilon_{13} n_\perp^3 + n_\perp^2 (\epsilon_{13}^2 + n_\parallel^2 \epsilon_{11} - \epsilon_{11}\epsilon_{22} - \epsilon_{12}^2 + n_\parallel^2 - \epsilon_{11}\epsilon_{33}) \\ &\quad + 2n_\parallel n_\perp (n_\parallel^2 \epsilon_{13} - \epsilon_{13}\epsilon_{22} + \epsilon_{12}\epsilon_{23}) + \epsilon_{11}\epsilon_{23}^2 - \epsilon_{22}\epsilon_{23}^2 + 2\epsilon_{12}\epsilon_{13}\epsilon_{23} \\ &\quad + n_\parallel^2 (\epsilon_{13}^2 - \epsilon_{23}^2) + n_\parallel^2 \epsilon_{33} (n_\parallel^2 - \epsilon_{11} - \epsilon_{22}) + \epsilon_{33}(\epsilon_{12}^2 + \epsilon_{11}\epsilon_{22}) = 0 \end{aligned} \tag{2.99}$$

Ainsi, à un temps donné, l'équation (2.99) est écrite en remplaçant les termes (ϵ_{ij}) par leur expression froide. On aboutit alors à l'équation (2.42) qui permet de calculer les trajectoires des rayons en utilisant (2.91). Le description de l'absorption est, là encore, nettement plus délicate puisque l'équation de dispersion incluant les effets chauds est transcendante en $n_\perp$. Ceci provient du fait que l'argument des fonctions de Bessel apparaissant dans le tenseur diélectrique dépend lui même de l'indice de propagation. Afin de contourner cette difficulté, on suppose $n_\perp \approx n_{\perp,froid}$ dans l'argument de ces fonctions. Ceci permet d'utiliser l'équation (2.99) pour en tirer un indice de propagation $n_\perp$ imaginaire. L'utilisation courante d'un code de tracé de rayons permet de confirmer que, généralement, $n_{\perp,froid} \approx \Re(n_{\perp,chaud})$, ce qui valide la méthode utilisée.

Pour illustrer d'un cas concret le principe du tracé de rayon, on considère un cas typique du tokamak Tore Supra. Le faisceau est issu de l'antenne, située du côté bas champ de la machine, et est envoyé avec un angle toroïdal $\phi_t = 20°$ et un angle poloïdal $\theta_p = 10°$. La température et la densité centrale sont respectivement $T_{e0} = 5$keV et $n_{e0} = 4 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$. On utilise ici le deuxième harmonique du mode extraordinaire, à une fréquence de 118GHz, le champ magnétique au centre du plasma étant $B_0 = 2$T. Sur la figure 2.9, on a représenté la projection, dans les plans poloïdaux et toroïdaux, des trajectoires de huit rayons permettant, dans une certaine mesure, de simuler les caractéristiques (divergence, largeur...) du faisceau réel.

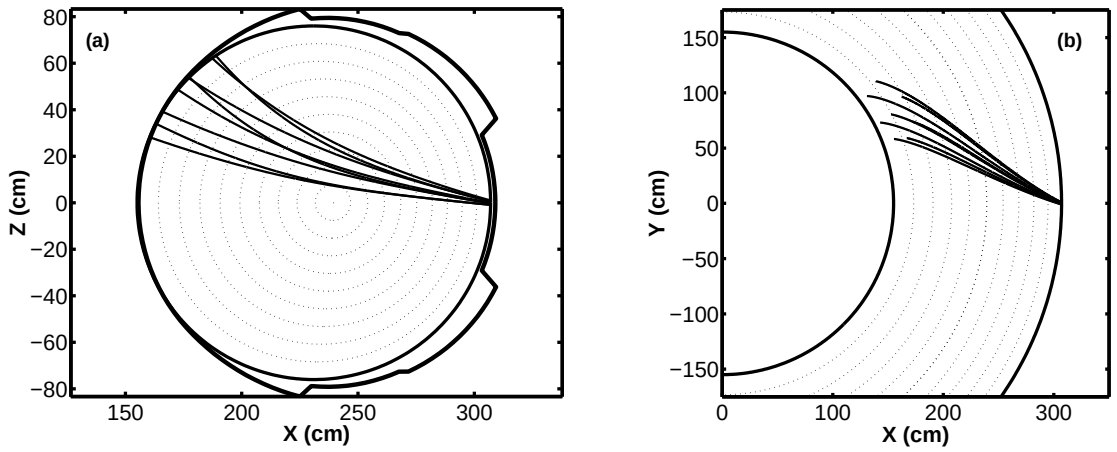


FIG. 2.9 – Exemple de trajectoires de huit rayons : *(a)* Projection poloïdale *(b)* Projection toroïdale. Le plasma cible est tel que $n_{e0} = 4 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, $T_{e0} = 5$keV, $B_0 = 2$T. Le faisceau simulé est caractérisé par $\phi_t = 20°$ et $\theta_p = 10°$. Le mode choisi est extraordinaire et résonne au deuxième harmonique de la résonance cyclotronique électronique.

Sur la figure 2.10, la puissance absorbée par le plasma correspondant à ces conditions est présentée, en fonction du rayon normalisé du plasma. Pour les paramètres choisis, l'absorption est totale et se situe à mi-rayon. La calcul de la puissance absorbée a été effectué en utilisant 250 rayons pour simuler le faisceau. La puissance totale est $P_{ec} = 350$kW.

On peut remarquer en particulier que le dépôt de puissance est bien localisé, ce qui constitue un atout majeur des ondes cyclotroniques électroniques. D'autre part, on peut

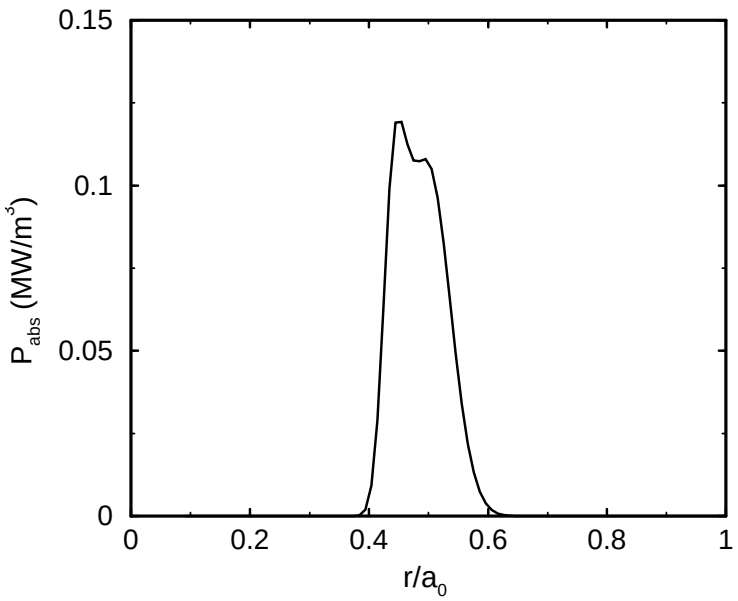


FIG. 2.10 – Puissance absorbée (en MW/m^3) pour les paramètres de la figure 2.9 en fonction du petit rayon normalisé. Dans les conditions choisies, l'absorption de l'onde par le plasma est totale et se situe à mi-rayon. On a $P_{ec} = 350$kW.

souligner que les observations expérimentales sont en général très bien comprises dans le cadre d'une description de la propagation et de l'absorption des ondes cyclotroniques électroniques telle que proposée ci-dessus [15].

2.3 Chauffage et génération de courant par ondes cyclotroniques électroniques

Après l'introduction du problème du chauffage et de la génération de courant par ondes électroniques (section 2.1) puis la présentation des principales caractéristiques des ondes cyclotroniques électroniques dans un plasma de tokamak (section 2.2), le but de cette partie sera de relier les concepts de ces deux sections pour parvenir au sujet principal de ce chapitre : le chauffage et la génération de courant par ondes cyclotroniques électroniques.

2.3.1 Mécanisme de base

La manière la plus intuitive de générer un courant dans la direction toroïdale par l'intermédiaire d'une onde est de mettre à profit l'interaction onde-plasma pour transférer de l'impulsion parallèle aux électrons. En réalité, ce transfert d'impulsion n'est pas le mécanisme dominant[12]. La génération de courant repose en effet principalement sur la

[12]Pour l'onde cyclotronique électronique, ce mécanisme est quasiment inexistant. Pour l'onde hybride basse, il contribue pour environ un quart à la génération de courant.

création d'une résistivité asymétrique dans la direction toroïdale. Ceci explique que les ondes cyclotroniques électroniques peuvent, au même titre que l'onde hybride, générer du courant de manière efficace, même si l'interaction a lieu dans la direction perpendiculaire [31].

Plus précisément, la génération de courant par ondes cyclotroniques électroniques s'appuie sur le fait que, poussant un électron d'une position de l'espace des vitesses (**1**) vers une position (**2**) (voir figure 2.11), on obtient un chemin de relaxation plus long. La contribution de l'électron au courant total est donc plus importante. L'utilisation d'un spectre asymétrique en $p_{\|}$ rend possible une excitation différentielle des électrons à $p_{\|} > 0$ et $p_{\|} < 0$, le bilan étant alors un courant généré dans la direction toroïdale.

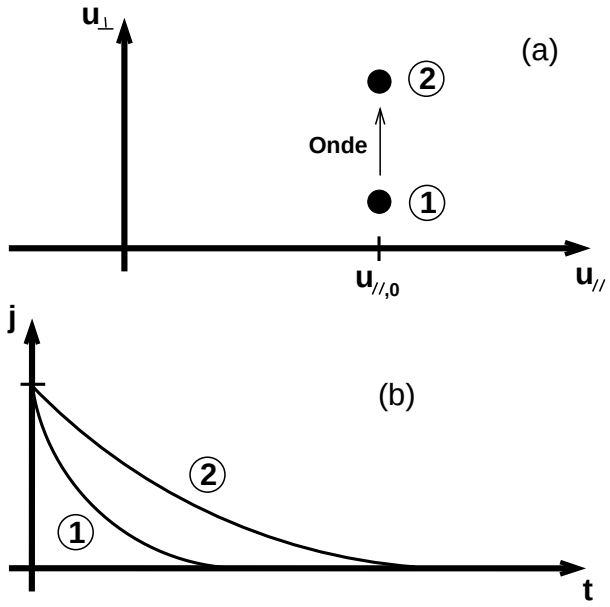


FIG. 2.11 – Mécanisme de chauffage et de génération de courant par ondes cyclotroniques électroniques. L'interaction a lieu dans la direction perpendiculaire. *(a)* L'électron est poussé de **(1)** vers **(2)** ; *(b)* Le courant élémentaire porté par cet électron au cours de sa relaxation est plus élevé dans la position **(2)** que dans la position **(1)**.

Concrètement, un spectre asymétrique est obtenu en orientant le système d'injection d'onde de manière a introduire un angle non normal entre la direction toroïdale et le vecteur d'onde. Les ondes cyclotroniques électroniques ayant une propagation de type quasi-optique (voir section 2.2.4), on utilise souvent un système de miroirs orientables, comme sur le tokamak Tore Supra. De cette façon, on peut obtenir $k_{\|} > 0$ ou $k_{\|} < 0$ et ainsi choisir le sens du courant non-inductif (co- ou contre-courant), en imposant un angle non normal entre $\mathbf{k}$ et $\mathbf{B}_0$. Ce principe est schématisé sur la figure 2.12 où le tokamak est représenté de dessus, ainsi que le système de miroirs orientables. La situation **(1)** correspond à un cas de chauffage du plasma (l'onde est envoyée perpendiculairement au champ magnétique de confinement), la situation **(2)** correspond à un cas de génération de courant.

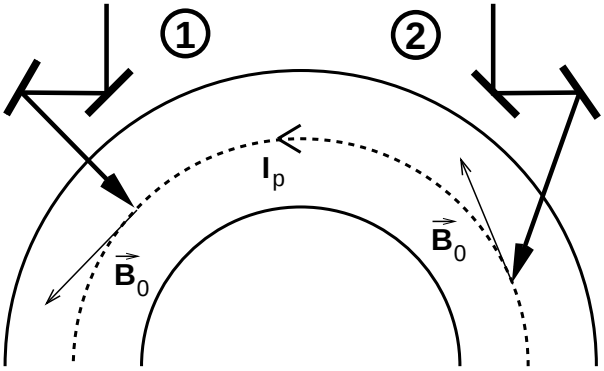


FIG. 2.12 – Principe du chauffage (situation **(1)**) et de la génération de courant (situation **(2)**) par utilisation d'un système de miroirs orientables pour l'injection des ondes cyclotroniques électroniques.

Cette souplesse d'utilisation est un avantage des ondes cyclotroniques électroniques et, additionnée à la bonne localisation du dépôt de puissance, elle peut notamment être mise à profit pour de nombreuses applications [15, 49, 50].

2.3.2 Coefficient de diffusion quasilinéaire

Dans la section 2.1.2, on a montré que l'approximation quasilinéaire de l'équation de Fokker-Planck permettait de décrire la modification de la fonction de distribution sous l'effet des collisions et des ondes radiofréquence en terme de diffusion dans l'espace des vitesses. Calculer le courant généré par les ondes cyclotroniques électroniques nécessite la connaissance de cette fonction de distribution [51], dont on décrit l'évolution en résolvant l'équation (2.13). Outre l'opérateur de collisions (voir section 2.1.3), il est nécessaire de se doter d'une expression du coefficient de diffusion pour les ondes.

La dérivation complète de ce coefficient de diffusion [40] est au delà des objectifs de cette partie introductive et cet aspect sera précisé dans le chapitre 4. L'idée principale est de subdiviser le faisceau ondulatoire en un ensemble de rayons indépendants dont on suppose que les champs électromagnétiques n'interfèrent pas, dans le cadre de l'approximation quasi-optique. De cette manière, on peut utiliser les équations des rayons (2.91) et (2.98) pour déterminer leurs trajectoires et la puissance absorbée le long de ces trajectoires. L'introduction d'une moyenne sur les rayons permet ensuite d'obtenir l'équation pour le faisceau complet [52]. Finalement, on peut établir, pour la variation de la fonction de distribution associée aux ondes cyclotroniques électroniques, l'expression

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{ec} = \frac{1}{p_\perp}\left(\frac{n\omega_{ce}}{\omega}\frac{\partial}{\partial p_\perp} + \frac{p_\perp}{m_e c}\frac{\partial}{\partial p_\parallel}n_\parallel\right)p_\perp D_{ec}\left(\frac{n\omega_{ce}}{\omega}\frac{\partial}{\partial p_\perp} + \frac{p_\perp n_\parallel}{m_e c}\frac{\partial}{\partial p_\parallel}\right)f \qquad (2.100)$$

où $n_\parallel$ est la valeur résonnante de l'indice de réfraction parallèle

$$n_\parallel = \frac{m_e c}{p_\parallel}\left(\gamma - n\frac{\omega_{ce}}{\omega}\right) \tag{2.101}$$

Les caractéristiques de l'onde (puissance, polarisation) et la géométrie des surfaces magnétiques sur lesquelles elle est absorbée sont entièrement contenues dans le facteur D_{ec} [40] qui s'écrit

$$D_{ec} = D_0(n_\parallel)\exp\left(-2\int d\mathbf{r}\cdot\mathbf{k}''\right) \tag{2.102}$$

Le terme dans l'exponentielle represénte l'absorption de l'onde par le plasma, l'intégrale étant effectuée sur la la trajectoire du rayon. $\mathbf{k}'' = \mathbf{k}''(\mathbf{r}, n_\parallel)$ représente la partie imaginaire du vecteur d'onde (voir section 2.2.4). L'expression de $D_0(n_\parallel)$ n'est pas présentée ici, mais est représentative du spectre, ainsi que de la puissance de l'onde.

On peut examiner les caractéristiques physiques de la diffusion quasilinéaire en remarquant que, d'après l'équation (2.100), la direction de la diffusion est donnée par le vecteur

$$\mathbf{d} = \mu_{th}^{-1/2} n_\parallel u_\perp \hat{\mathbf{e}}_\parallel + n\frac{\omega_{ce}}{\omega}\hat{\mathbf{e}}_\perp \tag{2.103}$$

où, à nouveau, $n_\parallel$ correspond à la valeur de résonance (2.101) et $\mu_{th} \equiv (c/v_{th})^2$.

Il apparaît que, pour $n_\parallel = 0$, on obtient une diffusion parfaitement perpendiculaire et symétrique en $u_\parallel$. Par conséquent, aucun courant n'est généré et l'onde contribue au chauffage du plasma. En revanche, dans le cas $n_\parallel \neq 0$, les chemins de diffusion ont une composante parallèle. Ainsi, sur la figure 2.13, on a représenté quelques iso-contours du coefficient de diffusion quasilinéaire pour les ondes cyclotroniques électroniques, calculé à partir de l'expression (2.102), ainsi que les lignes de diffusion associées et la déformation de la fonction de distribution résultante.

Dans ce cas, le faisceau est envoyé en mode ordinaire avec un angle de 20° dans la direction toroïdale. La surface magnétique considérée est caractérisée par $n\omega_{ce}/\omega \approx 0.87$ (upshift). On peut voir que, dans ce cas, un accroissement de l'énergie perpendiculaire des électrons s'accompagne d'un accroissement de leur énergie parallèle [52].

2.3.3 Effets toroïdaux

Dans un tokamak, les *effets d'électrons piégés* causent une dégradation de l'efficacité de génération de courant, en général [19]. Egalement appelés *effet toroïdaux*[13], ils sont un élément important pour l'ECCD et seront discutés dans cette section.

Dans une machine de forme torique, le champ magnétique de confinement varie comme l'inverse de la distance à l'axe magnétique, ce qui entraîne le piégeage de certains électrons[14] possédant une quantité de mouvement parallèle insuffisante pour effectuer une rotation toroïdale complète. Ces particules rencontrent alors des miroirs magnétiques et rebroussent chemin. Elles sont donc soumises à un mouvement de rebond incessant.

[13] En vertu du fait qu'ils n'apparaissent pas dans une description cylindrique de l'équilibre du plasma.
[14] Le phénomène existe également pour les ions, mais se situe en dehors du sujet de cet exposé.

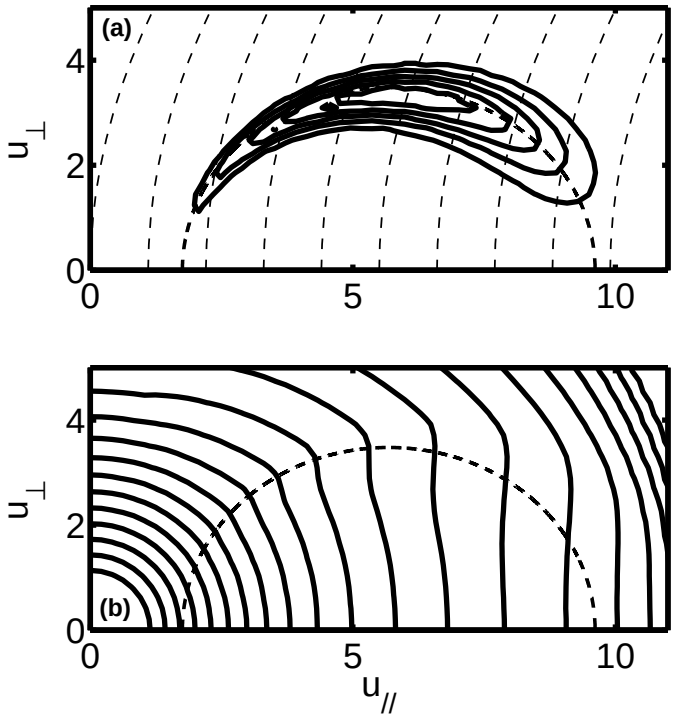


FIG. 2.13 – *(a)* Iso-contours du coefficient de diffusion quasilinéaire associé aux ondes cyclotroniques électroniques. Les courbes en tirets représentent les chemins de diffusion. *(b)* Contours de la fonction de distribution déformée. L'ellipse de résonance pour le rayon central du faisceau est représentée en pointillés.

Les électrons piégés sont contenus dans un cône de l'espace des vitesses pour une surface magnétique donnée, dont la limite est donnée par [53]

$$\frac{u_\parallel^2}{u^2} < \frac{2\zeta}{1+\zeta} \tag{2.104}$$

où $\zeta \equiv r/R_0$ est l'inverse du rapport d'aspect de la surface magnétique, avec r son rayon et R_0 le grand rayon du plasma.

On peut montrer que le mouvement de rebond des électrons entre deux miroirs magnétiques est, dans les régimes collisionnels typiques des tokamaks (banane et plateau), caractérisé par une constante de temps largement inférieure à l'échelle de temps collisionnelle et *a fortiori*, à l'échelle de temps quasilinéaire. On en déduit donc que les électrons du cône de piégeage sont incapables de participer au courant toroïdal ; toute déformation de la fonction de distribution privilégiant une direction parallèle donnée est immédiatement symétrisée.

Les effets d'électrons piégés sont importants dans le cadre de l'ECCD, puisque la diffusion quasilinéaire associée aux ondes cyclotroniques électroniques s'effectue parallèlement à $p_\perp$ et dans le sens des vitesses croissantes. Ceci a plusieurs conséquences potentielles,

comme illustré sur la figure 2.14.

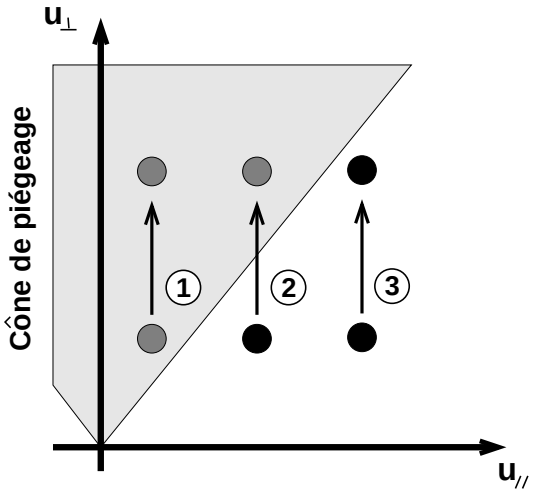


FIG. 2.14 – Effet des électrons piégés. Dans la situation **(1)**, l'électron ne participe pas au courant. A l'inverse, dans la situation **(3)**, il est en mesure de contribuer au courant toroïdal. Dans le cas **(2)**, l'électron est poussé dans le cône de piégeage et perdu pour la génération de courant.

Il apparaît qu'exciter un électron du cône de piégeage en vue de générer du courant est inutile (situation **(1)**). Dans le cas **(3)**, l'électron participe effectivement au courant. La situation **(2)** est un peu plus compliquée. L'électron a été poussé par les ondes dans la zone de piégeage, ce qui *a priori*, se traduit par une perte sèche pour le courant non inductif. Toutefois, il est important de remarquer qu'une telle explication est biaisée, dans une telle vision purement particulaire de la génération de courant, où l'on considère les comportements individuels des électrons. Un processus diffusif implique au contraire une population de particules et la diffusion quasilinéaire, en réalité, consiste à dépeupler la région $p_\perp < p_\perp^{res}$ et à surpeupler la région $p_\perp > p_\perp^{res}$, où $p_\perp^{res}$ est la composante perpendiculaire de l'impulsion sur l'ellipse de résonance. En présence du cône de pertes, la population à $p_\perp > p_\perp^{res}$ est rendue isotrope quasi-instantanément et, au total, un courant est généré dans le sens opposé à celui qui aurait été obtenu selon le schéma de résistivité asymétrique à la base de l'ECCD. Certains auteurs, en particulier Ohkawa, ont proposé de tirer profit de cet effet [10].

Une conséquence importante des effets conjugués du cône de pertes et de la relaxation électronique est que les effets d'électrons piégés exercent leur influence y compris lorsque l'électron excité n'est pas à proximité du cône de pertes. Ainsi, on a schématisé sur la figure 2.15 une trajectoire de relaxation analogue à celle de la figure 2.4. Il pourrait, par exemple, s'agir de la situation **(3)** de la figure 2.14. En l'absence d'effets toroïdaux, l'électron participe au courant jusqu'à sa thermalisation par collisions. En revanche il ne participe au courant qu'en dehors du cône de pertes dans le cas où ces effets sont pris en compte.

Cette non-localité des effets d'électrons piégés apparaît également clairement lors des

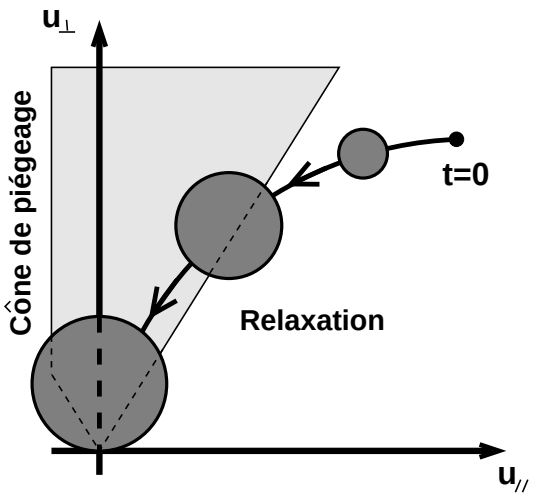


FIG. 2.15 – Illustration des effets d'électrons piégés au cours de la relaxation des électrons excités. Les disques grisés schématisent l'élargissement du nuage électronique au cours de la relaxation collisionnelle.

calculs numériques de la fonction de distribution, par résolution directe de l'équation de Fokker-Planck (2.13). Sur la figure 2.16 sont représentés les iso-contours de la fonction de distribution dans le cas où les effets toroïdaux sont inclus, ainsi que dans le cas contraire. Les paramètres du plasma[15] sont $n_{e0} = 1\times10^{13}\text{cm}^{-3}$, $T_{e0} = 1\text{keV}$, $B_0 = 3.8\text{T}$. La puissance de l'onde est $P_{ec} = 3\text{MW}$, au premier harmonique du mode ordinaire. Dans ces conditions, le maximum du dépôt se situe approximativement au centre du plasma et les fonctions de distribution sont représentées pour $r/a_0 \approx 0.15$, du côté bas champ.

Cette figure permet de mettre en évidence le fait que la fonction de distribution est symétrique (en $p_{\|}$) à l'intérieur du cône de pertes, ce qui implique l'absence de génération de courant par les électrons piégés.

En dépit de la discussion qui précède, il faut signaler que l'ECCD conserve tout son intérêt. En particulier, il est souvent possible d'utiliser la souplesse des systèmes actuels pour obtenir une absorption de l'onde du côté haut champ de la machine, de manière à minimiser les effets toroïdaux.

2.3.4 Efficacité de génération de courant

Au cours des deux sections précédentes, il a été démontré que, théoriquement, il était tout à fait possible de générer du courant non-inductif en utilisant les ondes cyclotroniques électroniques comme source d'impulsion perpendiculaire. Naturellement, à ce point, on peut s'interroger sur l'efficacité d'un tel mécanisme, notamment par rapport à l'efficacité de l'onde hybride. Pour ce calcul, on utilisera le formalisme des équations de Langevin, déjà introduites dans la section 2.1.4.

[15] La densité et la température centrales ont volontairement été fixées à des valeurs faibles de manière à "étaler" le profil de dépôt de puissance, ce qui permet de mieux en évidence le phénomène recherché.

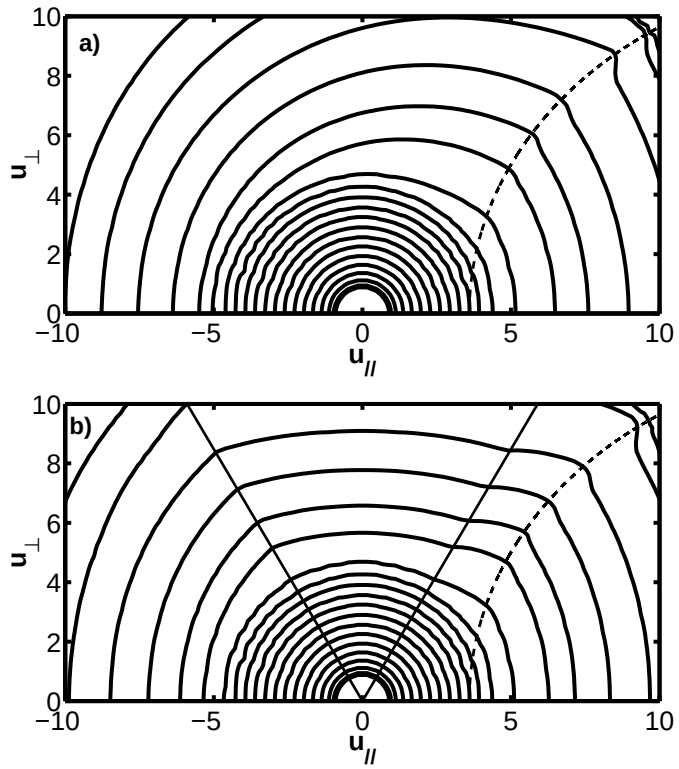


FIG. 2.16 – Iso-contours de la fonction de distribution dans le plan $(u_\parallel, u_\perp)$ en $r/a_0 \approx 0.15$, en l'absence *(a)* et en présence des effets d'électrons piégés *(b)*. La courbe pointillée indique l'ellipse de résonance à cette position, pour le rayon central du faisceau. En *(b)*, les droites délimitent la région du cône de pertes.

La diffusion quasilinéaire provoquée par les ondes cyclotroniques électroniques s'effectue selon la direction perpendiculaire (voir figure 2.13). Le flux (2.15) associé est donc selon cette même direction [10]. Il en découle $\mathbf{S}_{ec} \cdot \partial/\partial\mathbf{p} \propto \partial/\partial p_\perp$. L'expression de l'efficacité de génération de courant normalisée (2.29) au point (u, μ) de l'espace des vitesses peut donc s'écrire, dans le cas non relativiste

$$\frac{J}{P_{ec}} = \frac{\partial\chi_0/\partial p_\perp}{\partial\varepsilon/\partial p_\perp} \tag{2.105}$$

où $\chi_0 \equiv u^4\mu/2(5+Z_i)$ est la fonction de réponse de Fisch-Boozer (voir équation (2.30)) et $\varepsilon = u^2/2$.

Ceci donne immédiatement l'efficacité de génération de courant normalisée

$$\frac{J}{P_{ec}} = \frac{3}{2(5+Z_i)}\mu u^2 \tag{2.106}$$

En unités physiques, on obtient

$$\frac{\mathcal{J}}{\mathcal{P}_{ec}} = \frac{3ev_{th}}{2T_e\nu_e(5+Z_i)}\mu u^2 \approx 50 \cdot \frac{15}{\ln(\Lambda)} \cdot \frac{T_e}{n_{e,13}} \cdot \frac{\mu u^2}{5+Z_i} \qquad \left[\frac{\mathrm{A}\cdot\mathrm{cm}}{\mathrm{W}}\right] \tag{2.107}$$

Dans cette dernière expression, $n_{e,13}$ désigne la densité en unité de $10^{13}\mathrm{cm}^{-3}$, T_e est en keV et $\ln(\Lambda)$ est le logarithme coulombien.

Une propriété remarquable est que l'efficacité ainsi obtenue est proche de l'efficacité de génération de courant liée à l'onde hybride [10]. On peut montrer que le rapport entre ces efficacités est de 4/3, en faveur de l'onde hybride. La différence provient du fait que, outre la création d'une résistivité asymétrique, l'amortissement Landau de l'onde hybride se traduit par un transfert direct d'impulsion parallèle aux électrons.

L'inclusion formelle des effets d'électrons piégés utilise les arguments développés dans la section 2.3.3. Au cours de la relaxation d'un électron donné et en présence du cône de pertes, le courant est porté jusqu'au temps $\tilde{t}$, au bout duquel l'électron parvient à la frontière de la zone de piégeage. En d'autres termes, l'intégrale de l'expression (2.29) ne doit plus être calculée jusque $t \to \infty$, mais jusque $t = \tilde{t}$. Cette modification permet d'obtenir la fonction de réponse corrigée [54]

$$\chi_t = \frac{\mu u^4}{2(5+Z_i)}\left[1 - \left(\frac{\mu_t}{|\mu|}\right)^{(5+Z_i)/(1+Z_i)}\right] \equiv \chi_0 \cdot (1-\xi^\alpha) \tag{2.108}$$

où $\xi \equiv \mu_t/|\mu|$ et $\alpha \equiv (5+Z_i)/(1+Z_i)$. Dans cette expression, χ_0 est la fonction de réponse de Fisch-Boozer et μ_t est la valeur de μ à la frontière du cône de pertes dans l'espace des vitesses donnée, en géométrie torique, par

$$\mu_t = \left(\frac{\zeta(1+\cos(\chi_p))}{1+\zeta\cos(\chi_p)}\right)^{1/2} \tag{2.109}$$

où χ_p est l'angle poloïdal et $\zeta \equiv r/R_0$ l'inverse du rapport d'aspect de la surface magnétique considérée.

Ceci permet d'en tirer l'efficacité de génération de courant

$$\left(\frac{J}{P_{ec}}\right)_t = (1-\xi^\alpha)\left(\frac{J}{P_{ec}}\right)_{nt} - \frac{\xi^\alpha}{2(1+Z_i)}u^2\mu \tag{2.110}$$

où $(J/P_{ec})_{nt}$ est donné par (2.106) et représente l'efficacité en l'absence d'électrons piégés. Cette dernière expression montre que les effets d'électrons piégés peuvent être importants lorsque ξ est grand, autrement dit lorsque la région de pertes est étendue (μ_t grand) ou lorsque $u_\perp$ (resp. $u_\parallel$) est grand (resp. petit).

On peut montrer que le processus de moyenne sur les surfaces magnétiques donne $\mu_t \approx \xi^{1/2}$ [54]. On obtient ainsi le rapport entre les efficacités de génération de courant incluant les effets d'électrons piégés en fonction de ξ, représentée sur la figure 2.17. En (a), on peut voir une comparaison entre les diffusions parallèles et perpendiculaires pour $Z_i = 1$ et $Z_i = 2$. Il apparaît que si les deux méthodes sont affectées par les effets toroïdaux, la diffusion perpendiculaire subit une dégradation plus importante. Eventuellement, le courant peut même être inversé (voir section 2.3.3). En (b), l'excitation a lieu en différentes positions relativement au cône de piégeage, pour la diffusion perpendiculaire.

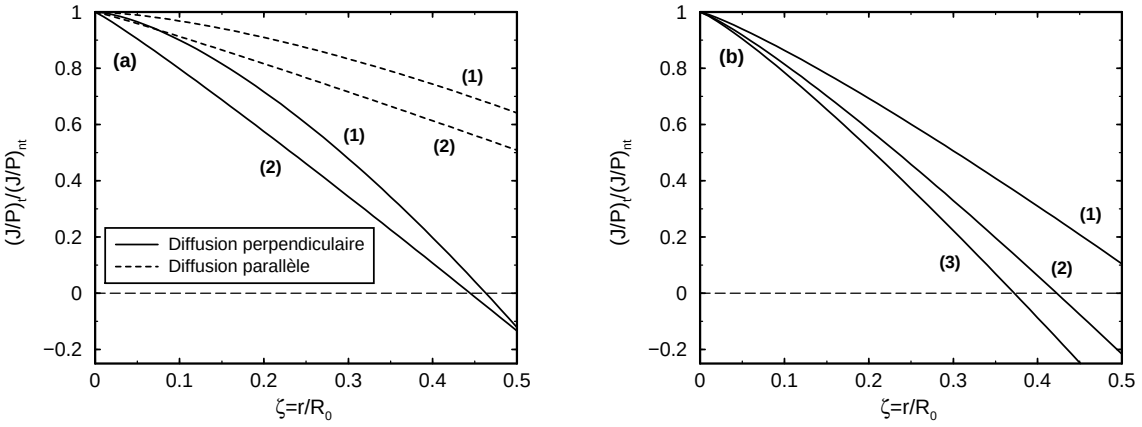


FIG. 2.17 – Rapport des efficacités de l'ECCD en présence des effets d'électrons piégés, en fonction de l'inverse du rapport d'aspect. *(a)* Diffusion parallèle et diffusion perpendiculaire (1) $Z_i = 1$, (2) $Z_i = 2$. *(b)* Diffusion perpendiculaire (1) $u_\parallel = 6$, $u_\perp = 2$, (2) $u_\parallel = 6$, $u_\perp = 4$ et (3) $u_\parallel = 5$, $u_\perp = 4$.

Les effets relativistes sont fondamentaux pour la description de la résonance cyclotronique électronique (voir section 2.2.2). Selon le même mécanisme, un électron rapide participant au courant voit sa masse augmentée à mesure que sa vitesse augmente et Fisch [55] a montré que l'efficacité était diminuée par cet effet. Les formules d'efficacité obtenues plus haut ont été dérivées dans le cas classique, cette approximation permettant d'obtenir des expressions analytiques particulièrement simples, la discussion physique qui les accompagne n'est pas modifiée.

La prise en compte des effets relativistes s'effectue selon la même méthode qu'employée pour le cas classique. Il s'agit toujours d'obtenir la fonction de réponse en intégrant les équations de Langevin (dans leur version relativiste). Finalement, on obtient une expression contenant une intégrale dont le calcul doit être effectué numériquement.

$$\chi_r = \frac{\mu}{2}\left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\right)^{(Z_i+1)/2} \int_0^u du' \left(\frac{u'}{\gamma'}\right)^3 \left(\frac{\gamma'-1}{\gamma'+1}\right)^{(Z_i+1)/2} \tag{2.111}$$

Dans le cas relativiste, la relation liant la fonction de réponse et l'efficacité devient

$$\left(\frac{J}{P}\right)_{\parallel,\perp} = \frac{\gamma}{u_{\parallel,\perp}} \frac{\partial \chi_r}{\partial u_{\parallel,\perp}} \tag{2.112}$$

où γ est le facteur relativiste.

L'effet de la correction relativiste est illustré sur la figure 2.18. En (a), on a représenté l'efficacité de génération de courant normalisée en fonction de l'énergie des électrons excités, dans le cas d'une diffusion parallèle (absorption Landau) et perpendiculaire (absorption cyclotronique). On suppose ici $u_\perp = 0$. Dans le cas (b), on considère une diffusion perpendiculaire et le rapport entre l'efficacité incluant les effets relativistes et l'efficacité classique est tracé en fonction de $u_\parallel$ pour différentes valeurs de $u_\perp$.

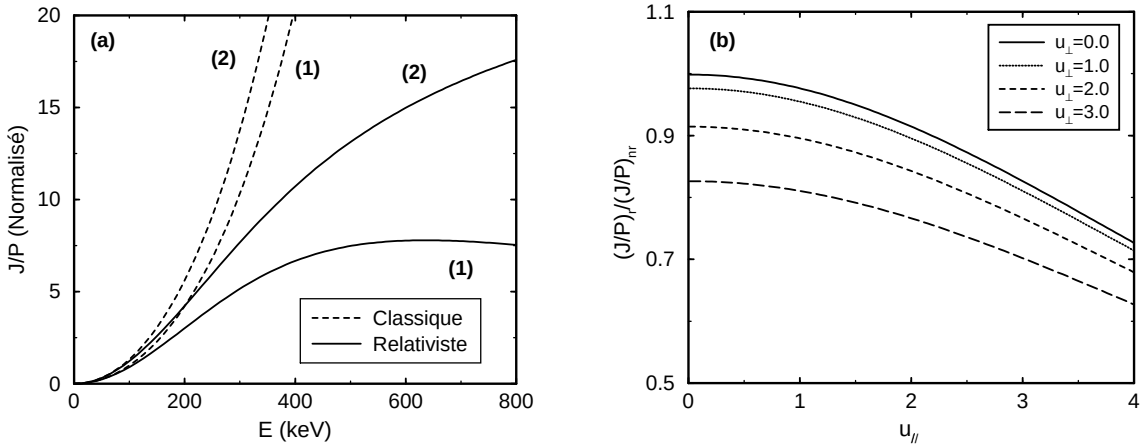


FIG. 2.18 – Illustration des effets relativistes. *(a)* Efficacité de génération de courant en fonction de l'énergie des électrons excités, pour les diffusions perpendiculaire **(1)** et parallèle **(2)**. *En pointillés*, l'efficacité obtenue pour $\gamma = 1$. *En trait plein*, incluant les effets relativistes. *(b)* Rapport des efficacités relativistes et classiques en fonction de $u_\parallel$ pour différentes valeurs de $u_\perp$ dans le cas d'une diffusion perpendiculaire.

On peut voir que l'inclusion des effets relativistes est indispensable pour le calcul fiable du courant généré.

Enfin, de la même façon que les effets toroïdaux ont été inclus pour corriger la fonction de réponse de Fisch-Boozer, on peut obtenir une expression de la fonction de réponse contenant les effets relativistes et les effets d'électrons piégés sous la forme

$$\chi_{rt} = \chi_r - \frac{\mu}{2}\left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\right)^{(Z_i+1)/2} \int_0^{u_t} \left(\frac{u'}{\gamma'}\right)^3 \left(\frac{\gamma'-1}{\gamma'+1}\right)^{(Z_i+1)/2} \tag{2.113}$$

où l'intégrale en u' est calculée jusque u_t, valeur de u à la frontière du cône de pertes pour u, μ et μ_t donnés, solution de l'équation

$$\frac{\gamma_t-1}{\gamma_t+1} \cdot \frac{\gamma+1}{\gamma-1} = \left(\frac{\mu_t}{|\mu|}\right)^{2/(Z_i+1)} \tag{2.114}$$

2.4 Conclusion

Quelques aspects de la physique du chauffage et de la génération de courant par ondes électroniques ont été discutés dans ce chapitre. Un accent particulier a été mis sur les ondes cyclotroniques électroniques. Pour des raisons de concision, toutefois, de nombreux autres aspects intéressants ont dû être passés sous silence. La question de la génération de courant dans un tokamak a été traitée en détail par Fisch [10]. Dans leur article de revue, Erckmann et Gasparino [15] discutent l'ECRH et l'ECCD d'un point de vue théorique et expérimental sur les tokamaks, mais également sur les stellarators. Le lecteur intéressé par

des précisions supplémentaires est invité à se reporter à ces articles, ainsi qu'aux autres travaux référencés au cours de chapitre.

En particulier, les possibilités de synergie entre ondes cyclotroniques électroniques et autres processus de chauffage/génération de courant ont été délibérément écartées de cette introduction. Par exemple, la présence d'un champ électrique résiduel se traduit par une modification profonde de la dynamique des électrons dans l'espace des vitesses, pouvant entraîner une augmentation importante de l'efficacité de génération de courant [56]. Une synergie avec l'onde hybride est également possible [57] et suscite beaucoup d'intérêt pour les expériences présentes et à venir. Dans la suite de cet exposé, les décharges combinant ces deux ondes seront largement discutées, ce qui justifie le fait qu'elles n'aient pas été incluses dans ce chapitre.

Enfin, le problème de la polarisation des ondes cyclotroniques électroniques a été rapidement introduit (voir section 2.2.1). Il s'agit cependant d'une question cruciale puisque il est connu que cette polarisation peut influencer de manière significative la qualité de l'interaction onde-plasma. En particulier, les machines de fusion actuelles atteignent des performances sans cesse meilleures, ce qui se traduit par des plasmas de plus en plus chaud. Or, les effets de température finie sur la polarisation des ondes cyclotroniques électroniques ont été peu étudiés, puisque l'approximation de plasma froid était jusqu'ici supposée suffisante. Nous nous proposons donc de faire de cette question l'objet du prochain chapitre.

Chapitre 3

Polarisation des ondes cyclotroniques électroniques

3.1 Introduction

Les propriétés de l'interaction d'une onde avec le plasma dépendent généralement de son état de polarisation. Dans l'approximation plasma froid, présentée dans la section 2.2.1, nous avons vu que les ondes cyclotroniques électroniques peuvent se propager suivant deux modes de polarisation (ou modes caractéristiques) : le mode O (ordinaire) et le mode X (eXtraordinaire), auxquels il convient d'ajouter leurs homologues réfléchis (caractérisés par une partie réelle de l'indice de réfraction négative). L'opérateur a la possibilité de contrôler la polarisation à l'entrée du plasma à l'aide d'un polariseur placé à la sortie du guide d'onde [58]. Smits [59] a largement étudié ce problème et discuté la manière d'obtenir l'un ou l'autre des modes à l'entrée du plasma en fonction de sa géométrie et de celle de l'antenne.

Le problème général de la polarisation intervient dans diverses applications reliées à la physique des ondes sur les tokamaks et plusieurs auteurs s'y sont intéressés. Fidone et Granata [60] ont ainsi considéré un plasma froid, en géométrie simplifiée et pour une propagation perpendiculaire de l'onde. Ils ont étudié les effets d'un cisaillement magnétique faible sur la polarisation, approximation légitime dans le cas d'un tokamak, en utilisant le formalisme des équations de modes couplés [61] et ont ainsi montré qu'une onde purement extraordinaire pouvait générer une certaine composante ordinaire au cours de sa propagation dans le plasma.

Ce principe de dépolarisation se révèle particulièrement important dans le cadre des diagnostics d'émission cyclotronique électronique (ECE), utilisés de manière routinière afin de déterminer la température des électrons du plasma. L'idée est d'analyser le rayonnement provenant du mouvement de giration des électrons afin d'en tirer, en fonction de l'intensité rayonnée à une fréquence donnée, leur température en un endroit précis du plasma. Toutefois, on doit alors postuler que l'état de l'onde effectivement observé n'a pas été modifié depuis son émission (ou alors de manière prédictible), ce qui peut ne pas être le cas si un couplage entre modes survient. Le problème des diagnostics ECE a notamment été traité par Fidone et Granata [62], ainsi que par Boyd [63].

L'état de dépolarisation d'une onde en sortie du plasma (polarimétrie) peut également être mesuré pour en diagnostiquer certains paramètres, tels que la densité électronique ou le cisaillement magnétique, par utilisation de la rotation Faraday [64–67]. Enfin, signalons que plusieurs diagnostics, tels que la diffusion dépolarisante [68] ou la diffusion Thomson collective [69] requièrent un état de polarisation très pur.

Du point de vue du chauffage et de la génération de courant par ondes cyclotroniques électroniques, la polarisation se révèle également très importante. En effet, comme souligné dans le chapitre précédent, la qualité de l'interaction onde-plasma dépend du mode considéré. Ainsi, dans le cas où une partie de la puissance injectée en mode ordinaire en vue d'obtenir une absorption au premier harmonique (O-1) subit une dépolarisation et génère une composante de mode extraordinaire (X-1), l'absorption totale sera réduite, puisque ce dernier mode ne peut se propager jusqu'à la résonance fondamentale du fait de la coupure droite (voir figures 2.7 et 2.8). De même, dans le cas où le mode initial est X-2, une dépolarisation se traduira par un transfert de puissance vers le mode O-2. Or, on sait que ce dernier mode est moins bien absorbé que son homologue extraordinaire [33].

Dans le cas d'un plasma homogène, la polarisation reste inchangée au cours de la propagation [61]. Bien évidemment, un plasma de tokamak n'est pas homogène : la densité, la température ne sont pas uniformes. Le champ magnétique vu par l'onde varie également, tant en module qu'en direction. Dans ces conditions, les modes ne se propagent plus de manière indépendante et l'objet de cette partie est donc d'étudier l'éventuelle dépolarisation provoquée par ces effets. Les décharges étant notamment de plus en plus performantes et donc les plasmas de plus en plus chauds, une attention particulière sera portée à l'étude des effets de température finie sur la polarisation.

Le plan de ce chapitre est le suivant : dans la section 3.2, le formalisme et la géométrie utilisés sont présentés. Le formalisme des équations de modes couplés est introduit, et on en proposera une solution analytique perturbative.

La section 3.3 sera consacrée à l'étude des effets du cisaillement magnétique, dans le cas où la propagation est perpendiculaire au champ magnétique de confinement. Le but de cette partie sera notamment de confirmer les résultats de Fidone et Granata [60] et de s'assurer que dans un tokamak, l'effet global du cisaillement sur la polarisation des ondes cyclotroniques électroniques reste modéré.

Dans la section 3.4, nous examinerons les effets de température finie, en négligeant le cisaillement magnétique, pour une direction de propagation quelconque. Nous discuterons le cas où la résonance cyclotronique est située au centre, mais aussi le cas où elle se trouve au bord du plasma.

Soulignons enfin que les principaux résultats de ce chapitre pourront être retrouvés dans les références 70 et 71.

3.2 Cadre de l'étude

On utilisera une géométrie de type slab telle que les faces infinies sont parallèles au plan $(\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{y}, \hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z})$. Le champ magnétique de confinement $\mathbf{B}_0$ étant selon $\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z}$, le rayon est supposé se propager dans le plan $(\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{x}, \hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z})$ et l'angle entre le vecteur d'onde et $\mathbf{B}_0$ est noté α. Cette configuration est représentée sur la figure 3.1, où le plasma est vu de dessus, le côté haut

champ étant à droite. On remarquera que la variable x est comptée positivement à partir de l'entrée de l'onde dans le plasma, en direction de l'axe magnétique de la machine et varie entre 0 (bas champ) et $2a_0$ (haut champ).

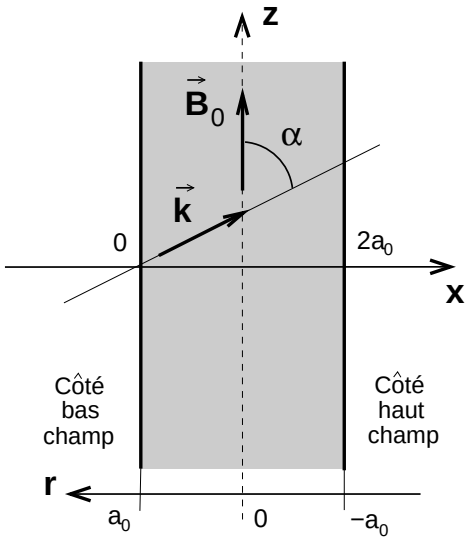


FIG. 3.1 – Configuration slab. Le champ magnétique est selon $\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z}$ et le rayon se propage dans le plan $(\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{x}, \hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z})$. L'axe $\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{y}$ est perpendiculaire à la page, dirigé vers le bas. Le côté haut champ est à droite de cette figure et l'onde est injectée du côté bas champ.

Dans un tokamak, le module du champ magnétique varie comme l'inverse de la distance à l'axe magnétique. Son expression, dans cette configuration géométrique, est

$$B_0(r) = B_0(0)\frac{R_0}{R_0 + r} \tag{3.1}$$

Les gradients des grandeurs macroscopiques du plasma étant dirigés selon l'axe $\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{x}$, l'opérateur $\boldsymbol{\nabla}$ prend la forme suivante

$$\boldsymbol{\nabla} \equiv \left(\frac{d}{dx}, 0, ik_z\right) \tag{3.2}$$

3.2.1 Formalisme des équations de modes couplés

L'information sur la polarisation est contenue dans les équations de Maxwell qui s'écrivent, en l'absence de courants extérieurs et pour des échelles spatiales grandes devant la longueur de Debye

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{D} = 0 \qquad \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{3.3}$$

$$\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{E} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad \boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{B} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{3.4}$$

fermées par l'équation reliant $\mathbf{D}$ à $\mathbf{E}$

$$\mathbf{D} = \overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}\mathbf{E} \tag{3.5}$$

$\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}$ est le tenseur diélectrique (voir section 2.2.2). Afin de garder toute sa généralité au problème, on utilise les expressions du tenseur diélectrique relativiste exprimées dans le cadre de l'approximation des petits rayons de Larmor (voir section 2.2.2). On montre que ses éléments peuvent alors être écrits sous la forme [40]

$$\begin{cases} \epsilon_{xx} \equiv \epsilon_{xx_0} - \dfrac{c^2}{\omega^2}\chi_{xx}\dfrac{d^2}{dx^2} \\ \epsilon_{zz} \equiv \epsilon_{zz_0} - \dfrac{c^2}{\omega^2}\chi_{zz}\dfrac{d^2}{dx^2} \\ \epsilon_{xy} \equiv \epsilon_{xy_0} - \dfrac{c^2}{\omega^2}\chi_{xy}\dfrac{d^2}{dx^2} \\ \epsilon_{xz} \equiv -i\dfrac{c}{w}\chi_{xz}\dfrac{d}{dx} \\ \epsilon_{yz} \equiv -i\dfrac{c}{w}\chi_{yz}\dfrac{d}{dx} \end{cases} \tag{3.6}$$

Dans ces expressions, l'indice o signifie "froid", c'est à dire que la contribution thermique et relativiste est entièrement contenue dans les termes χ_{ab}.

D'autre part, les propriétés d'hermicité du tenseur imposent les relations de symétrie suivantes

$$\begin{cases} \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} \\ \chi_{yx} = -\chi_{xz} \\ \chi_{zx} = \chi_{xz} \\ \chi_{zy} = -\chi_{yz} \\ \chi_{yz} = i\chi_{xz} \end{cases} \tag{3.7}$$

En ne retenant que les termes significatifs de l'équation de dispersion du plasma chaud [37], dans le cadre de la géométrie illustrée sur la figure 3.1, les équations de Maxwell (3.4) peuvent s'écrire sous forme matricielle

$$\frac{d\mathbf{e}}{dx} = i\frac{\omega}{c}\overline{\overline{\mathbf{T}}}\mathbf{e} \tag{3.8}$$

avec

$$\mathbf{e} \equiv (E_z, E_y, B_z, B_y)$$

Les termes de la matrice $\overline{\overline{\mathbf{T}}}$ ont les expressions suivantes, en omettant l'indice o (en d'autres termes, tous les (ϵ_{ab}) se réfèrent maintenant à l'expression froide du tenseur)

$$T_{11} = T_{13} = T_{21} = T_{22} = T_{24} = T_{31} = T_{33} = T_{42} = T_{44} = 0, \qquad T_{23} = 1 \tag{3.9}$$

$$T_{12} = -n_\parallel \frac{\epsilon_{xy}}{\epsilon_{xx} + n_\parallel \chi_{xz}}, \qquad T_{14} = -\frac{\epsilon_{xx} - n_\parallel^2}{\epsilon_{xx} + \chi_{xz} n_\parallel}$$

$$T_{32} = \epsilon_{xx} - n_\parallel^2 + \frac{\epsilon_{xy}(\epsilon_{xy} - n_\parallel \chi_{yz})}{\epsilon_{xx} + n_\parallel \chi_{xz}}, \qquad T_{34} = -\left[\frac{\epsilon_{xy} - n_\parallel \chi_{yz}}{\epsilon_{xx} + \chi_{xz} n_\parallel}(n_\parallel + \chi_{xz}) + \chi_{yz}\right]$$

$$T_{41} = -\frac{(\epsilon_{xx} + \chi_{xz} n_\parallel)\epsilon_{zz}}{(\epsilon_{xx} - n_\parallel^2)(1-\chi_{zz}) + (n_\parallel + \chi_{xz})^2}, \qquad T_{43} = \frac{(n_\parallel \chi_{zz} + \chi_{xz})\epsilon_{xy} + (\epsilon_{xx} + \chi_{xz} n_\parallel)\chi_{yz}}{(\epsilon_{xx} - n_\parallel^2)(1-\chi_{zz}) + (n_\parallel + \chi_{xz})^2}$$

où l'on a fait usage des relations (3.7).

Outre les quatre relations du système (3.8), les équations de Maxwell donnent

$$E_x = \frac{(n_\parallel + \chi_{xz})B_y - \epsilon_{xy} E_y}{\epsilon_{xx} + \chi_{xz} n_\parallel} \tag{3.10}$$

$$B_x = -n_\parallel E_y \tag{3.11}$$

L'étape suivante consiste à diagonaliser $\overline{\overline{\mathbf{T}}}$, c'est à dire déterminer la matrice des vecteurs propres $\overline{\overline{\mathbf{S}}}$, son inverse $\overline{\overline{\mathbf{S}}}^{-1}$ et la matrice diagonale des valeurs propres $\overline{\overline{\mathbf{D}}}$ telles que

$$\overline{\overline{\mathbf{D}}} = \overline{\overline{\mathbf{S}}}^{-1} \overline{\overline{\mathbf{T}}} \overline{\overline{\mathbf{S}}} \tag{3.12}$$

En posant $\mathbf{f} \equiv \overline{\overline{\mathbf{S}}}^{-1} \mathbf{e}$, on peut réécrire l'équation (3.8) sous la forme

$$\frac{d\mathbf{f}}{dx} - i\frac{\omega}{c}\overline{\overline{\mathbf{D}}}\mathbf{f} = \overline{\overline{\mathbf{\Gamma}}}\mathbf{f} \tag{3.13}$$

avec

$$\overline{\overline{\mathbf{\Gamma}}} \equiv -\overline{\overline{\mathbf{S}}}^{-1} \frac{d\overline{\overline{\mathbf{S}}}}{dx} \tag{3.14}$$

L'équation (3.13) est appelée *équation des modes couplés.*

Etant donnée la forme de la matrice $\overline{\overline{\mathbf{T}}}$, on peut calculer analytiquement ses valeurs et vecteurs propres. Les valeurs propres $(n_j)_{j\in\{1..4\}}$, qui sont les indices de propagation des modes [61], sont données par les racines de l'équation biquadratique suivante

$$n^4 - n^2(T_{32} + T_{34}T_{43} + T_{14}T_{41}) + T_{41}(T_{14}T_{32} - T_{12}T_{34}) = 0 \tag{3.15}$$

Les quatre valeurs propres de la matrice $\overline{\overline{\mathbf{T}}}$ sont donc opposées deux à deux. On peut les identifier aux indices des 4 modes qui se propagent habituellement dans un plasma : les modes quasi-ordinaire *(QO)* avant et arrière et quasi-extraordinaire *(QX)* avant et arrière (voir section 2.2.1).

Ces quatre modes se propagent indépendemment si le terme de droite de (3.13) est nul[1]. $\overline{\overline{\mathbf{\Gamma}}}$ est par conséquent désignée sous le terme de *matrice de couplage.*

Les valeurs propres seront ordonnées comme suit

$$n_1 = -n_2 \equiv n_o \qquad\qquad n_3 = -n_4 \equiv n_x$$

Les termes de la matrice des vecteurs propres peuvent alors s'écrire [60]

$$s_{1j} : s_{2j} : s_{3j} : s_{4j} = [n_j(T_{12} + T_{14}T_{43}) : \sigma_j : n_j\sigma_j : n_j^2 T_{43} + T_{12}T_{41}](\sigma_j F_j)^{-1/2} \tag{3.16}$$

[1]On voit, dans (3.14), que c'est bien le cas pour un plasma homogène.

Et ceux de son inverse

$$(s^{-1})_{j1} : (s^{-1})_{j2} : (s^{-1})_{j3} : (s^{-1})_{j4} = [T_{34}T_{41} : n_j(\sigma_j - T_{34}T_{43}) : \sigma_j : n_j T_{34}](\sigma_j F_j)^{-1/2} \tag{3.17}$$

où

$$\sigma_j \equiv n_j^2 - T_{41}T_{14}, \qquad F_j \equiv 2n_j(2n_j^2 - n_1^2 - n_3^2)$$

La forme choisie pour les vecteurs propres (qui sont définis à une constante multiplicative près), outre l'intérêt de conférer à leur expression une forme synthétique, permet d'annuler la diagonale de la matrice $\overline{\overline{\mathbf{\Gamma}}}$ [61].

3.2.2 Calcul perturbatif des modes couplés

La résolution de l'équation des modes couplés (3.13) peut être effectuée de manière numérique, par exemple selon un schéma de Runge-Kutta d'ordre 4 classique. Cependant, on peut aussi remarquer que les termes de la matrice $\overline{\overline{\mathbf{\Gamma}}}$ restent petits devant l'inverse de la longueur de gradient (ce qui exprime que le couplage des modes reste faible). Ce type de situation se prête particulièrement bien à un calcul perturbatif.

Posons, dans l'équation (3.13)

$$\mathbf{f} \equiv \mathbf{f}^0 + \mathbf{f}^1 \quad \text{avec} \quad |\mathbf{f}^1| \ll |\mathbf{f}^0| \tag{3.18}$$

où $\mathbf{f}^1$ est la perturbation due au couplage.

La linéarisation de cette équation conduit alors à

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathbf{f}^0}{dx} - i\dfrac{\omega}{c}\overline{\overline{\mathbf{D}}}\mathbf{f}^0 & = \mathbf{0} \\ \dfrac{d\mathbf{f}^1}{dx} - i\dfrac{\omega}{c}\overline{\overline{\mathbf{D}}}\mathbf{f}^1 & = \overline{\overline{\mathbf{\Gamma}}}\mathbf{f}^0 \end{cases} \tag{3.19}$$

On peut décomposer $\mathbf{f}$ selon la base canonique $(\mathbf{u}_i)_{i\in\{1..4\}}$ des vecteurs propres de $\overline{\overline{\mathbf{T}}}$

$$\mathbf{f} \equiv \sum_{i=1}^{4} f_i \mathbf{u_i} \tag{3.20}$$

La première équation de (3.19) conduit alors à

$$f_k^0(x) = f_k^0(0) \cdot \exp\left(i\frac{\omega}{c}\int_0^x n_j dx\right) \tag{3.21}$$

où $f_k^0(0)$ désigne l'amplitude du mode k à l'entrée du plasma.

Le seconde équation du système (3.19) donne

$$\frac{df_k^1}{dx} - i\frac{\omega}{c}n_k f_k^1 = \sum_{j=1}^{4} f_j^0(0) \cdot \Gamma_{kj} \cdot \exp\left(i\frac{\omega}{c}\int_0^x n_j dx\right) \tag{3.22}$$

Dont la solution s'écrit

$$f_k^1(x) = \sum_{j=1}^{4} f_j^0(0) \cdot \int_0^x \Gamma_{kj} \cdot \exp\left(i\frac{\omega}{c}\int_0^{x'}(n_j - n_k)dx''\right)dx' \cdot \exp\left(i\frac{\omega}{c}\int_0^x n_k dx\right) \quad (3.23)$$

On peut obtenir (f_k) en ajoutant les deux expressions (3.21) et (3.23)

$$f_k(x) = \left[f_k(0) + \sum_{j=1, j\neq k}^{4} f_j(0) \cdot \Gamma_{kj} \int_0^x \exp\left(i\frac{\omega}{c}\int_0^{x'}(n_j - n_k)dx''\right)dx'\right] \exp\left(i\frac{\omega}{c}\int_0^x n_k dx\right) \quad (3.24)$$

Dans cette étude, nous nous concentrerons d'abord sur le cas où l'onde injectée dans le plasma est en mode extraordinaire pur, ce qui donne les conditions initiales (en utilisant, pour des raisons de lisibilité, les indices x, o, $-x$ et $-o$)

$$f_x(0) \neq 0, \qquad f_o(0) = 0, \qquad f_{-x}(0) = 0 \quad \text{et} \quad f_{-o}(0) = 0 \quad (3.25)$$

Ceci conduit à

$$f_x(x) = f_x(0) \cdot \exp\left(i\frac{\omega}{c}\int_0^x n_x dx\right) \quad (3.26)$$

$$f_o(x) = f_x(0)\left[\int_0^x \Gamma_{o,x} \cdot \exp\left(i\frac{\omega}{c}\int_0^{x'}(n_x - n_o)dx''\right)dx'\right] \exp\left(i\frac{\omega}{c}\int_0^x n_o dx\right) \quad (3.27)$$

$$f_{-x}(x) = f_x(0)\left[\int_0^x \Gamma_{-x,x} \cdot \exp\left(i\frac{\omega}{c}\int_0^{x'}(2n_x)dx''\right)dx'\right] \exp\left(-i\frac{\omega}{c}\int_0^x n_x dx\right) \quad (3.28)$$

$$f_{-o}(x) = f_x(0)\left[\int_0^x \Gamma_{-o,x} \cdot \exp\left(i\frac{\omega}{c}\int_0^{x'}(n_x + n_o)dx''\right)dx'\right] \exp\left(-i\frac{\omega}{c}\int_0^x n_o dx\right) \quad (3.29)$$

Les $(f_n)_{n\in\{1..4\}}$ étant les composantes de $\mathbf{f}$, les équations (3.10) et (3.11), ainsi que la relation

$$\mathbf{e} = \overline{\overline{\mathbf{S}}}\mathbf{f} \quad (3.30)$$

permettent de calculer les champs électrique et magnétique de l'onde et donc, *in fine*, la puissance électromagnétique associée à chaque mode.

On peut pressentir, à partir de ces quatre équations, que les amplitudes des deux modes réfléchis resteront faibles. Ceci apparaît dans les équations (3.28) et (3.29) en remarquant que $n_x + n_o \gg n_x - n_o$ et aussi $2n_x \gg n_x - n_o$.

3.2.3 Aspect géométrique

Après cette présentation du formalisme des équations de modes couplées, qui permet un calcul rapide de la polarisation, on peut envisager le problème d'un point de vue plus géométrique, en s'intéressant à l'évolution du champ électrique au cours de la propagation de l'onde.

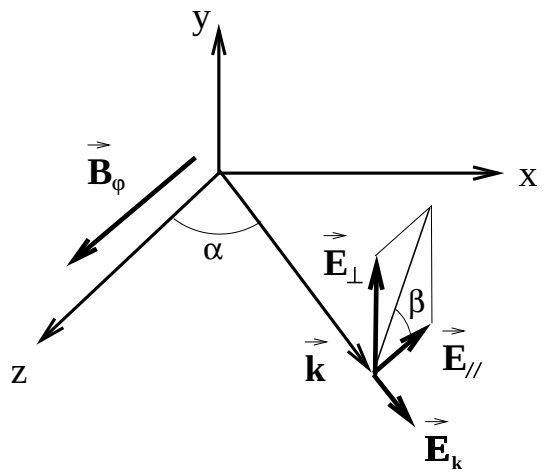


FIG. 3.2 – Décomposition du champ électrique de l'onde. α est l'angle entre la direction toroïdale et le vecteur d'onde.

Décomposons ce champ électrique dans un repère défini par rapport à $\mathbf{k}$ et $\mathbf{B}_\varphi$, le champ toroïdal[2]. On note ce repère $(\mathbf{E}_k, \mathbf{E}_\parallel, \mathbf{E}_\perp)$, avec $\mathbf{E}_k$ parallèle à $\mathbf{k}$. $\mathbf{E}_\parallel$ est contenu dans le plan $(\mathbf{k}, \mathbf{B}_\varphi)$ et $\mathbf{E}_\perp$ est normal à ce même plan (voir figure 3.2).

Le changement de coordonnées est donné par

$$\begin{cases} E_\parallel = \cos(\alpha)E_x - \sin(\alpha)E_z \\ E_\perp = E_y \\ E_k = \sin(\alpha)E_x + \cos(\alpha)E_z \end{cases} \tag{3.31}$$

On peut alors introduire l'*ellipticité* [59]

$$\rho \equiv \frac{E_\perp}{E_\parallel} \equiv \tan(\beta) \tag{3.32}$$

ρ est complexe, puisque les composantes du champ le sont, ce qui signifie que β l'est aussi.

Posons

$$\beta \equiv \beta' + i\beta'' \tag{3.33}$$

On peut définir un nouveau repère, formé par rotation d'un angle β'_0 quelconque autour de l'axe $\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{k}$. En notant $(E'_k, E'_\parallel, E'_\perp)$, les coordonnées de $\mathbf{E}$ dans ce nouveau repère, on a (voir figure 3.3)

$$\rho' \equiv \frac{E'_\perp}{E'_\parallel} = \tan(\beta - \beta'_0) = \tan\left((\beta' - \beta'_0) + i\beta''\right) \tag{3.34}$$

Par conséquent, ρ' est purement imaginaire si et seulement si $\beta'_0 = \beta'$ ou $\beta'_0 = \beta' + \pi/2$, ce qui donne les deux axes de l'*ellipse de polarisation*[3] [61] (voir figure 3.3).

Le rapport des longueurs des axes est donné par $\tan(\beta'')$.

[2]On rappelle que le champ toroïdal $\mathbf{B}_\varphi$ est différent du champ de confinement $\mathbf{B}_0$ du fait de l'existence du champ poloïdal. On a $\mathbf{B}_0 = \mathbf{B}_\varphi + \mathbf{B}_\chi$.

[3]Budden [61] utilise le terme *tilt angle* pour désigner β'.

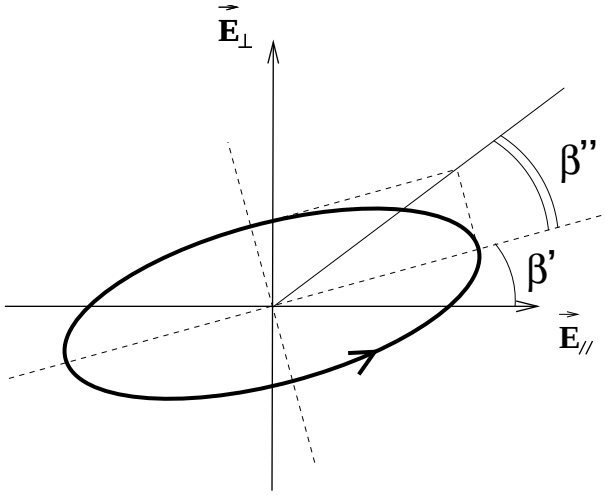


FIG. 3.3 – Allure de l'ellipse de polarisation dans le plan complexe. La flèche illustre le fait que le vecteur champ électrique décrit cette ellipse dans le sens fixé par le signe de l'argument de l'ellipticité ρ.

On peut montrer [34] que, dans le cas d'un plasma froid, pour les modes O et X

$$\rho_o \rho_x = 1 \tag{3.35}$$

En d'autres termes, si l'on prend $\rho_o \equiv \tan(\beta)$, on a

$$\rho_x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) \tag{3.36}$$

Cela signifie simplement que les modes O et X sont perpendiculaires [59], et on peut montrer que leurs champs électriques respectifs tournent dans des sens opposés [61].

On déduit de ces considérations l'allure des deux ellipses de polarisation, pour les modes QX et QO, représentées sur la figure 3.4.

3.3 Effets du cisaillement magnétique sur la polarisation

3.3.1 Matrice de couplage

Une des applications possibles du formalisme exposé ci-dessus est la quantification des effets dépolarisants du cisaillement magnétique. Dans cette section, on supposera que le plasma est froid et que le vecteur d'onde est perpendiculaire au champ magnétique toroïdal (propagation perpendiculaire).

Le champ poloïdal $\mathbf{B}_\chi$ est perpendiculaire au champ toroïdal $\mathbf{B}_\varphi$ et on note $(\widehat{\mathbf{B}_\varphi, \mathbf{B}_0}) \equiv \Psi$ où $\mathbf{B}_0$ est le champ magnétique total. Dans toute la suite, cet angle sera appelé *angle de cisaillement*.

La figure 3.5 illustre cette configuration géométrique.

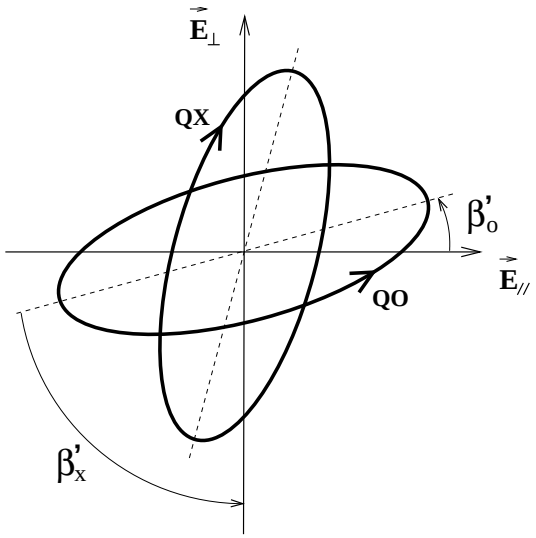


FIG. 3.4 – Allure des ellipses de polarisation du mode ordinaire et du mode extraordinaire dans le plan complexe. L'axe défini par $\mathbf{E}_k$ est perpendiculaire au plan de la figure.

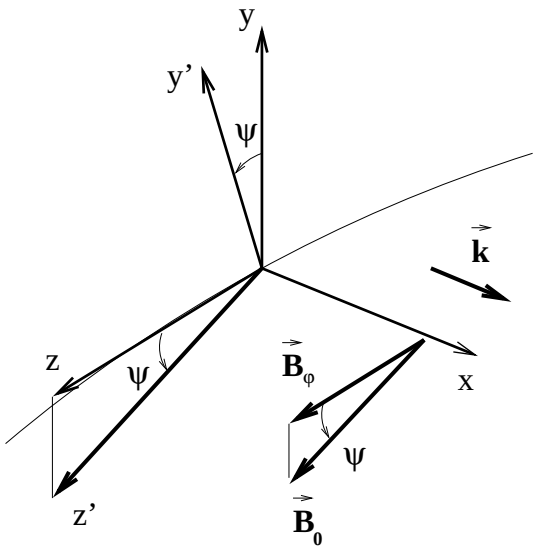


FIG. 3.5 – Représentation schématique de l'angle de cisaillement Ψ dans le cas d'une propagation perpendiculaire au champ magnétique. On a représenté, sur cette figure, une partie du cercle toroïdal.

Construisons une nouvelle base $(\hat{\mathbf{e}}'_{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{e}}'_{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{e}}'_{\mathbf{z}})$ définie par la rotation de la base $(\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{z}})$ autour de l'axe $\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}}$ d'un angle $+\Psi$, c'est à dire telle que le champ magnétique de confinement $\mathbf{B}_0$ est selon $\hat{\mathbf{e}}'_{\mathbf{z}}$ (voir figure 3.5).

Dans cette base, le tenseur diélectrique froid a la forme suivante [34] (voir chapitre 2, section 2.2.1)

$$\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}_{x'y'z'} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & 0 \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{pmatrix} \tag{3.37}$$

On peut en tirer son expression dans la base $(\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{z}})$, en appliquant une rotation d'angle $-\Psi$ autour de l'axe $\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}}$ (voir figure 3.5). On obtient alors

$$\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}_{xyz} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12}\cos(\Psi) & -\epsilon_{12}\sin(\Psi) \\ \epsilon_{21}\cos(\Psi) & \epsilon_{22}\cos^2(\Psi) + \epsilon_{33}\sin^2(\Psi) & -\cos(\Psi)\sin(\Psi)(\epsilon_{22}-\epsilon_{33}) \\ -\epsilon_{21}\sin(\Psi) & -\cos(\Psi)\sin(\Psi)(\epsilon_{22}-\epsilon_{33}) & \epsilon_{22}\sin^2(\Psi) + \epsilon_{33}\cos^2(\Psi) \end{pmatrix} \tag{3.38}$$

Où, en posant $X \equiv (\omega_{pe}/\omega)^2$ et $Y \equiv \omega_{ce}/\omega$, on a les expressions suivantes pour les termes du tenseur diélectrique froid [34] (voir chapitre 2, section 2.2.1)

$$\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = 1 - \frac{X}{1-Y^2} \qquad \epsilon_{12} = -\epsilon_{21} = i\frac{XY}{1-Y^2} \qquad \epsilon_{33} = 1 - X \tag{3.39}$$

Dès lors, il est utile d'introduire les deux quantités suivantes, qui ne sont autres que les indices de réfraction des mode O et X dans le plasma froid, en propagation perpendiculaire (voir chapitre 2, section 2.2.1)

$$n_o^2 \equiv 1 - X \qquad \text{et} \qquad n_x^2 \equiv \frac{(1-X)^2 - Y^2}{1 - X - Y^2} \tag{3.40}$$

Ceci permet d'écrire les termes de la matrice de couplage, à partir des expressions (3.14), (3.16), (3.17) et (3.38), sous la forme

$$\Gamma_{o,o} = \Gamma_{-o,-o} = \Gamma_{x,x} = \Gamma_{-x,-x} = 0 \tag{3.41}$$

$$\Gamma_{o,-o} = -\Gamma_{-o,o} = -i\frac{1}{2n_o}\cdot\frac{dn_o}{dx} \qquad \Gamma_{x,-x} = -\Gamma_{-x,x} = -i\frac{1}{2n_x}\cdot\frac{dn_x}{dx} \tag{3.42}$$

$$\Gamma_{o,x} = -\Gamma_{x,o} = \Gamma_{-o,-x} = -\Gamma_{-x,-o} = -\left(\frac{n_o + n_x}{2\sqrt{n_o n_x}}\right)\cdot\frac{d\Psi}{dx} \tag{3.43}$$

$$\Gamma_{o,-x} = -\Gamma_{-x,o} = -\Gamma_{-o,x} = \Gamma_{x,-o} = i\left(\frac{n_o - n_x}{2\sqrt{n_o n_x}}\right)\cdot\frac{d\Psi}{dx} \tag{3.44}$$

Les expressions des termes de cette matrice amènent plusieurs remarques. Tout d'abord, les termes diagonaux de $\overline{\overline{\boldsymbol{\Gamma}}}$ (3.41) sont effectivement nuls. Ensuite (3.42) montre que chaque mode se couple sur son homologue réfléchi *via* les gradients d'indices, c'est à dire les gradients de la densité et du champ magnétique. Enfin (3.43) et (3.44) contiennent les véritables effets du cisaillement magnétique, par l'intermédiaire de la dérivée de l'angle de cisaillement. Il se traduisent par un couplage des mode O et X entre eux.

3.3.2 Calcul de la dépolarisation

Plaçons-nous dans la situation où une onde en mode X-2 pur est envoyée depuis le côté faible champ. Cela signifie que les expressions (3.26) et (3.27) s'appliquent. Après la détermination des grandeurs du plasma au cours de la propagation et de la matrice de couplage (3.41), (3.42), (3.43) et (3.44), on peut calculer numériquement les expressions (3.26) et (3.27), avec dans ce cas $\Im(n_o) = \Im(n_x) = 0$, puisque le plasma est froid et que, par conséquent, l'absorption y est nulle (voir chapitre 2, section 2.2).

On considère que le profil du facteur de sécurité q est parabolique, vaut 1 au centre et 3 au bord du plasma. Ceci donne l'angle de cisaillement $\Psi \equiv \arctan(B_\chi/B_\varphi)$ illustré sur la figure 3.6.

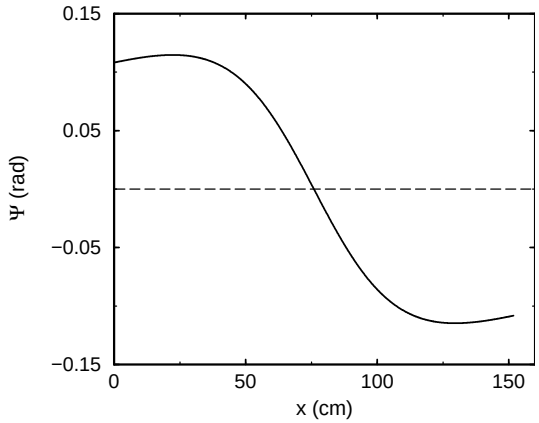


FIG. 3.6 – Angle de cisaillement en fonction de x, dans le cas où $q_0 = 1$, $q_a = 3$ et où le profil de q est parabolique. On a pris ici $B_0(0) = 2.1$T.

Un premier cas intéressant est celui d'un plasma homogène du point de vue de la densité et où le champ magnétique varie comme l'inverse de la distance à l'axe magnétique. On examinera ici, comme dans la suite de cette section, le rapport de la puissance du mode ordinaire généré sur la puissance envoyée dans le plasma.

La figure 3.7(a) illustre le résultat obtenu pour $n_e = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$. Outre le niveau de dépolarisation négligeable, ce cas simplifié permet de noter que les oscillations sont de plus en plus serrées à mesure que x augmente. Ceci est dû au fait que la différence entre les indices de propagation du mode O et du mode X augmente, ce qui se traduit par une diminution de la périodicité des oscillations, comme on peut le voir dans (3.27).

La situation exposée ci-dessus n'est pas très réaliste puisqu'un plasma de tokamak présente un profil de densité inhomogène. On considère ici une forme parabolique pour n_e et un profil de champ toroïdal en $1/R$. Dans ce cas, on aura deux effets : le couplage dû au cisaillement magnétique, mais aussi le couplage issu du fait que la densité n'est plus constante.

La figure 3.7(b) illustre le résultat obtenu pour $B_0(0) = 2.1$T et une densité centrale $n_e(0) = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$.

Comme on le constate, la forme de la courbe a radicalement changé par rapport au

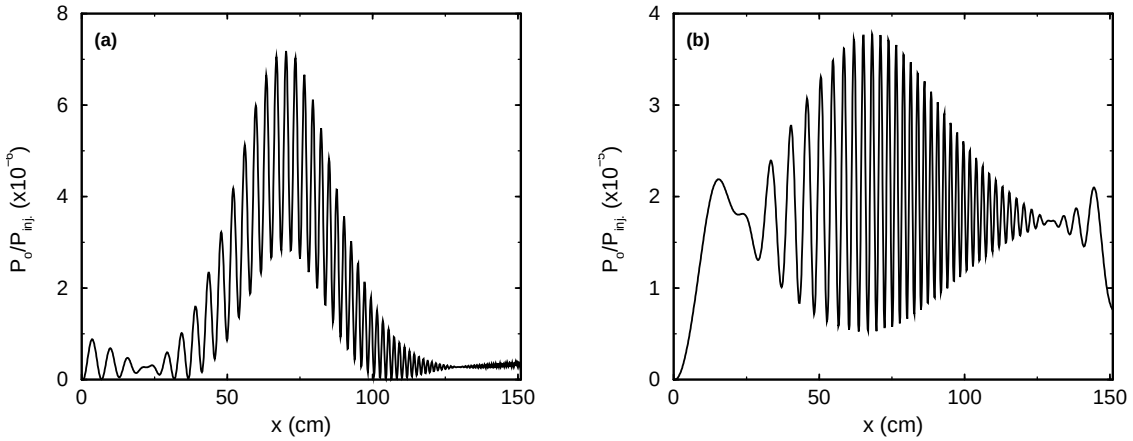


FIG. 3.7 – Fraction de mode ordinaire généré sous l'effet du cisaillement magnétique dans le cas d'un plasma tel que $B_0(0) = 2.1$T. *(a)* Cas d'une densité homogène avec $n_e = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$. *(b)* Profil de densité parabolique avec $n_e(0) = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$.

cas où la densité était homogène, ce qui montre l'importance de la valeur de la densité en chaque point. On voit que la puissance du mode ordinaire augmente au début du plasma, notamment. On peut interpréter cela par le fait que, lorsque la densité est très faible et le champ magnétique variable (comme au bord du plasma), le champ électrique de l'onde est peu astreint par le plasma, très ténu, à suivre les variations du champ magnétique de confinement, ce qui se traduit par une dépolarisation plus importante. Afin de valider cette hypothèse, on peut faire varier la densité centrale. Ainsi, sur la figure 3.8, on a représenté le maximum de la puissance ordinaire générée[4] en fonction de n_{e0}.

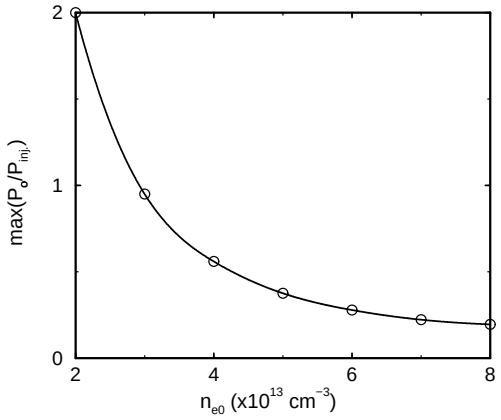


FIG. 3.8 – Maximum de la fraction de puissance ordinaire en fonction de la densité centrale.

[4]Le rapport de la puissance contenue dans le mode ordinaire P_o et de la puissance injectée $P_{inj.}$ est fonction de x et l'utilisation du maximum permet de caractériser globalement cette grandeur.

On constate que la fraction de puissance de mode ordinaire généré décroît lorsque la densité augmente, ce qui est cohérent avec l'explication proposée ci-dessus : plus le plasma est dense, plus la dépolarisation est faible.

3.3.3 Ellipse de polarisation

Dans la section 3.2.3, la notion d'ellipse de polarisation a été présentée. On peut étudier les effets du cisaillement magnétique sur cette ellipse, afin de se faire une idée plus concrète de la manière dont la dépolarisation s'effectue. Pour ceci, on considère la géométrie de la figure 3.2, en distinguant le champ magnétique toroïdal et la champ total. Cette configuration est représentée sur la figure 3.9.

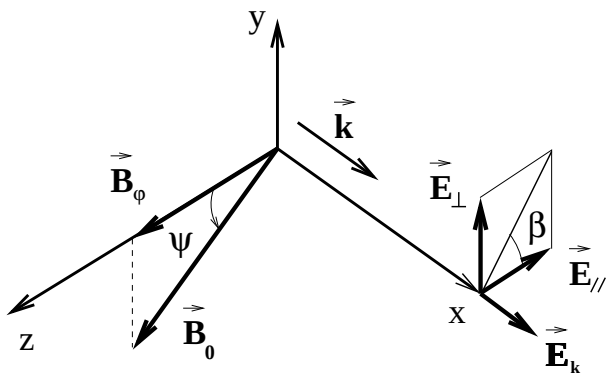


FIG. 3.9 – Configuration géométrique pour l'étude des effets du cisaillement magnétique.

A l'origine, on envoie une onde en mode purement extraordinaire, perpendiculairement au champ magnétique. On sait que le champ électrique est alors contenu dans le plan $(\hat{\mathbf{e}}_\perp, \hat{\mathbf{e}}_\mathbf{k})$ [72] (voir figure 3.10).

Ceci signifie (voir figure 3.9) que l'ellipse de polarisation a un petit axe de longueur nulle, autrement dit qu'elle dégénère en un segment de droite. Cependant, le couplage modifie cette situation. Sur les figures 3.11(a) et 3.11(b), on a tracé les angles β' et β'', caractéristiques de l'ellipse (voir la section 3.2.3), au cours de la propagation de l'onde dans le plasma. Les paramètres utilisés ici sont $B_0(0) = 2.1\text{T}$, $q_0 = 1$ et $q_a = 3$ (profil parabolique), un profil de densité également parabolique, tel que $n_e(0) = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$.

On remarque que, tout d'abord, l'angle d'inclinaison de l'ellipse par rapport à l'axe $\hat{\mathbf{e}}_\parallel$ se modifie. Au cours de la propagation, le grand axe tourne autour du vecteur d'onde, afin de rester perpendiculaire au champ magnétique *total*, suivant ainsi les variations de l'angle de cisaillement (voir figure 3.6). Les petites oscillations observées sur le courbe de la figure 3.11(a) sont dues au couplage proprement dit et sont très faibles : l'onde n'est pas significativement dépolarisée.

La figure 3.11(b) montre que l'angle β'' est tout d'abord nul, ce qui était prévisible puisque le champ électrique du mode X pur n'a pas de composante selon l'axe $\hat{\mathbf{e}}_\parallel$ (voir figure 3.10). Ensuite, il augmente et subit des variations semblables à celles que l'on peut observer sur la figure 3.7(b). Ceci montre que l'ellipse se déforme et l'onde n'est plus strictement en mode X. Une fraction de l'onde a été convertie en mode O.

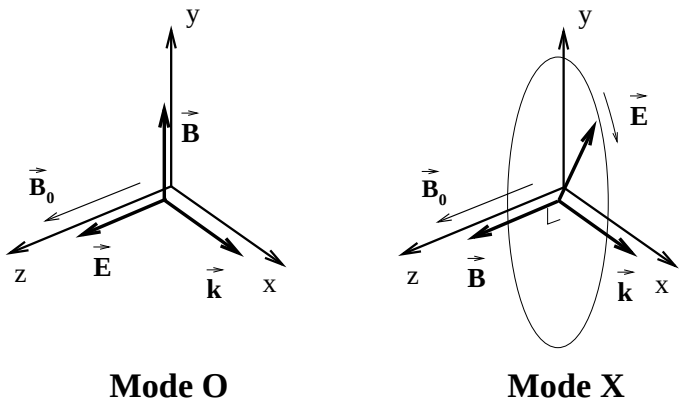


FIG. 3.10 – Polarisation des mode ordinaire *(O)* et extraordinaire *(X)* en propagation perpendiculaire. En mode O, le champ électrique de l'onde est parallèle au champ de confinement. Dans le cas du mode X, il décrit une ellipse contenue dans un plan perpendiculaire à ce champ.

La dépolarisation occasionnée par l'effet du cisaillement magnétique est globalement négligeable et il est légitime de supposer qu'une onde envoyée dans un plasma froid conserve sa polarisation, au cours de sa propagation dans un tokamak.

On peut mentionner néanmoins que ce type de calcul montre la possibilité de concevoir un diagnostic de mesure du champ poloïdal [73]. Le principe consiste à envoyer, en propagation verticale (i.e. à champ toroïdal constant), une onde linéairement polarisée, par exemple. Celle-ci subit une dépolarisation et l'on mesure, à l'aide d'un polariseur croisé avec la direction de polarisation initiale de l'onde, la fraction convertie dans le mode perpendiculaire. En utilisant plusieurs cordes verticales, Segre [73] ou Craig [65] ont montré qu'il était possible d'obtenir le profil de courant, et donc le champ poloïdal.

Soulignons que les résultats obtenus ci-dessus sont compatibles avec ceux de Fidone et Granata [60], même s'ils apparaissent *a priori* plus faibles, en terme de puissance générée. Ceci est imputable au fait que la fréquence considérée ici est plus grande que dans cette référence. Une fréquence élevée revient à une longueur d'onde faible, ou encore une densité élevée, ce qui, comme le montre la figure 3.8, se traduit par une diminution du niveau de puissance générée.

Ces résultats autorisent l'introduction d'une approximation supplémentaire pour l'étude des effets de température finie, consistant à négliger le cisaillement magnétique. Ceci permet de simplifier largement le traitement. Il est toutefois important de noter qu'une telle approximation ne serait pas acceptable dans le cas d'un stellarator [74]. En fait, l'étude qui précède peut être étendue au cas d'un plasma chaud de stellarator, moyennant la résolution numérique des équations couplées. La présentation de ce calcul sort toutefois du cadre de cet exposé.

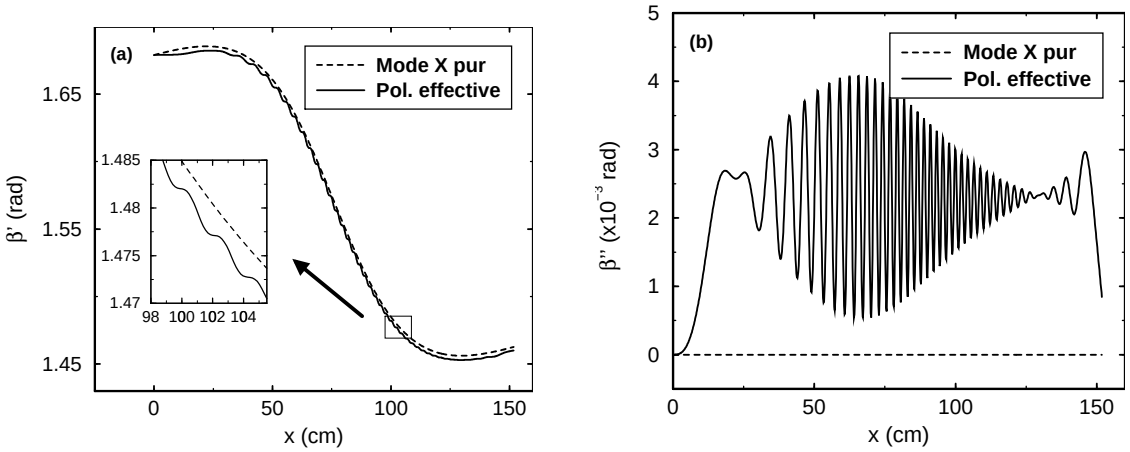


FIG. 3.11 – Caractéristiques de l'ellipse de polarisation. *(a)* β', angle d'inclinaison du grand axe par rapport à l'axe défini par $\hat{\mathbf{e}}_{\|}$. Sur le même graphique figure cet angle dans le cas où il n'y a pas de couplage *(pointillés)*. *(b)* β'', angle d'ouverture : $\tan(\beta'')$ est le rapport des longueurs des axes de cette ellipse (voir figure 3.3).

3.4 Effets de température finie sur la polarisation

3.4.1 Matrice de couplage

Après avoir éliminé le cisaillement magnétique comme cause possible de dépolarisation significative dans un tokamak, il est intéressant de se pencher sur les effets de température finie. Dans les plasmas des machines actuelles, le gradient de température peut être localement fort [75, 76] et pourrait, comme le gradient de densité, engendrer une dépolarisation de l'onde.

On considère à présent que le champ de confinement est effectivement selon $\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{z}}$, ce qui signifie que le cisaillement magnétique est négligé et on suppose que l'onde peut être envoyée avec un certaine angle toroïdal, noté ϕ_t par rapport à la direction du champ magnétique $\mathbf{B}_0$ (voir figure 3.1).

En géométrie slab, il est courant de représenter les effets toroïdaux en utilisant une expression *ad hoc* pour $n_{\|}$ (voir figure 3.12).

Ainsi, sur la figure, on peut voir que

$$n_{\|} = \cos(\alpha_0 - \varphi) \tag{3.45}$$

D'où l'on peut tirer

$$n_{\|} = \sin(\phi_t)\frac{R_0 + a_0}{R_0 + r} \tag{3.46}$$

L'examen des indices de propagation des modes ordinaires et extraordinaires en incluant les effets de plasma chaud permet de se rendre compte de leur forte influence aux alentours de la résonance cyclotronique. Ainsi, la figure 3.13 illustre la modification des

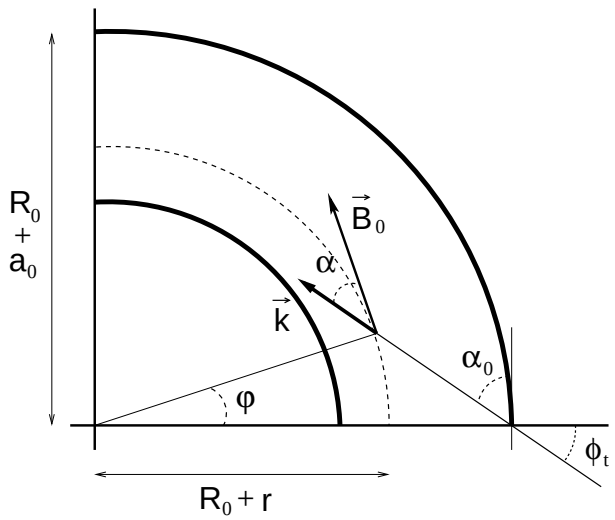


FIG. 3.12 – Modification de $n_{\|} = \cos(\alpha)$ au cours de la propagation de l'onde en géométrie toroïdale. L'angle d'injection ϕ_t est le complémentaire de $\alpha_0 \equiv \alpha(x = 0)$.

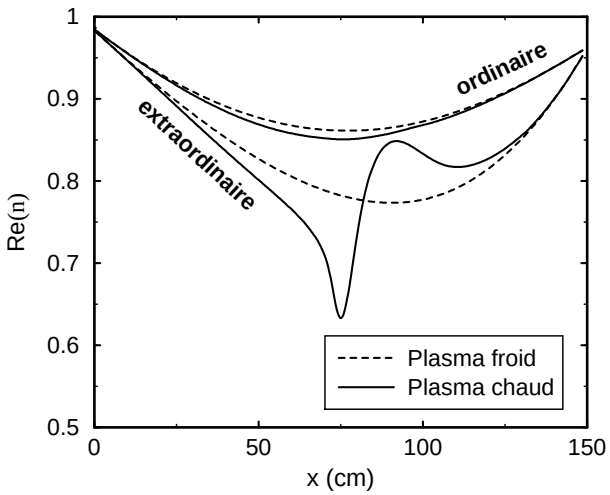


FIG. 3.13 – Influence des effets de température finie sur la partie réelle des indices de propagation. En pointillés, on a représenté les mêmes indices dans le cas d'un plasma froid. L'onde traverse la résonance cyclotronique électronique pour $x \approx 75$cm.

indices de propagation de chacun des modes sous l'effet de la température finie. Les principaux paramètres sont $n_e(0) = 4 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, $T_e(0) = 5\text{keV}$, $\phi_t = 10°$.

Au bord du plasma, les deux indices (froid et chaud) sont confondus, puisque la température est faible. Ensuite, la différence s'accentue et devient très importante autour de la résonance cyclotronique. Enfin, les indices s'approchent à nouveau car l'on pénètre à nouveau dans une zone plus froide.

On remarque également que la partie réelle du mode ordinaire est nettement moins modifiée que la même quantité pour le mode extraordinaire. Ceci est dû au fait que la partie imaginaire de l'indice du mode O-2 est très inférieure à celle de l'indice du mode X-2 [33] (c'est la raison pour laquelle l'absorption de ce mode est moindre). Les parties réelles et imaginaires étant liées par les relations de Kramers-Kronig, cette constatation permet d'expliquer la faible modification de la partie réelle du mode O-2 [11].

Les expressions du tenseur diélectrique relativiste sont nécessaires. Nous nous baserons sur les expressions compactes proposées par Krivenski [38, 52], pour une fonction de distribution maxwellienne, développées au premier ordre en rayon de Larmor, c'est à dire écrites sous la forme (3.6).

Les profils de densité et de température sont modélisés par des fonctions de la forme

$$n_e(r) = n_{e_0}\left[\left(1 - \frac{n_{e_a}}{n_{e_0}}\right)\left(1 - \left(\frac{r}{a_0}\right)^2\right)^{\alpha_n} + \frac{n_{e_a}}{n_{e_0}}\right] \tag{3.47}$$

$$T_e(r) = T_{e_0}\left[\left(1 - \frac{T_{e_a}}{T_{e_0}}\right)\left(1 - \left(\frac{r}{a_0}\right)^2\right)^{\alpha_T} + \frac{T_{e_a}}{T_{e_0}}\right] \tag{3.48}$$

où a_0 est le petit rayon du plasma, les quantités avec l'indice 0 signifient "au centre" et les quantités avec l'indice a signifient "au bord". Sur la figure 3.14 sont tracés plusieurs profils de densité, obtenus avec différentes valeurs de α_n. Les profils de T_e ont la même forme et n'ont donc pas été représentés ici.

On peut alors effectuer le calcul des termes de la matrice $\overline{\overline{\mathbf{\Gamma}}}$, à partir des expressions (3.16), (3.17) et de la définition (3.14).

Sur le figure 3.15, on a représenté le terme Γ_{ox} pour $n_{e_0} = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, $T_{e_0} = 5\text{keV}$, $\phi_t = 10°$, $\alpha_n = 1$ et $\alpha_T = 2$. Il est très difficile de déduire les propriétés physiques du couplage a la simple vue de ce terme, puisque celui-ci doit être multiplié par un terme de phase, puis intégré pour donner le résultat du couplage, comme on peut le voir dans l'équation (3.27). Cependant, l'effet de la résonance cyclotronique électronique apparaît très clairement.

3.4.2 Calcul de la dépolarisation

Afin d'identifier les dépendances de la dépolarisation vis à vis des différents paramètres, on se penche dans un premier temps sur le cas du plasma froid. La figure 3.16 représente le maximum de puissance ordinaire générée en fonction du minimum de la longueur du gradient de densité $L_n \equiv \inf \left|\boldsymbol{\nabla} n_e / n_e\right|^{-1}$. Il est possible d'agir sur cette grandeur à l'aide du paramètre α_n.

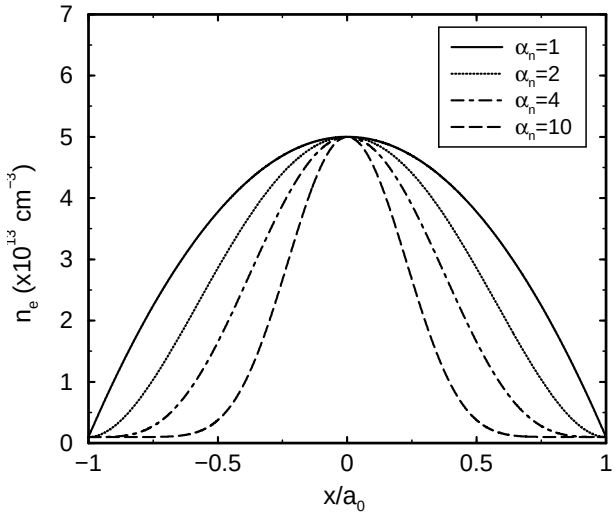


FIG. 3.14 – Profils de densité pour différentes valeur du paramètre α_n. Les autres paramètres sont $n_{e_0} = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$ et $n_{e_a} = 0.1 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$.

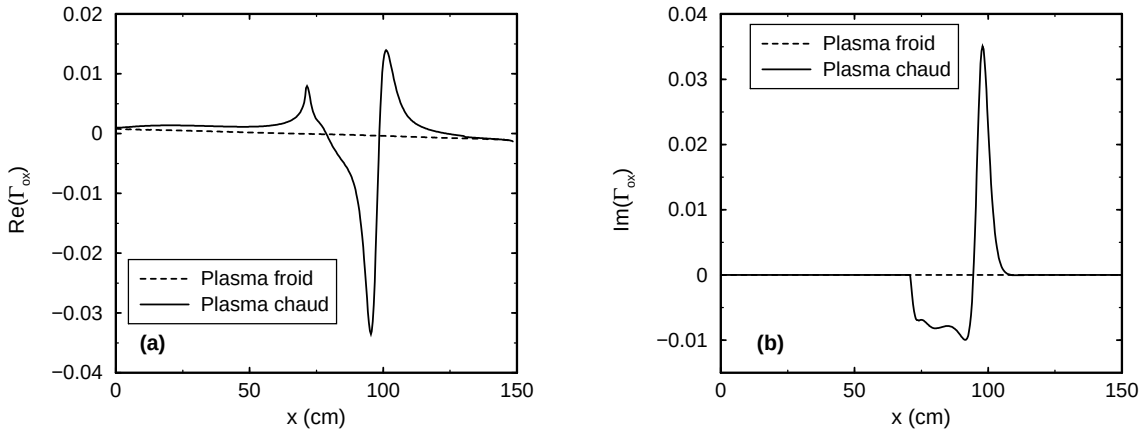


FIG. 3.15 – Exemple de coefficient de couplage Γ_{ox} : partie réelle *(a)*, partie imaginaire *(b)*. On a choisi ici $n_{e_0} = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, $T_{e_0} = 5\text{keV}$, $\phi_t = 10°$, $\alpha_n = 1$ et $\alpha_T = 2$. Sur cette figure, la résonance cyclotronique électronique se trouve sensiblement au centre du plasma.

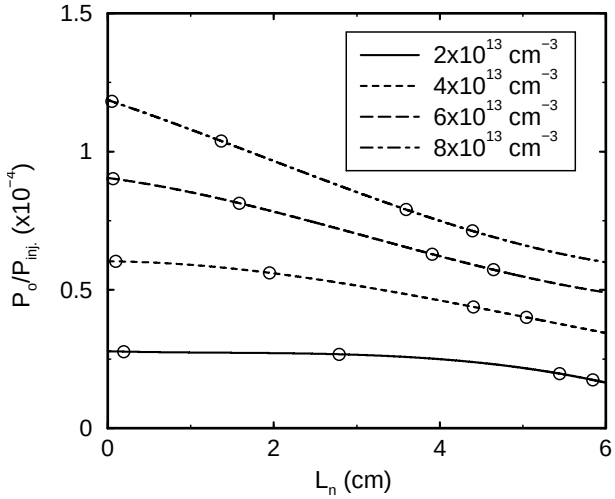


FIG. 3.16 – Variation du maximum de la fraction de puissance ordinaire générée en fonction de la longueur de gradient de densité, dans le cas d'un plasma froid, pour différentes valeurs de la densité centrale. Dans ce cas $\phi_t = 10°$, $B_0(0) = 2.1$T.

On constate que plus la longueur de gradient est grande, plus la dépolarisation est faible, ce qui confirme le rôle important joué par la valeur de la densité et de son gradient dans le processus de dépolarisation.

Afin d'évaluer qualitativement, dans un premier temps, l'influence des effets thermiques, la figure 3.17 illustre la différence entre les cas où le plasma est froid et où le plasma est chaud ($T_{e_0} = 5$keV) du point de vue de la puissance ordinaire générée.

On remarque sur cette figure que le maximum de puissance ordinaire générée dans le cas du plasma chaud est environ le triple du maximum de puissance générée dans le cas froid. Il est également clair que la majeure partie de la dépolarisation s'effectue au bord du plasma. La raison est la même que dans le cas de la figure 3.7(b) et trouve son explication mathématique dans l'étude de l'expression (3.27) :

Au bord du plasma : $n_x \approx n_o$ (voir figure 3.13), ce qui a pour effet de rendre l'exponentielle à l'intérieur de l'intégrale (terme de phase) proche de l'unité. Seule y subsiste la contribution du terme de couplage Γ_{ox}, qui peut éventuellement être importante.

Au centre du plasma : n_x est très différent de n_o (voir figure 3.13). Dans ce cas, l'intégrale contient un terme de phase rapidement oscillant, ce qui a pour effet d'écranter les variations du terme de couplage.

On peut également voir, sur la courbe représentant le rapport des puissances ordinaire et injectée pour $T_{e_0} = 5$ keV, l'effet de la résonance cyclotronique. Celui-ci est évidemment invisible sur la courbe correspondante du cas froid, puisque cette résonance est un effet purement cinétique. Par ailleurs, on constate une large chute de la puissance ordinaire après la résonance, dans le cas chaud. Ceci est dû au fait que le mode O-2 généré par la

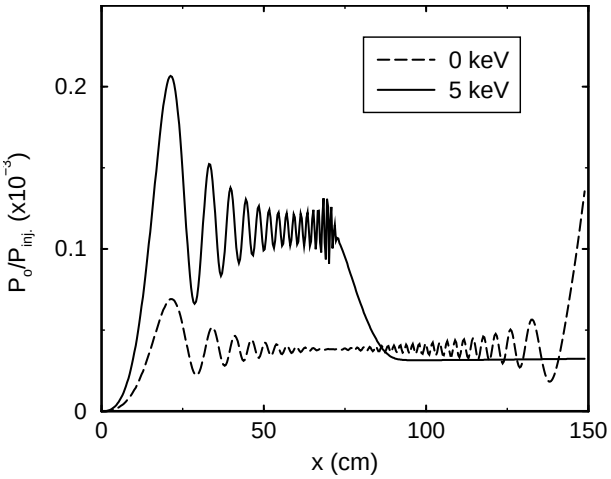


FIG. 3.17 – Comparaison entre la fraction de puissance ordinaire générée dans le cas d'un plasma froid *(pointillés)* et d'un plasma dont la température centrale est $T_{e_0} = 5$keV *(solide)*. On a pris ici $n_{e_0} = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, $B_0(0) = 2.1$T, $\phi_t = 10°$ et $\alpha_n = \alpha_T = 2$

dépolarisation est en partie absorbé par le plasma. Enfin, au delà de la résonance, il n'y a plus de mode extraordinaire dans le plasma, donc plus de génération de mode ordinaire par couplage. Ceci explique la constance du niveau de puissance.

Afin d'étudier les effets de l'angle d'injection sur la polarisation, on fait varier celui-ci sur toute la latitude qu'offre un injecteur tel que celui du tokamak Tore Supra [14], c'est à dire approximativement de 0° (propagation perpendiculaire) jusque 30°. On considère comme point représentatif du niveau de puissance ordinaire le maximum de la courbe de cette puissance. Comme dans la figure précédente, on compare un cas de plasma chaud ($T_{e_0} = 5$keV) avec un cas de plasma froid. Le résultat se trouve sur la figure 3.18.

Afin de mieux comprendre, qualitativement, la forme de cette courbe, on peut examiner le cas très simplifié d'un plasma froid et ténu, au sein duquel le champ magnétique est homogène. $n_\parallel$ reste alors constant au cours de la propagation et la densité vérifie la condition $X \ll |1 - Y^2|$. On peut montrer que Γ_{ox} s'écrit alors

$$\Gamma_{ox} \approx \frac{Y}{4n_\parallel^2 + Y^2(1-n_\parallel^2)^2} \cdot \frac{n_\parallel(1-n_\parallel^2)}{2} \cdot \frac{dX}{dx} \tag{3.49}$$

Cette expression exhibe le même comportement qualitatif que les courbes de la figure 3.18 , à savoir qu'elle admet un maximum dans la région $\phi_t \approx 10°$, et s'annule dans le cas d'une propagation purement perpendiculaire ($n_\parallel = 0$) et dans le cas d'une propagation purement parallèle ($n_\parallel = 1$). On peut en outre remarquer le fait que Γ_{ox}, dans ce cas, est proportionnel au gradient de densité.

Afin de juger de la pertinence de l'inclusion des effets de plasma chaud dans les calculs de polarisation, on s'intéresse à présent au rapport du maximum de puissance généré dans

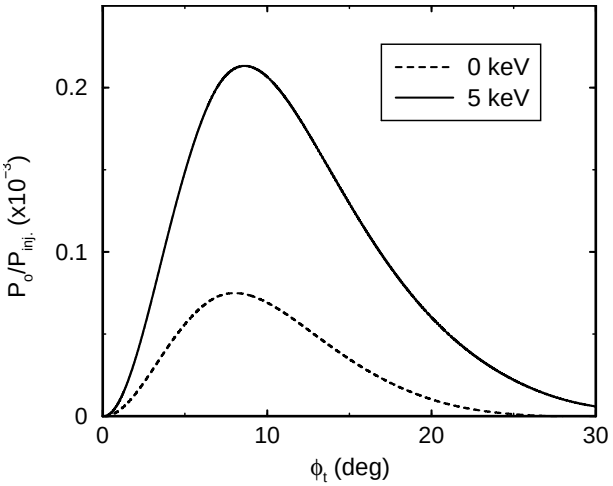


FIG. 3.18 – Variation du maximum de la puissance ordinaire générée en fonction de l'angle d'injection toroïdal. Dans ce cas, $n_{e_0} = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, $B_0(0) = 2.1\text{T}$, $\alpha_n = \alpha_T = 2$.

le cas du plasma chaud sur ce même maximum dans le cas froid.

En premier lieu, on peut étudier la dépendance de ce rapport vis-à-vis de la densité centrale. La figure 3.19(a) illustre le résultat obtenu, pour $\alpha_n = 1$, la figure 3.19(b) pour $\alpha_n = 2$.

On voit que ce rapport décroît lorsque la densité centrale croît, ce qui semblerait indiquer que l'influence de la température est d'autant plus forte que la densité est faible. Ceci explique le fait que, comme on peut le voir sur la figure 3.17, la dépolarisation est forte au bord du plasma, où la densité est faible. On peut également noter sur ces courbes, que le rapport augmente avec la température, à densité égale. Par ailleurs, cette quantité est plus élevée dans le cas où $\alpha_n = 2$ que dans le cas où $\alpha_n = 1$. On sait que le profil de densité à $\alpha_n = 2$ est tel que la densité est plus faible au bord du plasma que le dans le cas où $\alpha_n = 1$ (voir figure 3.14). Or, le maximum de la puissance ordinaire est proche du début du plasma (voir figure 3.17). Afin de confirmer cette tendance, on a tracé sur la figure 3.20 le même rapport dans le cas où le profil de densité est encore plus piqué, en choisissant $\alpha_n = 4$ (voir figure 3.14).

Le rapport est alors nettement plus élevé que dans les cas deux cas précédents (figure 3.19), ce qui confirme l'hypothèse avancée selon laquelle l'effet de la température est d'autant plus important que la densité est faible.

On note, sur ces figures, que les effets chauds sont jusque plusieurs dizaines de fois plus dépolarisants que les effets de plasma froid, en terme de puissance. Ceci confirme le rôle prépondérant du profil de température, et donc des effets thermiques, dans le calcul de la dépolarisation.

Pour compléter cette étude, la figure 3.21 représente le rapport de puissance ordinaire générée dans les cas froid et chaud, en fonction de la température centrale, pour différentes formes du profil de température.

Cette figure montre que le niveau de dépolarisation de l'onde augmente avec la tem-

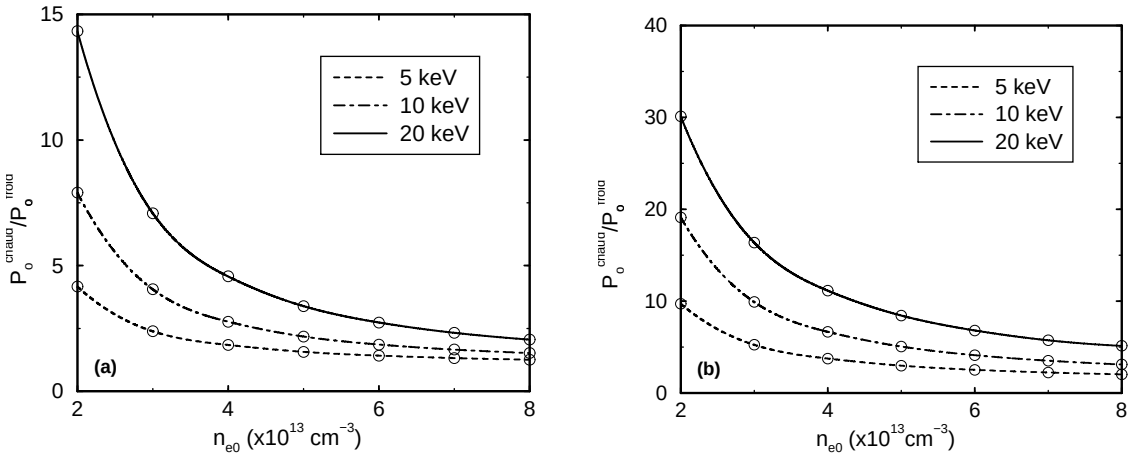


FIG. 3.19 – Variation du rapport entre la puissance ordinaire dans le cas chaud et dans le cas froid, en fonction de la densité centrale n_{e_0}, pour différentes valeurs de la température au centre. Les paramètres sont $\alpha_T = 2$, $B_0(0) = 2.1$T et $\alpha_n = 1$ *(a)*, $\alpha_n = 2$ *(b)*.

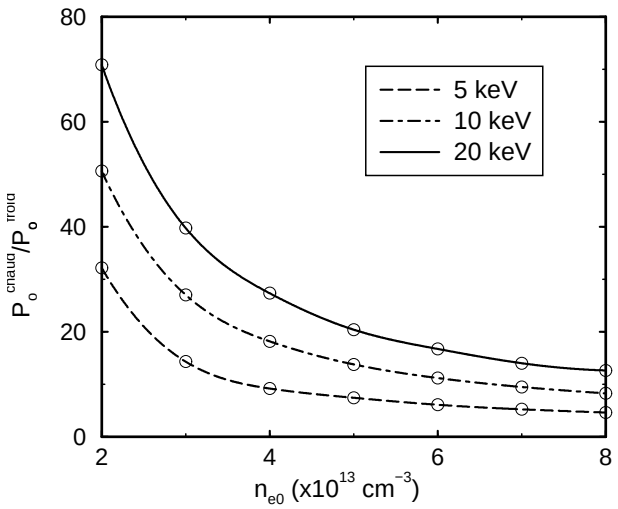


FIG. 3.20 – Variation du rapport entre la puissance ordinaire dans le cas chaud et dans le cas froid, en fonction de la densité centrale n_{e_0} et pour différentes valeurs de la température au centre. Sur cette figure, $\alpha_n = 4$, $\alpha_T = 2$ et $B_0(0) = 2.1$T

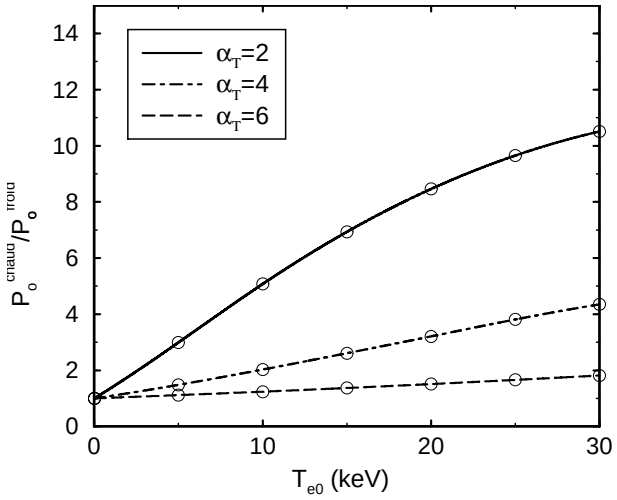


FIG. 3.21 – Variation du rapport entre la puissance ordinaire dans le cas chaud et dans le cas froid, en fonction de la température centrale T_{e_0}, pour différentes formes du profil de température. On a ici $n_{e_0} = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, $\alpha_n = 2$ et $B_0(0) = 2.1\text{T}$.

pérature centrale. Elle est maximale pour $\alpha_T = 2$. Ceci conforte l'explication donnée plus haut, à propos des effets de température et de densité : lorsque $\alpha_T > 2$, la température est relativement basse au bord et la dépolarisation est faible. A l'inverse, le cas où $\alpha_T = 2$ donne une température assez élevée dès l'entrée du plasma, où la densité est faible, ce qui favorise la dépolarisation.

Pour conclure cette section, on peut résumer ces observations en quelques points :

- Globalement, la dépolarisation décroît avec la densité, mais croît avec la température.
- L'onde perd d'autant plus sa polarisation que la longueur de gradient de densité est faible. Ceci, en parallèle avec le premier point, explique le fait que la majeure partie de la dépolarisation de l'onde se situe au bord du plasma.
- La polarisation est d'autant mieux conservée que le profil de température est piqué. La situation la plus défavorable serait donc un profil densité très piqué et un profil de température peu piqué mais ceci ne correspond guère aux situations rencontrées dans les tokamaks actuels.
- On constate un maximum du niveau de dépolarisation avec l'angle d'injection toroïdal. L'angle correspondant à la dépolarisation maximale dépend très peu des paramètres utilisés pour les profils.

3.4.3 Ellipse de polarisation

Dans la même optique que dans la section 3.3.3, on peut étudier les effets de la température finie sur l'ellipse de polarisation.

Le cas considéré est tel que les profils de densité et de température sont paraboliques ($\alpha_T = 2$, $\alpha_n = 1$) avec $n_{e_0} = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$ et $T_{e_0} = 5\text{keV}$. Par ailleurs, l'angle d'injection est $\phi_t = 10°$.

Sur la figure 3.22, on tracé les angles β' et β'', caractérisant l'ellipse de polarisation (voir section 3.2.3).

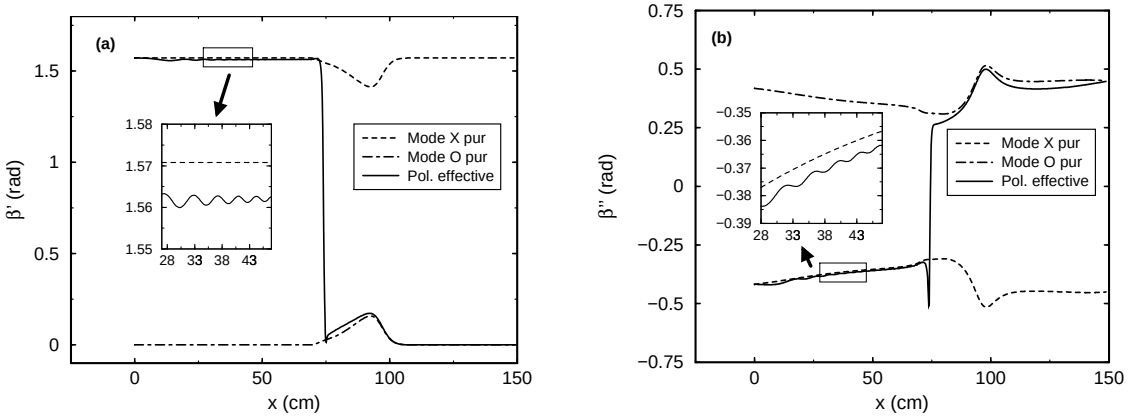


FIG. 3.22 – Caractéristiques de l'ellipse de polarisation (voir figure 3.3). *(a)* β', angle d'inclinaison du grand axe. *(b)* β'', angle d'ouverture. Sur les deux figures apparaissent également les angles associés aux états de polarisation O et X purs.

Il apparaît qu'à l'entrée du plasma, l'ellipse de polarisation est confondue avec l'ellipse du mode X non perturbé, ce qui constitue notre condition initiale. Par la suite, les angles β' et β'' varient légèrement et l'ellipse s'écarte peu de celle du mode X. Puis, on observe un brusque changement : elle suit soudain le comportement de l'ellipse de polarisation du mode ordinaire. Ceci vient du fait que la quasi-totalité du mode X a été absorbée : seule une polarisation majoritairement ordinaire est obtenue après la résonance. Il s'agit du mode O généré par dépolarisation du mode X. L'onde sortant du plasma est donc cette fois en mode ordinaire.

3.4.4 Cas particulier : dépolarisation au bord du plasma

Dans cette dernière section, nous allons nous pencher sur un cas particulier : celui où la résonance cyclotronique électronique se situe au bord du plasma. On peut être amené à chauffer le bord du plasma ou y générer du courant, afin par exemple, de contrôler finement le profil de courant pour créer et soutenir une barrière de transport [49] ou stabiliser des modes MHD néoclassiques [50]. L'obtention de l'absorption de l'onde est alors délicate et une dépolarisation peut se traduire par une génération de mode O-2 (dans le cas où le mode initial est X-2), dont l'absorption est moindre et spatialement plus étalée, situation défavorable pour ces applications.

De fait, le bord du plasma joue un rôle très particulier dans cette étude. Comme on peut le voir sur la figure 3.17, la majeure partie de la dépolarisation s'effectue dans la partie périphérique du plasma. On a également vu que le terme de couplage était fortement perturbé aux alentours de la résonance (voir figure 3.15). En plaçant cette partie perturbée précisément à l'endroit où la dépolarisation est forte, on peut s'attendre à des niveaux de puissance générée assez importants.

Pour mener cette étude, on considère des profils tels que $\alpha_n = 2$ et $\alpha_T = 1$. Ce dernier paramètre est choisi pour rendre compte du chauffage du bord du plasma par les ondes cyclotroniques électroniques, supposées injectées avec un angle toroïdal $\phi_t = 10°$.

Dans un premier temps, considérons le rapport entre la puissance ordinaire et la puissance injectée dans le cas où $T_{e_0} = 10$keV et $n_{e_0} = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$. Le champ magnétique central est $B_0(0) \approx 2.8$T, ce qui se traduit par une absorption périphérique et totale de l'onde. La figure 3.23 illustre le résultat obtenu.

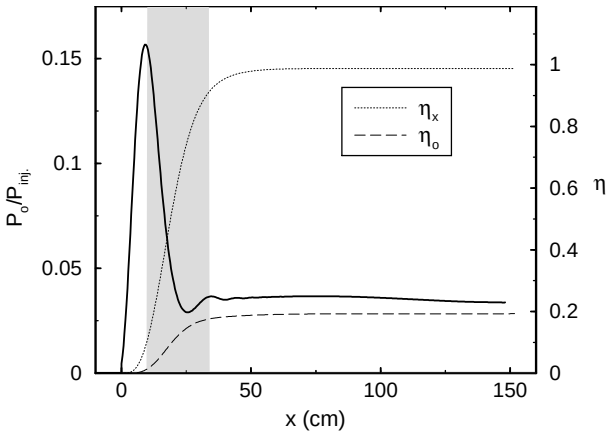


FIG. 3.23 – Rapport de la puissance ordinaire générée sur la puissance injectée, dans la cadre d'une absorption périphérique. On a ici $n_{e_0} = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, $T_{e_0} = 10$keV, $B_0(0) = 2.8$T. Sur cette figure, on a également fait figurer la fraction de puissance absorbée (η) des deux modes *(échelle de droite)*. La partie grisée représente la zone d'absorption.

On peut voir que le niveau de puissance ordinaire générée est assez élevé dans ce cas. Il atteint environ 16%. On remarque que l'absorption de la fraction de puissance ordinaire est relativement mauvaise ($\approx 20\%$), ce qui illustre les effets négatifs d'une éventuelle dépolarisation puisque parallèlement, le mode extraordinaire est caractérisé par une absorption totale.

Il est a noter que, dans cette situation, le niveau de puissance obtenu est tel que l'hypothèse $|\mathbf{f}^1| \ll |\mathbf{f}^0|$ de la méthode de calcul perturbatif présentée dans la section 3.2.2 peut être remise en question. Les valeurs présentées dans cette section ont donc été confirmées en résolvant les équations de modes couplés (3.13) par une méthode de Runge-Kutta[5].

Dans une démarche similaire à celle qui a été suivie dans la section 3.4.2, on étudie à présent l'effet de la variation de la densité et de la température centrales sur le niveau de puissance ordinaire générée.

La figure 3.24 illustre le résultat obtenu, en fonction de la densité centrale, pour les températures centrales $T_{e_0} = 5$keV et $T_{e_0} = 10$keV.

[5]En pratique, on constate que les résultats du calcul perturbatifs restent proches de ceux de la résolution complète.

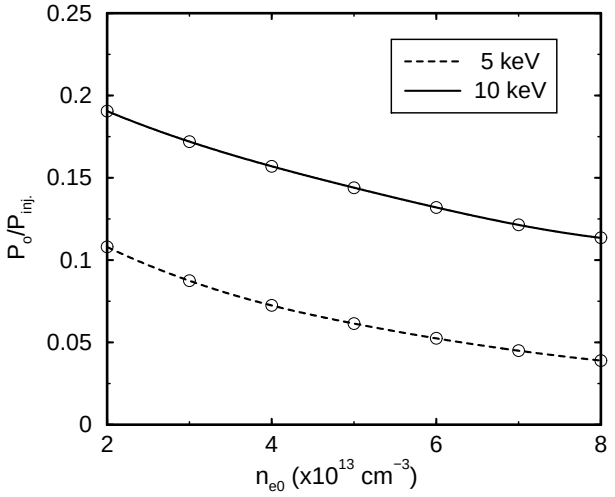


FIG. 3.24 – Maximum de la fraction de puissance ordinaire en fonction de la densité centrale, pour deux valeurs de la température au centre.

On remarque qu'à température donnée, le niveau de puissance ordinaire diminue à mesure que n_{e_0} augmente, ce qui est cohérent avec les conclusions de la section 3.4.2. On note également une forte dépendance en fonction de la température. Ceci est dû au fait que l'absorption périphérique est très sensible à la forme de la courbe d'absorption, qui elle-même est fortement conditionnée par la température [52].

L'état de polarisation de l'onde à l'endroit de l'absorption dépend de son état de polarisation initiale, comme le montrent les relations (3.21) et (3.23). On peut aussi inverser ces relations pour fixer la polarisation désirée en un point donné du plasma et en déduire des conditions initiales sur chaque mode, et donc sur les champs électromagnétiques eux-mêmes.

En appliquant ce traitement au cas de la figure 3.23 et en imposant à l'onde d'être en mode extraordinaire pur à proximité de l'absorption, c'est à dire pour $x \approx 20$cm, on obtient une nouvelle courbe pour la puissance ordinaire, tracée sur la figure 3.25.

On voit que, cette fois, l'onde arrive à la résonance en mode X-2 pur, et qu'elle y est totalement absorbée. Pour arriver à ce résultat, il faut environ 18% de mode O (en terme de champ électromagnétique) dans l'onde de départ. On peut conclure par conséquent que, même si l'absorption périphérique est sensible à la polarisation, il est possible, en agissant convenablement sur l'état de polarisation à la sortie du guide d'onde, d'obtenir une absorption optimale. Dans ces situations d'absorption périphérique, la grande sensibilité de la dépolarisation vis-à-vis des différents paramètres (profils de température et de densité, notamment) peut cependant rendre délicate la mise en application d'un contrôle et d'une réaction efficaces. Ceux-ci nécessitent une bonne connaissance, tant temporelle que spatiale, des paramètres de bord du plasma, condition nécessaire à l'asservissement des miroirs polarisants permettant d'optimiser à chaque instant la puissance absorbée.

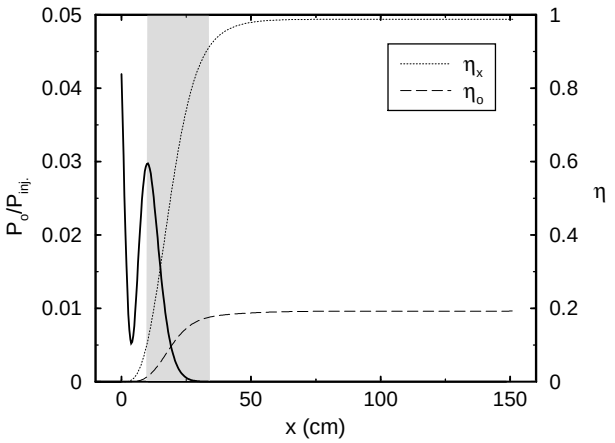


FIG. 3.25 – Comme sur la figure 3.23, dans le cas où la polarisation initiale a été optimisée dans le but d'obtenir une absorption totale de l'onde. L'onde parvient à la résonance en mode extraordinaire pur.

3.5 Conclusion

Cette étude a permis de confirmer la faible influence du cisaillement magnétique signalée par Fidone et Granata [60], pour les paramètres d'un plasma de tokamak actuel et dans la gamme de fréquence des ondes cyclotroniques électroniques. L'étude des effets de plasma chaud s'est révélée parfaitement justifiée dans la mesure où la dépolarisation due aux effets conjugués des gradients de densité et de température est largement plus importante que la dépolarisation correspondant au seul gradient de densité dans un plasma froid [70] [71].

En présence des effets de température finie, deux régimes ont été identifiés. Le premier correspond à une absorption centrale des ondes cyclotroniques électroniques. La puissance dépolarisée peut alors être supérieure d'un ordre de grandeur à la puissance dépolarisée dans le cas du plasma froid, toutefois l'effet global reste faible (0.1%) et négligeable dans le cadre des applications de chauffage et de génération de courant. A l'inverse, le second régime est caractérisé par une absorption périphérique des ondes et cette étude a permis de révéler qu'une fraction significative ($10 - 20\%$) de la puissance injectée pouvait être dépolarisée. Toutefois, il est possible de choisir une polarisation adaptée à l'entrée de plasma, de manière à obtenir le mode désiré dans un état pur à l'endroit de la résonance.

Les effets de plasma chaud peuvent être particulièrement significatifs dans les régimes de filamentation observé par exemple sur RTP [75], où les gradients de température observés en présence de chauffage intense à la fréquence cyclotronique électronique peuvent atteindre jusque 1keV/cm.

Il serait également intéressant d'étendre cette étude aux configurations magnétiques de type stellarator/heliotron/torsatron. Ces machines utilisent en effet intensivement les ondes cyclotroniques électroniques [15] et sont à présent en mesure de produire des plasmas au sein desquels la température est élevée [77]. Il est donc possible que les effets

conjugués du cisaillement magnétique [74] et de la température imposent un choix précis de la composition modale de l'onde à l'entrée du plasma afin de compenser une éventuelle dépolarisation.

Signalons enfin qu'une évolution possible du modèle présenté dans cette partie consisterait à remplacer la géométrie slab utilisée par une description incluant complètement les effets toroïdaux (qui ont été ici simplement pris en compte par l'intermédiaire d'une variation *ad hoc* de $n_{\|}$). De plus, l'utilisation d'un développement eikonal au premier ordre permettrait d'incorporer les expressions obtenues à un code de tracé de rayons [43, 78].

Chapitre 4

Description cinétique de l'interaction onde-plasma

Comme il a été expliqué dans le chapitre 1, l'obtention d'une fonctions de distribution non maxwellienne est la clé de la génération de courant dans un plasma de tokamak. Lorsque les collisions coulombiennes dominent, cette fonction de distribution tend vers une maxwellienne (fonction d'équilibre thermodynamique). En présence d'un champ électrique statique (décharges à tension par tour non nulle), une queue d'électrons rapides peut se former. Dans le cas d'un champ électrique modéré, la fonction de distribution est dite de *Spitzer-Härm* et traduit une modification de la résistivité du plasma [79]. Dans le cas d'un champ plus important, une queue d'électrons peut se former, s'étendant du corps de la maxwellienne jusqu'à des énergies de l'ordre du MeV (électrons runaways) [10, 80, 81]. Les ondes radiofréquence induisent une diffusion de la fonction de distribution dans l'espace des vitesses ayant pour effet de former une population de particules rapides, portant l'essentiel du courant toroïdal. Enfin, le plasma est le siège de champs électromagnétiques turbulents altérant, eux aussi, la nature maxwellienne de la fonction de distribution [82]. Ces phénomènes interviennent simultanément et leur couplage a pour conséquence l'existence d'une large classe de fonctions de distribution au sein d'un plasma de tokamak, tant du point de vue des ions [83] que des électrons [84].

Le calcul des fonctions de distributions électroniques s'effectue en résolvant l'équation cinétique incluant les modèles *ad hoc* de description des différents phénomènes gouvernant leur évolution temporelle. L'utilisation des symétries de la configuration géométrique considérée et certaines opérations de moyenne sur les très petites échelles de temps, peu intéressantes dans le cadre du problème étudié, permettent souvent de réduire le nombre de dimensions de l'espace des phases. Cependant, hormis dans certains cas très particuliers, il est généralement impossible d'obtenir une solution analytique de l'équation de Fokker-Planck et dans ces conditions, une résolution numérique effectuée par un code appropriée (dit *code cinétique*) est nécessaire [85, 86].

Cette partie est dédiée à la présentation de l'outil qui sera utilisé au long de ce travail pour la résolution de l'équation de Fokker-Planck, ainsi qu'à à l'introduction d'un certain nombre de concepts relatifs aux aspects cinétiques de l'interaction onde-plasma. Ces notions seront notamment utiles dans la suite, puisque les effets cinétiques constituent

la pierre angulaire d'un modèle auto-cohérent permettant la description des décharges combinant onde hybride et onde cyclotronique électronique, thème principal du chapitre 6.

Ce chapitre est organisé comme suit : l'équation cinétique électronique à résoudre sera tout d'abord présentée des points de vue mathématique, numérique puis physique avec la discussion des différents termes qui la composent (section 4.1). Certains de ces termes, particulièrement cruciaux pour cette étude, seront détaillés : le terme décrivant l'interaction entre l'onde cyclotronique électronique et le plasma, (section 4.2), le terme équivalent pour l'onde hybride basse (section 4.3), permettant la prise en compte des effets de cette onde dans le régime multipassage. Enfin, comme brièvement discuté dans le chapitre 1, le transport de l'énergie dans un tokamak est anormal. Un point de consensus s'est dégagé pour en attribuer l'origine à la turbulence électromagnétique. L'effet de cette turbulence sur les électrons suprathermiques se traduit par une diffusion radiale et un modèle adapté à la description de ce phénomène sera introduit dans la section 4.4. Le lecteur spécialement intéressé par ce dernier aspect pourra aussi se reporter à l'appendice B.

4.1 Equation cinétique

Cette section est consacrée à l'équation cinétique moyennée. Ce sujet ayant été largement traité dans la littérature[1], on se contentera ici de discuter les aspects mathématiques, numériques et physiques en rapport direct avec le modèle qui sera utilisé au cours de ce travail pour le calcul de la fonction de distribution électronique.

4.1.1 Equation de Fokker-Planck moyennée

En présence de champs électromagnétiques et des collisions coulombiennes, l'évolution de la fonction de distribution est décrite par l'équation de Boltzmann (voir section 2.1.2, équation (2.5))

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - e\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \cdot \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right) f = \hat{C} f \tag{4.1}$$

où $f = f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = f(p_x, p_y, p_z, x, y, z, t)$.

De manière analogue à la démarche employée dans la section 2.1.2, il est intéressant de distinguer d'une part les phénomènes dont le temps caractéristique est la période de l'onde, d'autre part les phénomènes plus lents [11]. Ainsi, pour une quantité X, on introduit $X \equiv X_0 + \delta X$ en imposant $\langle X \rangle_\tau = X_0$, la moyenne étant effectuée ici sur une période de l'onde.

Cette opération, appliquée à (4.1) permet d'obtenir une équation pour la partie moyenne de la fonction de distribution

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{r}} - e\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \cdot \left(\mathbf{E}_0 + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}_0 \right) f_0 + \left\langle \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \cdot \mathbf{S}_c \right\rangle_\tau = -\left\langle \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \cdot \mathbf{S}_w \right\rangle_\tau \tag{4.2}$$

[1] voir, par exemple, les ouvrages de Brambilla [11], Killeen [87] ou l'article de revue de Westerhof [88].

où $\mathbf{S}_c$ est le flux collisionnel, défini par

$$\hat{C}f \equiv -\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \cdot \mathbf{S}_c \tag{4.3}$$

et

$$\mathbf{S}_w \equiv -e\left(\delta\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \delta\mathbf{B}\right)\delta f \tag{4.4}$$

L'équation pour la partie fluctuante de f est

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{r}} - e\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \cdot \left(\mathbf{E}_0 + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}_0\right)\delta f = e\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \cdot \left(\delta\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \delta\mathbf{B}\right) f_0 \tag{4.5}$$

Suivant Kennel et Engelmann [24], on introduit un système de variables cylindriques dans l'espace des vitesses, ce qui permet d'écrire $f = f(\mathbf{r}, p, \theta, \phi, t)$ avec, en supposant $\mathbf{B}_0 = B_0\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z}$

$$\begin{cases} p_x & \equiv p\sin(\theta)\cos(\phi) \\ p_y & \equiv p\sin(\theta)\sin(\phi) \\ p_z & \equiv p\cos(\theta) \end{cases} \tag{4.6}$$

Jusqu'ici, la fonction de distribution est décrite en chaque point de l'espace des phases, sans aucune simplification. Une résolution numérique de l'équation (4.1) implique donc six variables, auxquelles il faut ajouter le temps, ce qui se traduit par un calcul très lourd. Un autre inconvénient majeur de ce type de modélisation *ab initio* est que la connaissance de la valeur de la fonction de distribution pour tout point de l'espace des phases se traduira par un volume d'information à travers lequel il sera sans aucun doute très difficile de comprendre les mécanismes physiques gouvernant réellement l'évolution dynamique de f.

Toutefois, dans un tokamak, il existe plusieurs échelles temporelles distinctes. La période du mouvement le plus rapide correspond à la rotation cyclotronique des particules autour des lignes de champ magnétique (τ_{ce}), ainsi qu'à l'onde haute fréquence associée à la résonance cyclotronique électronique (τ_w). Le période de rebond pour une particule piégée ou le temps pour lequel une particule circulante aura totalement parcouru un cercle poloïdal est appelée, dans la littérature de langue anglaise, *bounce period*. Notée τ_b, elle est nettement plus longue que τ_{ce} et τ_w. Enfin, les collisions coulombiennes et la diffusion quasilinéaire ont lieu sur des temps typiques τ_c et τ_{ql} tels que l'on peut écrire la relation d'ordre, valable dans le régime de collisionnalité banane, caractéristique des plasmas dans les tokamak actuels [1]

$$\tau_w, \tau_{ce} \ll \tau_b \ll \tau_c, \tau_{ql} \tag{4.7}$$

Comme dans la section 2.1.2, la première opération est de moyenner (4.1) sur l'échelle la plus rapide, correspondant à la fréquence cyclotronique. En suivant Killeen [87] et en introduisant $\omega_{ce} \equiv 2\pi/\tau_{ce}$, on suppose, puisque $\phi \equiv \phi_{ce}$ est l'angle correspondant à la giration cyclotronique

$$\dot{\phi_{ce}} = \omega_{ce} + o(\omega_{ce}^2) \tag{4.8}$$

et

$$\dot{p}, \dot{\theta} = o(\omega_{ce}) \tag{4.9}$$

Il est possible de développer f_0 suivant les puissances croissantes de ω_{ce}^{-1}

$$f_0 \equiv f^{(0)} + \frac{1}{\omega_{ce}} f^{(1)} + o(\omega_{ce}^{-2}) \tag{4.10}$$

où, pour éviter une surcharge de notation, on a abandonné l'indice "0".
A l'ordre 0 en ω_{ce}^{-1}, l'équation (4.2) donne

$$\omega_{ce} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \phi_{ce}} = 0 \tag{4.11}$$

Ce qui signifie que $f^{(0)}$ est indépendante de la phase cyclotronique. Cette indépendance de la fonction d'ordre le plus bas vis-à-vis de l'angle azimutal est discutée d'un point de vue plus physique par Brambilla [11]. L'écriture et la moyenne sur la phase de l'équation d'ordre 1 (4.5) permet d'obtenir, après calcul, l'*équation gyro-cinétique*, décrivant la fonction de distribution des centre-guides [87]

$$\frac{\partial f^{(0)}}{\partial t} + v\cos(\theta)\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{B}} \cdot \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \mathbf{r}} - e\mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{B}} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial p_{\parallel}} + e\frac{v\sin\theta}{2} \boldsymbol{\nabla} \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{B}} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \theta} = \langle \hat{C} f_0 \rangle_{\phi} \tag{4.12}$$

où $\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{B}} \equiv \mathbf{B}_0/B_0$. Le membre de droite représente ici l'opérateur de collisions moyenné sur la phase cyclotronique.

Dans l'équation (4.12), le terme de dérive $v\cos(\theta)\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{B}} \cdot \partial f^{(0)}/\partial \mathbf{r}$ décrit l'influence de la variation spatiale du champ sur le mouvement électronique. Dans un tokamak, l'examen de la relation d'ordre (4.7) montre que le mouvement de rebond est très rapide[2], comparé aux effets collisionnel et quasilinéaires. Plus précisément, cela revient à supposer qu'à l'échelle de la rotation le long de la ligne de champ, le mouvement du centre guide est adiabatique. La période associée à ce mouvement de rotation toroïdal s'écrit

$$\tau_b \equiv \frac{2\pi}{\omega_b} \equiv \oint \frac{ds}{|v_{\parallel}|} \tag{4.13}$$

L'élément infinitésimal de la phase de rebond associée est défini par

$$d\phi_b \equiv \omega_b \frac{ds}{v_{\parallel}} \tag{4.14}$$

où s est l'abscisse curviligne le long de la ligne de champ. Ceci suggère l'introduction d'une moyenne afin de s'affranchir de la description complète du mouvement longitudinal. On définit la moyenne d'une quantité A sur le mouvement de rebond par

$$\langle A \rangle_b \equiv \frac{1}{\tau_b} \oint A \frac{ds}{|v_{\parallel}|} \tag{4.15}$$

où les intégrales sont effectuées sur une orbite de rebond complète.

[2]On considère ici l'expression "mouvement de rebond" au sens large. Pour les particules piégées, la période de rebond est le temps nécessaire pour passer d'une pointe de banane à la pointe opposée puis à nouveau à la pointe initiale. Pour les particules circulantes, il s'agit du parcours complet du cercle poloïdal [53].

Dans le cas où l'on suppose le champ faiblement inhomogène, c'est à dire en négligeant ses variations rapides, mais de faible amplitude[3]. Il est possible de faire l'identification

$$v\cos(\theta)\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{B}}\cdot\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}} = v\cos(\theta)\frac{d}{ds} = \omega_b\frac{\partial}{\partial\phi_b} \tag{4.16}$$

où l'on fait usage de la relation (4.14).

De manière similaire à l'opération (4.10), on introduit un développement de la fonction de distribution des centre-guide selon les puissance croissante de ω_b^{-1}

$$f^{(0)} \equiv f_b^{(0)} + \frac{1}{\omega_b}f_b^{(1)} + o(\omega_b^{-2}) \tag{4.17}$$

L'opération de moyenne sur le rebond appliquée à l'équation gyro-cinétique (4.12) permet d'obtenir, à l'ordre le plus bas

$$\omega_b\frac{\partial f_b^{(0)}}{\partial\phi_b} = 0 \tag{4.18}$$

En d'autres termes, $f_b^{(0)}$ est indépendante de la phase de rebond.

En écrivant la moyenne sur le rebond au premier ordre en ω_b^{-1}, il est alors possible d'obtenir l'équation régissant l'évolution de $f_b^{(0)}$ sous forme locale [23]

$$\frac{\partial f_b^{(0)}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial\mathbf{J}}\overline{\overline{\mathbf{D}}}_{\mathbf{JJ}}\frac{\partial}{\partial\mathbf{J}}f_b^{(0)} - \frac{\partial}{\partial\mathbf{J}}\cdot\mathbf{F}_{\mathbf{J}}f_b^{(0)} \tag{4.19}$$

où $\mathbf{J} \equiv (p,\theta)$. Le tenseur de diffusion $\overline{\overline{\mathbf{D}}}_{\mathbf{JJ}}$ et le vecteur de friction dynamique $\mathbf{F}_{\mathbf{J}}$ incluent tous les éléments de la modélisation, i.e. les collisions coulombiennes, la diffusion quasilinéaire et un éventuel champ électrique parallèle.

On peut décrire complètement une particule donnée à partir de ses caractéristiques au point de sa trajectoire où la valeur du champ de confinement $B_{min} = B_0(\chi_p = 0)$ est minimale[4], où χ_p désigne l'angle poloïdal. La fonction de distribution est totalement déterminée par sa valeur au point (r_0, p_0, θ_0) en écrivant [53]

$$f_b(p_0,\theta_0;r_0,t) \equiv f_b^{(0)}(p(p_0,\theta_0),\theta(p_0,\theta_0);r_0,t) \tag{4.20}$$

où

$$p = p_0, \qquad \sin(\theta_0) = \sqrt{\frac{B_{min}}{B_0}}\sin(\theta) \tag{4.21}$$

Du fait de la simplification évoquée dans la note (3), r_0 est ici un paramètre du calcul.

Moyennant (4.19) sur le rebond, on obtient l'équation permettant de calculer f_b sous la forme [87, 88]

$$p_0^2\lambda\sin(\theta_0)\frac{\partial f_b}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial\mathbf{J}_0}p_0^2\lambda\sin(\theta_0)\overline{\overline{\mathbf{D}}}_{\mathbf{J_0J_0}}\frac{\partial}{\partial\mathbf{J}_0}f_b - \frac{\partial}{\partial\mathbf{J}_0}\cdot\mathbf{F}_{\mathbf{J_0}}f_b \tag{4.22}$$

où $\lambda \equiv v_0\cos(\theta_0)\tau_b$ et $\mathbf{J}_0 \equiv (p_0,\theta_0)$

[3]Il s'agit d'un point très important puisque la diffusion radiale des électrons suprathermiques est précisément liée à ces champs. Pour cette démonstration et dans un souci de concision, cet effet n'est pas pris en compte. La question de la diffusion radiale sera discutée séparément et le lecteur intéressé par cet aspect de la description est invité à se reporter au travail de Rice *et al.* [89].

[4]L'expression consacrée dans la littérature de langue anglaise est "Low Field Side coordinates".

En posant $\alpha \equiv \sqrt{B_{min}/B_0}$, les coefficients moyennés sont déduits des coefficients locaux (voir équation (4.19)) par les relations [87]

$$\begin{aligned} D_{p_0p_0} &= \langle D_{pp}\rangle_b, \\ D_{p_0\theta_0} &= D_{\theta_0p_0} = \left\langle \frac{\cos(\theta)}{\alpha\cos(\theta_0)} D_{p\theta} \right\rangle_b, \\ D_{\theta_0\theta_0} &= \left\langle \frac{\cos^2(\theta)}{\alpha^2\cos^2(\theta_0)} D_{\theta\theta} \right\rangle_b, \end{aligned} \tag{4.23}$$

et

$$\begin{aligned} F_{p_0} &= \langle F_p\rangle_b, \\ F_{\theta_0} &= \left\langle \frac{\cos(\theta)}{\alpha\cos(\theta_0)} F_\theta \right\rangle_b \end{aligned} \tag{4.24}$$

4.1.2 Code de résolution numérique

La résolution de l'équation cinétique moyennée sur les surfaces magnétiques rend nécessaire l'utilisation d'un code Fokker-Planck [87]. Plusieurs codes de ce type existent et on peut trouver une discussion des propriétés respectives de certains d'entre eux dans la revue de Westerhof [88].

Le code utilisé dans ce travail résout l'équation de Fokker-Planck (4.22) pour les directions parallèle et perpendiculaire de l'espace des vitesses, ainsi que la dimension radiale de l'espace réel. La diffusion radiale des électrons rapides provoquée par les champs fluctuants [89,90] n'a pas été discutée dans la section précédente dans un souci de simplicité et sera évoquée séparément dans la section 4.4. A ce point de l'exposé, la conséquence la plus directe est que r devient une variable du problème au même titre que $p_\parallel$ et $p_\perp$. Le code permet donc d'obtenir l'évolution de la fonction de distribution électronique moyennée sur le mouvement de rebond électronique[5] $f = f(p_\parallel, p_\perp, r, t)$, en prenant en compte les collisions, l'interaction onde-plasma, l'effet du champ électrique et la diffusion radiale [53,82,91].

Du point de vue numérique, l'équation à résoudre possède donc la forme générale [92]

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} = A_1\frac{\partial^2 f}{\partial\theta^2} + A_2\frac{\partial^2 f}{\partial u\partial\theta} + A_3\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + B_1\frac{\partial f}{\partial\theta} + B_2\frac{\partial f}{\partial u} + \cdots \\ \cdots + C_1\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + C_2\frac{\partial^2 f}{\partial u\partial r} + C_3\frac{\partial f}{\partial r} + Df + E \end{aligned} \tag{4.25}$$

Le lecteur attentif aura noté l'absence de termes de dérivées croisées en r et θ. Ceci provient de la structure de l'opérateur de diffusion radiale utilisé, qui dans le cas de la turbulence magnétique, introduit uniquement des dérivées de la position radiale et de l'énergie (voir section 4.4).

Les coefficients $(A_i), (B_i), (C_i), D$ et E ont des expressions très complexes [87] et dépendent eux-mêmes de la fonction de distribution, par l'intermédiaire de l'interaction

[5] L'indice b, relatif aux coordonnées bas champ et utilisé dans la section précédente, est omis dans tout ce qui suit.

onde-plasma. Ils sont donc évalués numériquement en tout point de l'espace, pour chaque pas de temps puis moyennés sur le mouvement de rebond en suivant (4.23) et (4.24).

En supposant que l'espace (u, θ, r) s'étend de 0 à u_{max} dans la direction $\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{u}$, de 0 à π dans la direction $\hat{\mathbf{e}}_\theta$ et de 0 à r_{max} dans la direction $\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{r}$, on considère une fonction de distribution initialement maxwellienne et des conditions aux limites telles que pour tout r,

$$\begin{cases} \partial f/\partial\theta(u=0,\theta,r)=0 \\ \\ \partial f/\partial\theta(u,\theta=0,r)=\partial f/\partial\theta(u,\theta=\pi,r)=0 \\ \\ \partial f/\partial u(u=0,\theta=\pi/2,r)=0 \end{cases} \tag{4.26}$$

On suppose également que pour les vitesses élevées, la fonction de distribution reste maxwellienne, en d'autres termes, pour la limite u_{max} du domaine effectivement considéré, on impose la condition

$$f(u_{max},\theta,r)=f_m(u_{max},r) \tag{4.27}$$

Cette dernière contrainte rend nécessaire une valeur de u_{max} suffisamment élevée, qui est choisie de manière à obtenir un résultat final indépendant de sa valeur. En ce qui concerne la direction $\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{r}$, on impose

$$\left.\frac{\partial f}{\partial r}\right|_{r=0}=0 \tag{4.28}$$

En $r = r_{max} \approx a_0$, la condition limite est donnée par les caractéristiques physiques de la turbulence, qui sont malheureusement mal connues. On peut montrer que la condition la plus appropriée au cas traité dans ce travail, i.e. une diffusion radiale provenant de la turbulence magnétique dont le niveau est supposé radialement constant (voir section 4.4) est [91]

$$f(u,\theta,r=a_0)=f_m(u,\theta,r=a_0) \tag{4.29}$$

La résolution de l'équation (4.22) est donc un problème aux conditions initiales/limites mixtes. Pour des raisons de stabilité, le schéma numérique est à direction alternée pour u, θ et r [87]. Ceci signifie que chaque intervalle de temps Δt est subdivisé en trois parties. Pendant le premier tiers de ce pas de temps, les dérivées de f par rapport à u sont calculées de manière implicite alors que les dérivées par rapport à θ et r sont calculées de manière explicite. Au deuxième sous-pas de temps, la variable θ est considérée comme implicite alors que u et r sont explicites. Enfin, le dernier tiers du pas de temps est effectué en considérant que r est implicite, u et θ étant explicites. Ceci permet d'obtenir un système tridiagonal d'équations linéaires dont la résolution est effectuée par l'intermédiaire d'une méthode d'élimination de Gauss. Afin de diagnostiquer le bon fonctionnement du code, l'intégrale de f sur l'espace des vitesses est évaluée à chaque pas de temps et doit rester très proche de l'unité. Le schéma numérique détaillé est présenté dans l'appendice A.

Le code se révèle très stable à l'usage pour un pas de temps typique $\Delta\tau \equiv \nu_e \Delta t \sim 0.05$ (ν_e étant la fréquence de collisions). Le résultat stationnaire obtenu est exempt de problèmes numériques pour des coefficients de diffusion quasilinéaire correspondant aux

situations caractéristiques des tokamaks actuels[6] et pratiquement, l'obtention d'une fonction de distribution complète sur une grille (u, θ, r) de $128 \times 64 \times 25$ points nécessite entre 30 et 60 minutes de calcul sur un calculateur à architecture superscalaire, basée sur processeur de type alpha 21264 (EV6) cadencé à 500 MHz.

4.1.3 Discussion physique

En toute généralité, on peut écrire l'équation cinétique moyennée sur le rebond (2.13) décrivant l'évolution de la fonction de distribution électronique sous la forme

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \langle \hat{C} f \rangle + \left\langle eE_{\parallel} \frac{\partial f}{\partial p_{\parallel}} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial}{\partial p_{\parallel}} D_{lh} \frac{\partial f}{\partial p_{\parallel}} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \overline{\overline{\mathbf{D}}}_{ec} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} \right\rangle + \left\langle \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r D_t \frac{\partial f}{\partial r} \right\rangle \tag{4.30}$$

Les crochets se réfèrent à partir de maintenant et dans toute la suite à l'opération de moyenne sur le mouvement de rebond des électrons. f est la fonction de distribution électronique moyennée sur les surfaces magnétiques et sur la phase de la rotation cyclotronique (voir section 4.1.1). Autrement dit $f = f(p_{\perp}, p_{\parallel}, r, t)$ où $p_{\perp}$ et $p_{\parallel}$ sont les composantes perpendiculaire et parallèle de l'impulsion $\mathbf{p}$. r est la coordonnée radiale repérant la surface magnétique considérée[7]. Dans l'ordre, le membre de droite contient l'effet des collisions coulombiennes, d'un champ électrique statique, de l'onde hybride basse, de l'onde cyclotronique électronique et de la diffusion radiale.

Collisions coulombiennes : Dans ce travail, le terme de collisions haute vitesse sera utilisé. Il a été présenté dans la section 2.1.3 et est parfaitement adapté à la description des phénomènes impliquant les électrons rapides, tels que la génération de courant.

Sous sa forme haute vitesse, relativiste, le terme collisionnel s'écrit [10]

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} = \nu_e \left[\frac{2}{u^2} \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{\gamma^3}{u} \frac{\partial f}{\partial u} + \gamma^2 f \right) + \frac{\gamma(Z_i + 1)}{u^3} \frac{\partial}{\partial \mu} (1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right] \tag{4.31}$$

avec $\nu_e \equiv 2\pi e^4 \ln(\Lambda) n_e / m_e^{1/2} T_e^{3/2}$ où T_e et n_e représentent respectivement la température et la densité électroniques. $\ln(\Lambda)$ est le logarithme coulombien et Z_i est la charge de l'ion majoritaire du plasma. Comme à l'accoutumée, u est l'impulsion normalisée à l'impulsion thermique et $\mu \equiv p_{\parallel}/p$.

Sous cette forme, l'opérateur de collision intègre les effets de friction dynamique et de diffusion en angle d'attaque des électrons rapides sur le corps de la fonction de distribution électronique ainsi que la diffusion en angle d'attaque sur les ions supposés immobiles.

[6] L'utilisation d'une très forte densité de puissance peut se traduire par des coefficients de diffusion d'amplitude très élevée et présentant de brusques variations spatiales. Une telle situation nécessite un affinage des grilles temporelles et spatiales. Dans tout le travail présenté ici et pour le pas de temps choisi, ce type de problème n'a toutefois jamais été rencontré.

[7] Il est très important de souligner ici que cette description n'implique pas de restriction sur la géométrie des surfaces magnétiques qui peuvent être circulaires (cas de Tore Supra) ou de section plus complexe (cas de JET). r doit donc être envisagée plutôt comme une variable liée au flux magnétique que comme une simple coordonnée géométrique [93].

Champ électrique parallèle : La description des effets du champ électrique parallèle est prise en compte par un terme de la forme [56]

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_E = \frac{E_\parallel}{E_c}\left(\mu\frac{\partial f}{\partial u} - \frac{\mu}{u}\frac{\partial f}{\partial \mu}\right) \tag{4.32}$$

$E_\parallel$ est le champ électrique dans la direction parallèle et $E_c \equiv 2\pi n_e e^3 \ln(\Lambda)/T_e$ est le champ critique de Dreicer [56]. Physiquement, il s'agit d'une valeur du champ au delà de laquelle les collisions ne sont plus en mesure de freiner les électrons dont la vitesse dépasse la vitesse thermique. En pratique, pour $E_\parallel/E_c \sim 0.1 - 0.2$, une queue d'électrons dits "runaways" est formée. Cette population échappant au confinement magnétique est potentiellement dangereuse pour l'enceinte matérielle de confinement [10].

Les recherches sur les futurs réacteurs à fusion thermonucléaire contrôlée s'appuient souvent sur l'idée que les sources extérieures (ondes, injection de neutres...) fournissent une large partie du courant, une autre partie étant générée par le plasma lui-même (courant de bootstrap). Les scénarios basés sur ce principe sont appelés *scénarios avancés* [8]. Le champ électrique résiduel est alors très faible. Par conséquent, dans de tels régimes, le terme correspondant de l'équation cinétique peut généralement être négligé (pour autant que l'état stationnaire soit atteint), notamment devant les termes correspondant aux ondes radiofréquence.

Ondes cyclotronique électronique et hybride basse : Le but de l'injection d'ondes depuis l'extérieur du plasma est de déformer la fonction de distribution de manière symétrique (chauffage) ou asymétrique (génération de courant) vis-à-vis de la coordonnée $v_\parallel$. Leur effet est de s'opposer aux collisions coulombiennes qui, elles, tendent à redonner une forme maxwellienne à la fonction de distribution (voir figure 2.2). L'onde cyclotronique électronique agit principalement dans la direction perpendiculaire de l'espace des impulsions (voir section 2.3.2). On peut écrire [57]

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{ec} = \int_0^\infty dn_\parallel \frac{1}{p_\perp}\hat{R}p_\perp D_{ec}\delta\left(n_\parallel - \frac{\gamma - n\omega_{ce}/\omega}{p_\parallel/m_e c}\right)\hat{R}f \tag{4.33}$$

où

$$\hat{R} \equiv \frac{n\omega_{ce}}{\omega}\frac{\partial}{\partial p_\perp} + \frac{p_\perp}{m_e c}n_\parallel\frac{\partial}{\partial p_\parallel} \tag{4.34}$$

n est l'ordre de l'harmonique de la résonance cyclotronique électronique, $\omega_{ce} \equiv eB/cm_e$ est la fréquence EC et ω correspond à la fréquence de l'onde. D_{ec} est le coefficient de diffusion quasilinéaire et $n_\parallel$ correspond à l'indice de réfraction parallèle, dont la valeur résonnante est sélectionnée par l'intermédiaire de la fonction de Dirac dans l'intégrale.

L'onde hybride basse a une action dans la direction parallèle et [94]

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{lh} = \frac{\partial}{\partial p_\parallel}D_{lh}\frac{\partial f}{\partial p_\parallel} \tag{4.35}$$

D_{lh} est le coefficient de diffusion quasilinéaire associé.

Les détails de l'interaction onde-plasma sont contenus dans ces coefficients de diffusion quasilinéaire D_{ec} et D_{lh}. Il s'agit de termes particulièrement fondamentaux de la description et ils seront donc discutés séparément dans les sections 4.2 et 4.3.

Diffusion radiale : Il est communément admis que la turbulence électromagnétique est à l'origine du transport anormal [95]. Sur les électrons suprathermiques, cette turbulence se traduit par une diffusion dans l'espace, plus précisément dans la direction radiale. En première approximation, on peut écrire [85]

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_t = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r D_t \frac{\partial f}{\partial r} \tag{4.36}$$

où r repère la surface magnétique considérée.

La physique de la diffusion radiale est très riche et, comme précédemment, la discussion associée, ainsi que l'écriture du coefficient de diffusion, est reportée à la section 4.4.

Cette brève revue des différents termes de l'équation cinétique permet en particulier de mettre clairement en évidence les différentes variables impliquées dans l'équation cinétique. Ainsi, la résolution de l'équation (4.30) incluant tous les effets décrits ci-dessus rend nécessaire la prise en compte des variables (p, μ, r) ou de manière équivalente[8] $(p_\parallel, p_\perp, r)$.

4.2 Description de l'onde cyclotronique électronique

La physique des ondes cyclotroniques électroniques a déjà fait l'objet d'une présentation générale dans le chapitre 2. On pourra trouver une description très complète de nombreuses expériences d'ECRH et d'ECCD par Erckmann et Gasparino [15]. Deux des principaux avantages de l'utilisation des ondes cyclotroniques électroniques sur un tokamak[9] sont d'une part l'excellente localisation du dépôt de puissance qu'elles autorisent, d'autre part le fait que la physique de leur propagation et absorption est bien comprise, ce qui permet généralement d'obtenir un accord satisfaisant entre expérience et modélisation [15].

Les développements liés aux systèmes de génération de l'onde ont récemment permis d'obtenir des résultats très intéressants. Par exemple, sur FTU, le chauffage par onde cyclotronique électronique a été utilisé avec succès dans des décharges à haute densité et faible cisaillement magnétique. Le fait de disposer d'une densité de puissance élevée ($10 - 20\mathrm{W/cm}^3$) a permis d'obtenir de très forts gradients de température électronique (jusque 120keV/m). Ces expériences sont remarquables également par le fait que le transport est resté faible, en dépit de la puissance additionnelle [76]. De très forts gradients ont aussi été observés sur le tokamak RTP [75,97,98]. La question du confinement amélioré en

[8] Souvent, la description des effets des ondes radiofréquences s'effectue à l'aide d'un code à deux dimensions, mais la diffusion radiale ne peut alors être décrite de manière auto-cohérente.

[9] On peut remarquer que pour un stellarator, l'onde cyclotronique électronique se révèle indispensable pour le démarrage de la décharge [15], ainsi que pour la compensation des courants internes, tels le courant de bootstrap qui, à l'inverse du cas des tokamaks, sont généralement délèteres pour le confinement sur ces machines [96].

présence d'ECCD a été également étudiée sur ASDEX Upgrade avec une démonstration de la différence de confinement observée en présence de co- ou de contre-courant [99]. Du point de vue de la MHD et en accord avec les études théoriques [100–102], les ondes cyclotroniques électroniques ont demontré leurs capacités dans le domaine de la stabilisation des modes de déchirement [103–105]. Enfin, pour terminer cette très brève discussion des résultats les plus récents, on peut remarquer l'obtention de régimes où le courant non inductif est totalement crée et contrôlé par l'onde cyclotronique électronique, sur le tokamak TCV [106, 107].

L'objectif de cette section est la présentation du coefficient de diffusion, ainsi que l'illustration des résultats du modèle utilisé dans deux situations possibles d'absorption de l'onde cyclotronique électronique.

4.2.1 Interaction onde cyclotronique électronique-plasma

Comme discuté dans la section 2.2.2, l'échange d'énergie entre l'onde cyclotronique électronique et le plasma a lieu à la résonance cyclotronique électronique, qui s'écrit

$$\gamma - n\frac{\omega_{ce}}{\omega} - \frac{n_\parallel p_\parallel}{m_e c} = 0 \tag{4.37}$$

Elle exprime l'égalité entre la fréquence de l'onde ω et la fréquence de rotation cyclotronique relativiste $\omega_{ce}/\gamma \equiv eB_0/\gamma m_e c$, corrigée de l'effet Doppler causé par la vitesse parallèle de l'électron. Les courbes de résonance obtenues sont des ellipses dans l'espace des vitesses (voir section 2.2.4) dont les caractéristiques géométriques dépendent notamment de $k_\parallel$ et de $n\omega_{ce}/\omega$. La diffusion induite a principalement lieu dans la direction perpendiculaire de l'espace des vitesses (voir chapitre 2) et l'onde ne cède pratiquement pas d'impulsion aux électrons [57].

4.2.2 Coefficient de diffusion

Dans le cadre de la théorie quasilinéaire, les effets de l'onde sur le plasma se manifestent sous la forme d'un processus diffusif dans l'espace des vitesses (voir section 2.1.2), décrit par un coefficient de diffusion quasilinéaire. La dérivation de ce coefficient s'appuie sur l'approximation quasi-optique de la propagation des ondes [52]. On emploie donc la méthode de l'eikonal en parallèle avec la théorie quasilinéaire [40].

L'idée est d'utiliser les expressions obtenues pour le tenseur diélectrique relativiste et les insérer dans l'équation quasilinéaire (2.10). Ce tenseur a été obtenu en examinant la réponse linéaire du système à l'effet des ondes et l'utilisation de ces expressions dans l'équation quasilinéaire permet d'introduire une non-linéarité dans le calcul de la réponse de la fonction de distribution. Le terme quasilinéaire ainsi obtenu à partir de l'équation cinétique et des équations des rayons (2.91) et (2.98) peut être écrit sous la forme compacte

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{ec} = \frac{1}{p_\perp}\left(\frac{n\omega_{ce}}{\omega}\frac{\partial}{\partial p_\perp} + \frac{p_\perp}{m_e c}\frac{\partial}{\partial p_\parallel}n_\parallel\right)p_\perp D_{ec}\left(\frac{n\omega_{ce}}{\omega}\frac{\partial}{\partial p_\perp} + \frac{p_\perp n_\parallel}{m_e c}\frac{\partial}{\partial p_\parallel}\right)f \tag{4.38}$$

avec

$$n_\parallel = \frac{m_e c}{p_\parallel}\left(\gamma - n\frac{\omega_{ce}}{\omega}\right) \tag{4.39}$$

Le coefficient de diffusion D_{ec} s'écrit [39]

$$D_{ec} = \frac{8\pi^2 e^2 m_e P_{ec}}{\omega S} \frac{\Gamma(n_\parallel)}{p_\parallel} \frac{d_{II} d_{III}}{|\partial D/\partial \mathbf{k}|} |\mathbf{\Pi}_{-n} \cdot \boldsymbol{\sigma}_I|^2 \exp\left(-2 \int d\mathbf{r} \cdot \mathbf{k}'' \right) \tag{4.40}$$

Dans cette expression

$$\begin{cases} d_I d_{II} d_{III} = \det \overline{\overline{\mathbf{D}}} \\ d_{II} d_{III} \equiv D_{11}D_{12} - D_{12}D_{21} + D_{11}D_{33} - D_{13}D_{31} + D_{22}D_{33} - D_{23}D_{32} \end{cases} \tag{4.41}$$

où les (D_{ij}) sont les termes du tenseur de dispersion $\overline{\overline{\mathbf{D}}}$ donné par

$$\overline{\overline{\mathbf{D}}} \equiv \left[\frac{c^2}{\omega^2} \mathbf{kk} - \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \overline{\overline{\mathbf{1}}} + \overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}} \right] \tag{4.42}$$

$\overline{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}$ est le tenseur diélectrique relativiste.
D'autre part

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}_{-n} \cdot \boldsymbol{\sigma}_I = \Big\{ & \left[\epsilon_{12}(\epsilon_{33} - n_\perp^2) + \epsilon_{23}(\epsilon_{13} + n_\perp n_\parallel) \right] \Pi_{1,-n} \\ & + \left[(\epsilon_{13} + n_\perp n_\parallel)^2 - (\epsilon_{11} - n_\parallel^2)(\epsilon_{33} - n_\perp^2) \right] \Pi_{2,-n} \\ & - \left[\epsilon_{23}(\epsilon_{11} - n_\parallel^2) + \epsilon_{12}(\epsilon_{13} + n_\perp n_\parallel) \right] \Pi_{3,-n} \Big\} \\ & \cdot \Big\{ \left[(\epsilon_{13} + n_\perp n_\parallel)^2 - (\epsilon_{11} - n_\parallel^2)(\epsilon_{33} - n_\perp^2) \right]^2 \\ & - \left[\epsilon_{12}(\epsilon_{33} - n_\perp^2) + \epsilon_{23}(\epsilon_{13} + n_\perp n_\parallel) \right]^2 \\ & - \left[\epsilon_{23}(\epsilon_{11} - n_\parallel^2) + \epsilon_{12}(\epsilon_{13} + n_\perp n_\parallel) \right]^2 \Big\}^{-1/2} \end{aligned} \tag{4.43}$$

avec

$$\mathbf{\Pi}_n \equiv (\Pi_{1,n}; \Pi_{2,n}; \Pi_{3,n}) = \left(n \frac{J_n(\bar{\rho})}{\bar{\rho}}; i \frac{dJ_n}{d\bar{\rho}}; \frac{p_\parallel}{p_\perp} J_n(\bar{\rho}) \right) \tag{4.44}$$

pour tout n entier non nul et où $\bar{\rho} \equiv -k_\perp p_\perp / m_e \omega_{ce}$.

Le coefficient de diffusion (4.40) contient tous les ingrédients de la description complète de l'interaction onde cyclotronique électronique-plasma. On peut y reconnaître en particulier la puissance ondulatoire P_{ec} et le spectre de l'onde Γ. La relation de dispersion y figure également et introduit de manière implicite la relation de résonance cyclotronique. Le transport de la polarisation et l'absorption de l'onde au cours de sa trajectoire dans le plasma sont également présents et S est l'aire de la surface magnétique considérée.

L'expression (4.40) est moyennée sur les surfaces magnétiques. Une approximation sous-jacente [40] est que les quantités ondulatoires considérées varient peu sur la section du faisceau. En d'autres termes, on suppose ce faisceau très étroit par rapport à l'aire de la surface magnétique. La moyenne peut alors être approximée par

$$\langle X \rangle = \frac{1}{S} \int dS X \approx \frac{A_r}{S} X \tag{4.45}$$

où A_r est la section du faisceau. S est l'aire de la surface magnétique considérée.

On peut remarquer que $S \to 0$ vers le centre du plasma et pour corriger cet effet, on impose un minorant à S, de la forme [40]

$$S = \begin{cases} (2\pi)^2 R_0 r & \text{si } r^2 \gg A_r, \\ \\ (2\pi)^2 R_0 A_r^{1/2} & \text{si } r^2 \lesssim A_r. \end{cases} \tag{4.46}$$

Pratiquement, la propagation est décrite en utilisant la relation de dispersion du plasma froid, alors que l'évaluation de l'absorption et du coefficient de diffusion quasilinéaire inclut les effets de plasma chaud. Il est important de noter que dans le code utilisé au cours de ce travail [91], la partie anti-hermitienne du tenseur diélectrique est évaluée à partir de la fonction de distribution effective et non de la maxwellienne ce qui, de fait, se révèle indispensable pour une description précise de l'absorption [53].

4.2.3 Résultats numériques

Dans cette section, le coefficient de diffusion quasilinéaire lié à l'onde cyclotronique électronique est utilisé dans l'équation de Fokker-Planck moyennée, incluant simplement l'effet des collisions coulombiennes et de l'onde radiofréquence

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \langle \hat{C} f \rangle + \langle \hat{D}_{ec} f \rangle \tag{4.47}$$

La résolution numérique de cette équation est effectuée par le code cinétique présenté dans la section 4.1.2. On obtient ainsi la fonction de distribution perturbée sous l'effet de la puissance ondulatoire.

On considérera des conditions de plasma typiques du tokamak Tore Supra [7] avec, de manière à séparer les différents effets, une tension par tour supposée nulle (Le champ électrique n'intervient pas dans (4.47)).

$$R_0 = 232\text{cm}, \qquad a_0 = 75\text{cm},$$

$$n_e(r) = n_{e0}(1 - r^2/a_0^2), \qquad T_e(r) = T_{e0}(1 - r^2/a_0^2)^2,$$

$$n_{e0} = 4 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}, \qquad T_{e0} = 4\text{keV},$$

$$B_0(0) = 3.8\text{T}, \qquad \omega = 118\text{GHz}$$

Dans cette partie, on illustrera les deux principales possibilités d'absorption des ondes cyclotroniques électroniques par le plasma, *upshift* ($n\omega_{ce}/\omega < 1$) et *downshift* ($n\omega_{ce}/\omega > 1$) (voir section 2.2.2). Ce point amène une remarque importante. En effet, étant donnée la décroissance du champ magnétique avec R, la situation est très différente selon que l'onde est injectée du côté bas champ ou du côté haut champ du tokamak. Dans un plasma chaud et suffisamment dense, l'absorption est très localisée et du fait de l'effet Doppler induit par l'angle entre le champ magnétique et le vecteur d'onde, la puissance est généralement totalement absorbée avant d'atteindre la position où $\omega = n\omega_{ce}$ [33]. Par conséquent, si

l'onde est envoyée depuis le côté haut champ de la machine avec un angle toroïdal, il est probable qu'elle sera totalement absorbée pour $\omega < n\omega_{ce}$ (downshift). A l'inverse, une injection du côté bas champ se traduit par $\omega > n\omega_{ce}$ dans la région d'absorption. Toutefois, dans les grands tokamaks actuels (grand rapport d'aspect), pour des raisons d'encombrement autour de la machine, il est très difficile de placer l'antenne du côté haut champ et par conséquent, l'absorption en "downshift" est pratiquement peu exploitable[10]. Pour les cas "downshift" présentés dans cette section, on a supposé une situation fictive où l'antenne est située du côté haut champ, ce qui ne correspond toutefois pas à la situation réelle sur le tokamak Tore Supra [14].

Sur la figure 4.1, certains iso-contours de la fonction de distribution ont été représenté dans le plan $(u_\parallel, u_\perp)$. Les deux situations discutées ci-dessus sont illustrées : en (a) $r/a_0 \approx 0.1$ et $n\omega_{ce}/\omega \approx 0.9$; en *(b)* $r/a_0 \approx 0.5$ et $n\omega_{ce}/\omega \approx 1.1$. Dans les deux cas, l'onde est envoyée avec un angle toroïdal $\phi_t = 20°$ et le faisceau est supposé faiblement divergent ($\Delta\phi_t = 1°$), avec une largeur à l'antenne $\Delta r \approx 4$cm. Sur ces figures, on a également fait figurer l'ellipse de résonance pour le rayon central et le cône de piégeage.

Ces deux figures font apparaître la principale différence liée à la géométrie de l'ellipse de résonance dans l'espace des vitesses. En effet, dans le cas d'une fonction de distribution rapidement décroissante avec la vitesse (par exemple proche de la maxwellienne), l'absorption est principalement localisée autour de l'extrémité basse vitesse p_- de l'ellipse, pour $p_\perp \approx 0$. Or, on peut voir que ce point est situé du côté $p_\parallel > 0$ (resp. $p_\parallel$) dans le cas upshift (resp. downshift). Ceci a pour conséquence de changer le sens du courant généré par l'onde. Du point de vue physique, ces deux situations sont donc très différentes

Afin d'obtenir une vision plus globale de la modification de la queue suprathermique, on peut observer des grandeurs intégrées de la fonction de distribution. Par exemple, les diagnostics d'émission et de transmission cyclotronique (ECE et ECA) [108] ont plutôt accès à la *fonction de distribution parallèle* et à la *température perpendiculaire* qu'à la fonction de distribution elle-même. Ces deux grandeurs permettent respectivement de préciser la structure de la queue suprathermique créée par l'onde, et l'augmentation d'énergie perpendiculaire associée à la diffusion en angle d'attaque.

Leurs définitions respectives sont

$$F_\parallel(u_\parallel) \equiv 2\pi \int_0^\infty du_\perp u_\perp f(u_\parallel, u_\perp) \tag{4.48}$$

et

$$T_\perp(u_\parallel) \equiv 2\pi T_e \int_0^\infty du_\perp u_\perp \left(\frac{u_\perp^2}{2}\right) \frac{f(u_\parallel, u_\perp)}{F_\parallel(u_\parallel)} \tag{4.49}$$

où $T_e = T_e(r)$ est la température locale.

[10] On peut signaler toutefois qu'une possibilité existe, consistant, par un choix judicieux du champ magnétique, à placer la couche de résonance cyclotronique électronique juste en dehors de la machine, du côté bas champ. Si le plasma est très chaud, l'épaisseur optique sera alors encore suffisante pour obtenir une absorption résiduelle de l'onde pour $\omega > n\omega_{ce}$. Expérimentalement, une telle idée est assez délicate à mettre en œuvre.

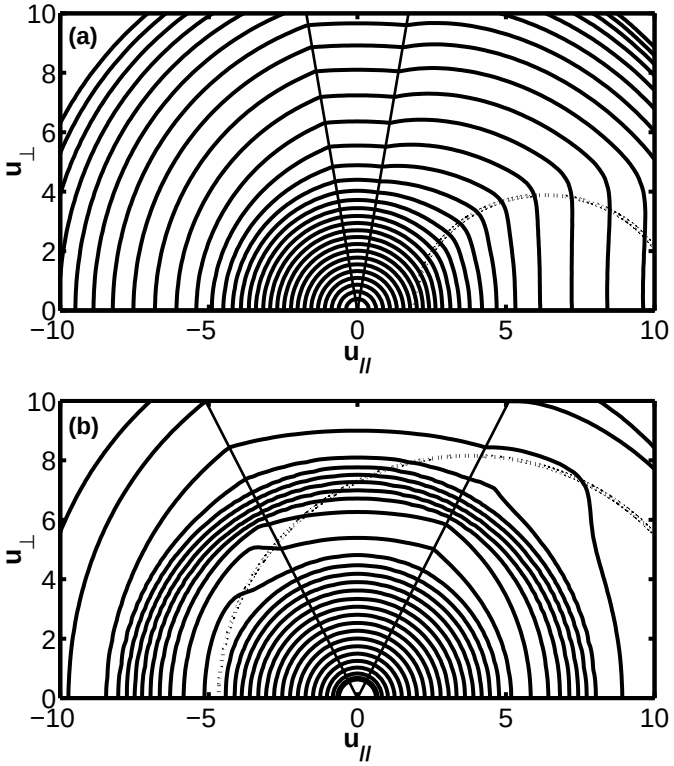


FIG. 4.1 – Contours de la fonction de distribution en présence d'onde cyclotronique électronique ($P_{ec} = 3$MW). Les droites en trait plein délimitent le cône de perte local. L'ellipse de résonance pour le rayon central figure également. *(a)* Cas upshift : $n\omega_{ce}/\omega \approx 0.9$ ($r/a_0 \approx 0.1$). *(b)* Cas downshift : $n\omega_{ce}/\omega \approx 1.1$ ($r/a_0 \approx 0.5$).

La figure 4.2 illustre la fonction de distribution parallèle associée aux deux cas présentés sur la figure 4.1 en fonction de l'énergie parallèle[11]. La maxwellienne est représentée en pointillés. L'effet de l'onde cyclotronique électronique apparaît très nettement : la fonction de distribution parallèle est asymétrique et un courant est généré dans la direction toroïdale.

La température perpendiculaire normalisée à la température locale, associée aux deux cas de la figure 4.1 est représentée sur la figure 4.3. Les figures 4.2 et 4.3 permettent également de mettre en évidence un effet très important : la modification de la fonction de distribution s'étend au delà de l'ellipse de résonance. Ceci provient de l'effet de la diffusion en angle d'attaque induite par les collisions coulombiennes, qui a tendance à rendre la modification de la fonction de distribution isotrope. Par exemple, dans le cas upshift, ceci explique que l'effet des ondes soit visible pour $p_\parallel > 0$, mais également pour $p_\parallel < 0$, région de l'espace des vitesses non directement concernée par l'interaction. Les descriptions cinétiques à une dimension dans l'espace des vitesses négligeant cet effet, elles

[11] $\varepsilon_\parallel$ est en réalité l'énergie associée au mouvement parallèle, multipliée par le signe de la quantité de mouvement parallèle, ce qui explique qu'il s'agit d'une quantité signée.

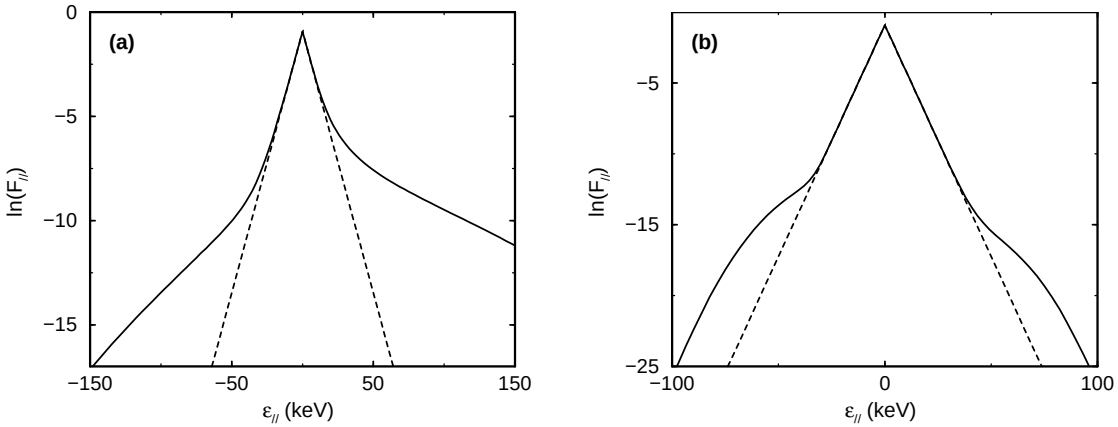


FIG. 4.2 – Fonction de distribution parallèle en présence d'onde cyclotronique électronique, en fonction de l'énergie parallèle des électrons pour *(a)* $n\omega_{ce}/\omega \approx 0.9$ (upshift) et *(b)* $n\omega_{ce}/\omega \approx 1.1$ (downshift).

conduisent souvent à une mauvaise estimation du courant généré, comme dans le cas du modèle 1D de description de l'onde hybride basse [10, 109, 110].

4.3 Description de l'onde hybride basse

Dans la section 2.3.4 du chapitre 2, les calculs d'efficacité ont permis de mettre en évidence l'avantage d'une diffusion parallèle sur une diffusion perpendiculaire, en termes de courant généré. L'absorption de l'onde hybride basse est basée sur l'absorption Landau de l'onde par les électrons du plasma[12] et se traduit par une diffusion dans la direction parallèle de l'espace des vitesses [11]. S'appuyant sur ces principes, l'onde hybride basse est couramment utilisée sur les tokamaks afin de générer une partie importante, voire la totalité, du courant non inductif [111–114].

Sur le tokamak Tore Supra [7], l'onde hybride basse est particulièrement intéressante dans la mesure où elle constitue un moyen d'obtenir des décharges stationnaires à tension par tour nulle. De larges efforts expérimentaux lui ont donc été consacrés [115, 116]. En particulier, des régimes de courant totalement non inductif ont été maintenus pendant plusieurs dizaines de secondes (jusque deux minutes). Ceci a permis d'observer un régime à confinement amélioré particulièrement attractif, appelé *régime LHEP*[13] [111, 117]. Par ailleurs, des expériences réalisées sur le tokamak FTU ont démontré la possibilité d'utiliser l'onde hybride basse dans des plasmas à haute densité avec une efficacité élevée [112]. Pour une revue des principaux résultats obtenus avec l'onde hybride, on peut, par exemple, se référer à l'article de Barbato [118].

La description physique de l'onde hybride basse est complexe et plusieurs modèles

[12]Des scénarios alternatifs ont été étudiés, consistant par exemple à utiliser l'absorption de l'onde par les ions, en mettant à profit l'effet Landau ou le chauffage stochastique [11].

[13]Lower Hybrid Enhanced Performance.

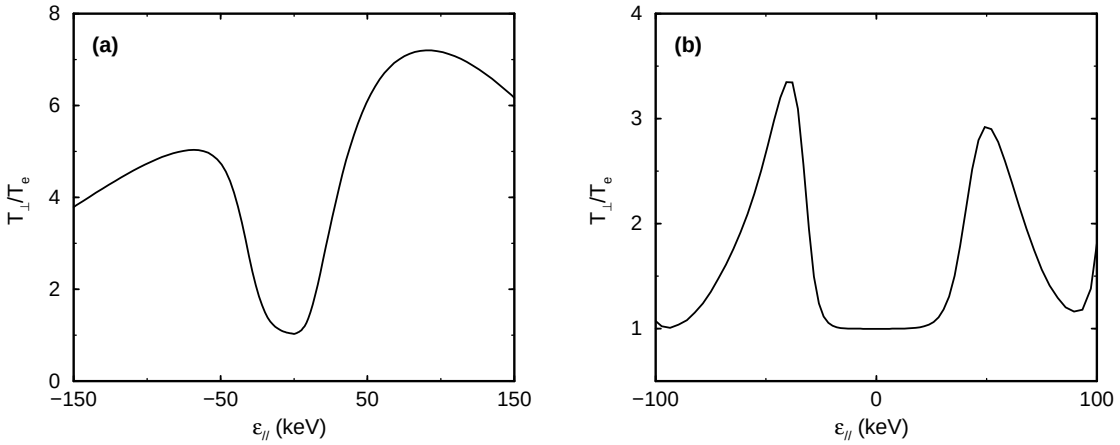


FIG. 4.3 – Température perpendiculaire en présence d'onde cyclotronique électronique, en fonction de l'énergie parallèle des électrons pour *(a)* $n\omega_{ce}/\omega \approx 0.9$ (upshift) et *(b)* $n\omega_{ce}/\omega \approx 1.1$ (downshift).

existent pour calculer le dépôt de puissance associé. Un outil couramment utilisé est le tracé de rayons [94, 119] qui consiste à décrire la propagation de l'onde dans le cadre de l'approximation quasi-optique (voir section 2.2.4), couplé à un code de Fokker-Planck pour décrire l'absorption quasilinéaire de l'onde [85, 86, 120]. Une telle modélisation autorise la prise en compte d'effets multiples [121, 122], comme le "ripple" magnétique [123] ou des formes géométriques de plasma diverses [124] mais se révèle lourde du point de vue du temps de calcul et très sensible, en particulier aux détails du spectre lancé dans le plasma. Une autre possibilité est de s'appuyer sur une description statistique de la propagation (diffusion d'onde) [125, 126]. Ce formalisme est adaptée au régime multi-passage et revient à supposer que les multiples allers et retours de l'onde au cours de sa propagation dans le plasma "gomment" les détails liés au spectre initial de l'onde [127].

Au cours de ce travail, les effets de l'onde sur la fonction de distribution sont décrits par l'intermédiaire de l'équation de Fokker-Planck, résolue en utilisant le code présenté dans la section 4.1.2. Le modèle utilisé pour décrire l'onde hybride basse s'apparente au modèle statistique de diffusion d'onde. Il permet ainsi de décrire le régime multipassage [118] et se révèle économique du point de vue du temps de calcul. Son but est de reproduire les principales caractéristiques, et notamment la variation du dépôt de puissance LH vis-à-vis des différents paramètres du plasma. L'objectif principal de cette section est la dérivation du coefficient de diffusion quasilinéaire en s'appuyant sur certaines propriétés de l'onde hybride basse, ainsi que l'étude de certaines propriétés de base de ce modèle de dépôt hybride.

4.3.1 Interaction onde hybride basse-plasma

L'amortissement Landau [36] est à la base de l'absorption de l'onde hybride basse par le plasma. L'idée est que pour une onde de vitesse de phase parallèle $v_{\phi,\|}$ et une fonction

de distribution décroissante avec $v_\parallel$, il existe un excédent d'électrons à même d'absorber l'énergie de l'onde ($v_\parallel < v_{\phi,\parallel}$) par rapport aux électrons transmettant de l'énergie à l'onde ($v_\parallel > v_{\phi,\parallel}$). Le bilan est donc la création d'un plateau quasilinéaire pour $v_\parallel \approx v_{\phi,\parallel}$ (voir section 2.1.2).

La condition Cerenkov, pour laquelle l'onde hybride basse est absorbée par le plasma, s'écrit

$$\omega = k_\parallel v_\parallel \tag{4.50}$$

$k_\parallel$ et $v_\parallel$ sont les composantes parallèles du vecteur d'onde et du vecteur vitesse. ω est la fréquence de l'onde.

En définissant l'indice parallèle de l'onde $n_\parallel \equiv ck_\parallel/\omega$ où c est la vitesse de la lumière, on peut écrire l'équation (4.50) sous la forme $c/v_\parallel = n_\parallel$. L'onde hybride basse est donc résonnante avec les électrons du plasma pour $n_\parallel > 1$. Ceci signifie qu'elle est évanescente dans le vide. Il est donc nécessaire de positionner l'antenne[14] aussi proche du plasma que possible et de s'appuyer sur le passage de la puissance par effet tunnel. Ceci peut se traduire, pour des conditions de plasma de bord non adéquates, par des problèmes d'ordre thermique ou encore par la production d'électrons rapides excités par les champs électromagnétiques présents à la surface du coupleur [129]. Le bord du plasma étant très peu collisionnel, ces électrons énergétiques peuvent directement frapper la paroi interne du tokamak et éventuellement l'endommager [130]. Dans le tokamak Tore Supra, le coupleur hybride a été conçu pour s'affranchir de ces problèmes [116] et injecte une onde à la fréquence $f_{lh} = 3.7$GHz, dont le spectre possède un lobe principal étroit et centré autour de $n_\parallel = 1.8$. Or, l'équation (4.50) permet d'obtenir le relation entre énergie des électrons excités et $n_\parallel$. Ainsi, pour $p_\parallel \gg p_\perp$, on obtient

$$\varepsilon_\parallel \approx \varepsilon = m_e c^2 \left(\frac{n_\parallel}{(n_\parallel^2 - 1)^{1/2}} - 1 \right) \tag{4.51}$$

où m_e est la masse de l'électron au repos et ε son énergie.

Une simple application numérique permet de constater que les électrons ainsi excités par le spectre de l'onde possèdent une énergie parallèle de l'ordre de plusieurs centaines de keV, et sont donc très éloignés du corps de la fonction de distribution. De plus, étant donnée la rapide décroissance des fonctions de distributions électroniques typiques d'un plasma de tokamak, ces électrons sont très peu nombreux et on peut douter de la capacité de cette population à absorber significativement l'énergie de l'onde. Il existe donc un "fossé" entre les électrons excités et les électrons thermiques, appelé *gap spectral* [94]. En réalité, l'étude des propriétés d'absorption de l'onde hybride basse montre qu'au cours de la propagation, $n_\parallel$ n'est pas constant, notamment du fait des effets toroïdaux et en particulier, a la possibilité d'augmenter fortement, phénomène connu sous le nom d'*upshift*[15] [134]. L'absorption de l'onde commence donc pour des valeurs élevées de l'indice parallèle, autrement dit à des énergies assez basses, correspondant à des électrons du corps de la fonction de distribution maxwellienne, en nombre relativement important (absorption linéaire). Ces électrons

[14] L'antenne injectant l'onde hybride basse dans le plasma est souvent qualifiée de *coupleur hybride* ou encore *grill hybride* [128].

[15] La cause du mécanisme d'upshift est sujette à discussion et plusieurs explications différentes peuvent en être trouvées dans la littérature [131–133].

excités vont constituer une population plus rapide, ce qui a pour effet de permettre l'absorption de l'onde pour des valeurs de $n_{\parallel}$ plus faibles. De proche en proche, une queue d'électrons rapides se forme, comblant le gap spectral (voir figure 4.4).

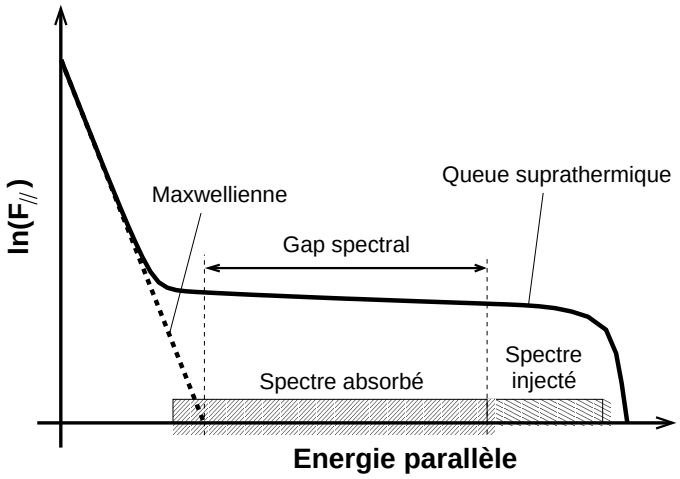


FIG. 4.4 – Illustration schématique de l'absorption de l'onde hybride par le plasma. La maxwellienne est représentée *(traits discontinus)*, ainsi que la fonction de distribution finale *(trait plein)*, comportant une queue suprathermique.

4.3.2 Topologie du domaine cinématique de propagation hybride

La propagation de l'onde hybride basse fait l'objet de cette partie. Comme dans le cas des ondes cyclotroniques électroniques (voir section 2.2.1), cette propagation est bien décrite dans le cadre de l'hypothèse du plasma froid [11]. La relation de dispersion de l'onde est donnée par l'équation (2.42), quadratique en $n_{\perp}^2$

$$An_{\perp}^4 + Bn_{\perp}^2 + C = 0 \tag{4.52}$$

où A, B et C sont donné par les expressions (2.43).

Le domaine de fréquence de l'onde hybride basse vérifie $\omega_{ci} \ll \omega \ll \omega_{ce}$ où ω_{ci} et ω_{ce} sont respectivement les fréquences cyclotroniques ionique et électronique. On peut montrer que les éléments du tenseur diélectrique froid (2.38) admettent alors les expressions approchées [34]

$$\begin{aligned} S &\approx 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \\ D &\approx \frac{\omega_{pe}^2}{\omega\omega_{ce}} \\ P &\approx 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \end{aligned} \tag{4.53}$$

En résolvant (4.52), on obtient deux modes de propagation, souvent appelés *lent* et *rapide*, ces termes se référant à leurs vitesses de phase perpendiculaires respectives. Dans un tokamak, on utilise l'onde lente, l'onde rapide ne présentant qu'un intérêt marginal dans la mesure où son couplage au plasma est délicat à obtenir[16] et la rend difficilement utilisable [11, 135].

Du point de vue de la polarisation et pour le mode lent, on peut montrer que la relation (4.52) peut s'écrire

$$n_\perp^2 \approx -\frac{P}{S} n_\parallel^2 \tag{4.54}$$

Or, dans le domaine de fréquence de l'onde hybride basse, $|P| \gg S$ et $|P| \gg D$. Ceci conduit à $n_\perp^2 \gg n_\parallel^2$. En d'autres termes, le vecteur d'onde est quasiment perpendiculaire au champ magnétique. On peut en déduire la propriété très importante que l'onde hybride basse est quasi-électrostatique, c'est à dire que le vecteur d'onde est pratiquement parallèle au vecteur champ électrique.

Caustiques

Dans l'approximation cylindrique, le vecteur d'onde peut être décomposé suivant les directions radiale, poloïdale et toroïdale

$$\mathbf{k} = k_r \hat{\mathbf{e}}_\mathbf{r} + \frac{m}{r}\hat{\mathbf{e}}_\chi + \frac{n}{R}\hat{\mathbf{e}}_\varphi \tag{4.55}$$

où $R \equiv R_0 + r\cos(\chi_p)$, R_0 étant le grand rayon du plasma. χ_p est l'angle poloïdal et $\hat{\mathbf{e}}_\chi$ le vecteur unitaire associé. m (resp. n) est le nombre d'onde poloïdal (resp. toroïdal)

Il vient

$$k_r^2 = k_\perp^2 - \frac{m^2}{r^2} = -\frac{P}{S}k_\parallel^2 - \frac{m^2}{r^2} \tag{4.56}$$

où l'on a utilisé la condition (4.54)

La relation $k_\parallel \equiv \mathbf{k}\cdot\mathbf{B}_0/B_0$ conduit à

$$k_\parallel = \frac{n}{R}\frac{B_\varphi}{B_0}\left(1 + \frac{R}{R_0}\frac{m}{nq}\right) \tag{4.57}$$

où l'on a fait usage de la relation $q \equiv rB_\varphi/R_0B_\chi$. B_φ est le champ magnétique toroïdal. L'approximation cylindrique implique $R_0 \gg a_0$, ainsi que $B_\varphi = B_0$. En d'autres termes, la relation (4.57) se simplifie donc en

$$k_\parallel \approx \frac{n}{R_0}\left(1 + \frac{m}{nq}\right) \tag{4.58}$$

Les caustiques sont constituées de l'ensemble des points de l'espace des vitesses où la composante radiale du vecteur d'onde s'annule (l'onde est réfléchie). En utilisant les

[16] La région évanescente du bord du plasma est nettement plus large pour le mode rapide que pour le mode lent [11].

équations (4.56),(4.58) et en explicitant la condition $k_r = 0$, on peut démontrer que l'on obtient deux limites sur le nombre d'onde poloïdal, notées m_+ et m_- telles que [126]

$$\frac{m_+}{nq} = \begin{cases} \dfrac{r}{qR_0} \cdot \dfrac{1}{1 - \dfrac{r}{qR_0}\sqrt{-\dfrac{P}{S}}} & \text{si } 1 - \dfrac{r}{qR_0}\sqrt{-\dfrac{P}{S}} > 0 \\ \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.59}$$

et

$$\frac{m_-}{nq} = -\frac{r}{qR_0} \cdot \frac{1}{1 + \dfrac{r}{qR_0}\sqrt{-\dfrac{P}{S}}} \tag{4.60}$$

Ces expressions injectées dans (4.58) permettent d'obtenir l'expression de l'indice parallèle sur les caustiques sous la forme

$$n_{\parallel\pm} = n_{\parallel 0} \frac{1}{1 \mp \dfrac{r}{qR_0}\sqrt{-\dfrac{P}{S}}} \tag{4.61}$$

où $n_{\parallel 0}$ est représentatif du spectre de l'onde injectée. La courbe $n_{\parallel +}(r)$ est appelée *caustique haute* et peut éventuellement ne pas admettre de limite supérieure[17] (voir équation 4.59). On qualifie $n_{\parallel -}(r)$ de *caustique basse*.

Ces deux limites correspondent aux frontières les plus externes du domaine cinématique de l'onde hybride basse.

Accessibilité

D'après la relation de dispersion (4.52), une confluence des deux modes de l'onde hybride basse (lent et rapide), se traduisant par un couplage de ces modes, est obtenue lorsque $B^2 - 4AC = 0$. Cette relation définit une frontière pour le domaine du mode lent de l'onde, appelée *accessibilité*. Dans le cas où $\omega_{ce} \gg \omega_{pe}$, on obtient l'expression de Stix-Golant [137], limite inférieure pour $n_\parallel$, sous la forme

$$n_{\parallel acc} \approx \frac{\omega_{pe}}{\omega_{ce}} + \left(1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} - \frac{m_e}{m_i}\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\right)^{1/2} \tag{4.62}$$

A partir des considérations concernant la propagation de l'onde exposées ci-dessus, il est donc possible de définir un domaine au sein duquel l'onde est confinée [118].

[17] Comme souligné par Paoletti *et al.* [136], dans ce cas, cette limite supérieure doit plutôt être envisagée comme une surface KAM empêchant les rayons d'atteindre les valeurs de $n_\parallel$ les plus élevées qu'une véritable limite cinématique.

4.3.3 Coefficient de diffusion en régime multipassage

Les études numériques ou expérimentales de la propagation de l'onde hybride basse permettent de mettre en évidence deux principaux régimes d'absorption, en fonction des valeurs respectives de $n_{\|0}$ envoyée par le coupleur hybride et de l'indice parallèle correspondant à l'absorption Landau, approximativement donné par

$$n_{\|l} \approx \frac{6.5}{\sqrt{T_e}} \tag{4.63}$$

où la température électronique est en keV.

Le régime multipassage *(ou multipass)* : Si $n_{\|0} \ll n_{\|l}$, avant d'être absorbée, l'onde subit de multiples aller-retours et de cette manière, remplit graduellement le domaine de propagation. Ce régime se prête à la description statistique de la propagation [126] et a pour conséquence un spectre absorbé indépendant, dans une certaine mesure, des conditions initiales et du mécanisme de modification de l'indice parallèle au cours de la propagation de l'onde [127]. Il s'agit d'un régime couramment rencontré sur les tokamaks actuels [118] mais la seule possibilité de contrôle du profil de courant repose alors sur la modification du domaine de propagation de l'onde [111, 138] et s'avère de fait délicate.

Le régime simple passage *(ou single-pass)* : Si $n_{\|0} \approx n_{\|l}$, l'onde peut être directement absorbée par le plasma, sans avoir recours à un mécanisme d'upshift de l'indice parallèle. Dans ce cas, la position du dépôt est maîtrisée, mais ceci nécessite une température électronique ou une valeur de $n_{\|0}$ élevée[18] [124]. Il est important de souligner que l'utilisation de l'onde hybride basse dans un futur réacteur pourrait reposer sur ce principe [135].

En présence des collisions coulombiennes et de l'onde hybride basse, l'équation de Fokker-Planck moyennée s'écrit

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \langle \hat{C} f \rangle + \langle \hat{D}_{lh} f \rangle \tag{4.64}$$

Afin de résoudre (4.64), l'idée est d'utiliser les considérations de la section précédente en décrivant la propagation de l'onde hybride basse par l'intermédiaire de son domaine de propagation. On se placera donc dans les conditions du régime multipassage, d'abord car il est caractéristique des situations expérimentales qui seront envisagées dans le suite, ensuite parce qu'il permet de s'affranchir des détails liés au spectre de l'onde et à la forme précise du coefficient de diffusion quasilinéaire [126], dont l'étude exhaustive est au delà des objectifs de ce travail.

Le modèle utilisé s'appuie sur la détermination d'une borne supérieure et d'une borne inférieure du plateau quasilinéaire en utilisant les frontières haute et basse du domaine de propagation. En termes de $n_\|$, la frontière basse ultime est la caustique inférieure. Cependant, l'accessibilité restreint également le domaine en interdisant à l'onde lente de se

[18] Pour cette dernière possibilité, on doit cependant considérer le fait que l'efficacité de génération de courant de l'onde hybride basse est telle que $\eta_{lh} \propto 1/n_\|^2$ [118].

propager pour $n_\parallel < n_{\parallel acc}$. Ceci permet donc d'obtenir la borne haute vitesse du domaine, puisque $v_\parallel = c/n_\parallel$. Pour l'autre borne, à nouveau, la frontière ultime est la caustique haute (lorsqu'elle existe). Toutefois, en subissant des variations de $n_\parallel$ au cours de la propagation, l'onde atteint des énergies où l'absorption Landau est possible. On considérera donc que l'intersection entre la caustique supérieure et la courbe d'absorption Landau constitue une limite supérieure à l'augmentation de $n_\parallel$.

D'après les considérations qui précèdent, on définit donc un domaine de propagation tel que celui représenté sur la figure 4.5.

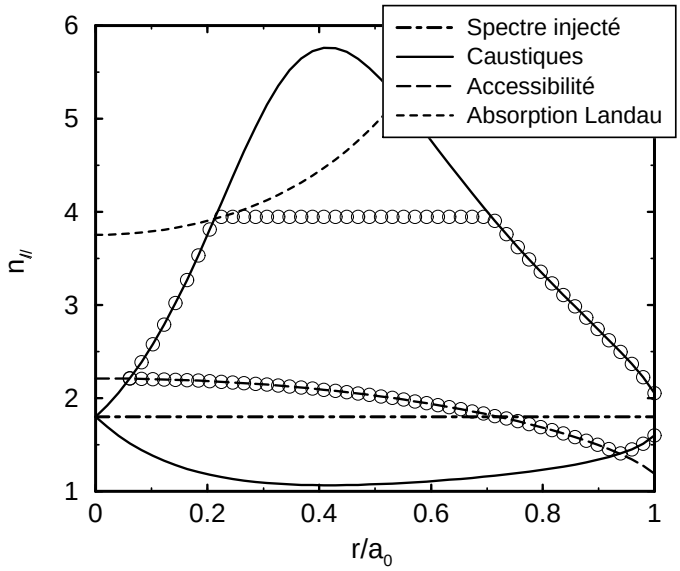


FIG. 4.5 – Domaine de propagation de l'onde hybride dans le plan $(r, n_\parallel)$. La région effectivement considérée est délimitée par les cercles vides.

A présent, il reste à définir la valeur du coefficient de diffusion quasilinéaire en tout point de ce domaine. Dans le régime multipassage, on peut montrer que le dépôt de puissance de l'onde hybride basse est indépendant de la forme précise du coefficient de diffusion [126]. On considérera donc ici un coefficient constant entre les deux bornes précédemment définies. On définit P_{lh} la puissance totale absorbée, puis dissipée par les collisions

$$P_{lh} \equiv 4\pi^2 R_0 a_0 \int dr r^2 p_{lh}(r) \tag{4.65}$$

avec

$$p_{lh}(r) \equiv n_e(r) m_e c^2 \int d\mathbf{p}(\gamma - 1) \frac{\partial}{\partial p_\parallel} D_{lh} \frac{\partial f}{\partial p_\parallel} \tag{4.66}$$

La valeur de cette constante sera fixée de manière à obtenir $P_{lh} = P_0$ où P_0 est la puissance injectée dans le plasma par le coupleur hybride. Enfin, afin d'éviter tout problème numérique lié au calcul de la dérivée du coefficient de diffusion, nécessaire à la résolution de l'équation de Fokker-Planck, on considère une décroissance exponentielle au

passage intérieur-extérieur du domaine. La figure 4.6(a) illustre le coefficient de diffusion ainsi défini, pour une valeur donnée de r et sa représentation en élévation dans le plan $(n_\parallel, r/a_0)$ est donnée sur la figure 4.6(b).

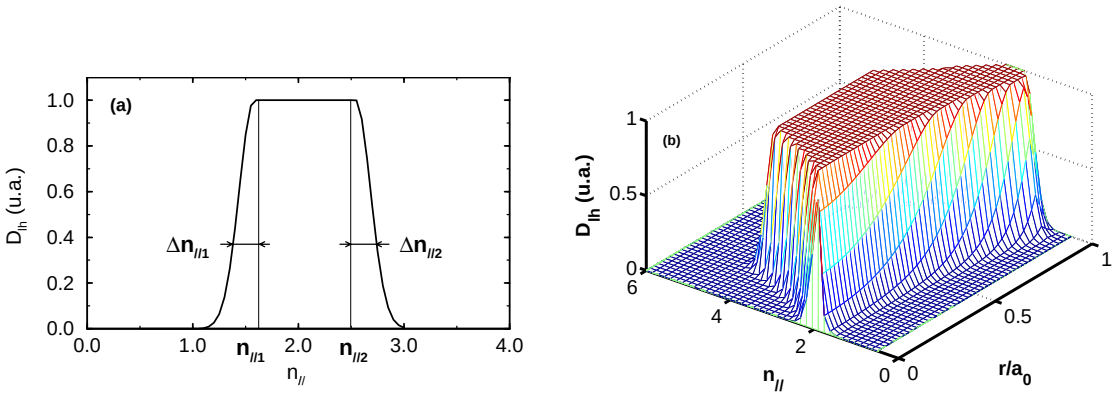


FIG. 4.6 – *(a)* Exemple de coefficient de diffusion hybride pour un rayon donné. Les valeurs $\Delta n_{\parallel 1}$ et $\Delta n_{\parallel 2}$ sont fixées de manière à s'affranchir des problèmes numériques rencontrés lors de la résolution de l'équation de Fokker-Planck. *(b)* Représentation du coefficient de diffusion en élévation dans le plan $(n_\parallel, r/a_0)$.

4.3.4 Résultats numériques

Dans cette partie, le modèle de description de l'onde hybride basse exposé ci-dessus est utilisé au sein du code cinétique présenté dans la section 4.1.2. Ceci permet, pour des conditions de plasma données, d'obtenir la fonction de distribution modifiée sous l'effet de l'onde hybride et donc de calculer le dépôt de puissance et le profil de courant correspondant.

Comme au cours de la section 4.2, on utilise les paramètres typiques du tokamak Tore Supra. Ainsi, on fixe un profil de densité, un profil de température et un profil de facteur de sécurité paraboliques, avec $n_{e0} = 4 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, $T_{e0} = 4\text{keV}$, $q_0 = 1$ et $q_a = 5.5$. Le champ magnétique central vaut $B_0 = 3.8\text{T}$. Dans toutes les simulations de cette section, on a fixé $P_{lh} = 4\text{MW}$ et $n_{\parallel 0} = 1.8$.

Sur la figure 4.7, on a représenté la fonction de distribution modifiée sous l'effet de l'onde hybride basse pour $r/a_0 \approx 0.1$. Les limites du coefficient de diffusion quasilinéaire et du cône de piégeage sont matérialisée par des droites.

Sur la figure 4.8, on a représenté les grandeurs $F_\parallel$ et $T_\perp$ (voir définitions (4.48) et (4.49)) en fonction de l'impulsion parallèle. Les conditions sont les mêmes que sur la figure 4.7.

Le plateau quasilinéaire crée par l'onde hybride apparaît très clairement du coté $u_\parallel > 0$ de la figure. On peut également remarquer sur la figure 4.8 que l'effet de l'onde hybride se manifeste également, dans une moindre mesure, à l'extérieur du domaine de diffusion quasilinéaire. Il s'agit de l'effet d'isotropisation de la fonction de distribution sous l'effet

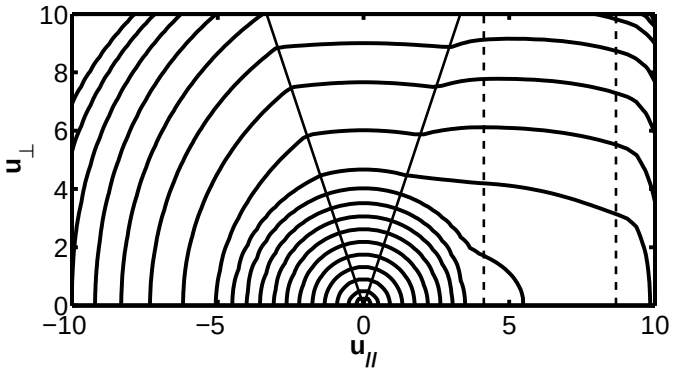


FIG. 4.7 – Contours de la fonction de distribution en présence d'onde hybride ($P_{lh} = 4$MW) pour $r/a_0 \approx 0.1$. Les droites en trait plein délimitent le cône de perte local. Les droites en pointillés représentent les frontières approximatives du coefficient de diffusion quasilinéaire.

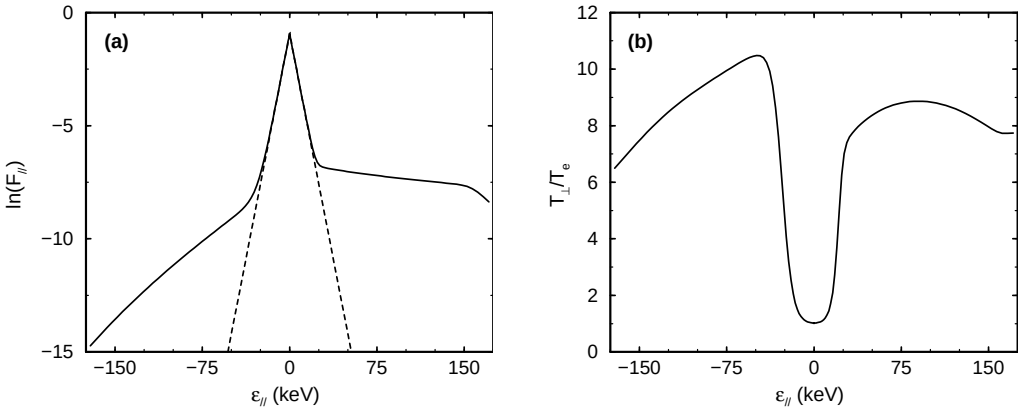


FIG. 4.8 – Fonction de distribution parallèle *(a)* et température perpendiculaire *(b)* en fonction de l'énergie parallèle des électrons, en présence d'onde hybride basse. Les conditions sont celles de la figure 4.7. Sur la figure *(a)*, la maxwellienne est indiquée par la courbe en tirets.

de la diffusion en angle d'attaque due aux collisions, déjà discuté dans la section 4.2. On remarque par ailleurs que la température perpendiculaire est plus basse pour $p_{\|} > 0$ que pour $p_{\|} < 0$. Ceci traduit le fait que l'onde agit sur les électrons dans la direction parallèle, ce qui diminue l'énergie contenue dans le degré de liberté perpendiculaire [85] (voir expression (4.49)).

Il est intéressant d'examiner les modifications du profil de courant obtenu par l'onde hybride en fonction des principaux paramètres de plasma. Tout d'abord, l'effet du profil de densité est étudié en utilisant à nouveau un profil parabolique et en faisant varier la densité centrale. Ici, on considère $n_{e0} = 3 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, $n_{e0} = 4 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$ et $n_{e0} = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$. Les autres paramètres correspondent à ceux de la figure 4.7 et le résultat obtenu est illustré sur la figure 4.9.

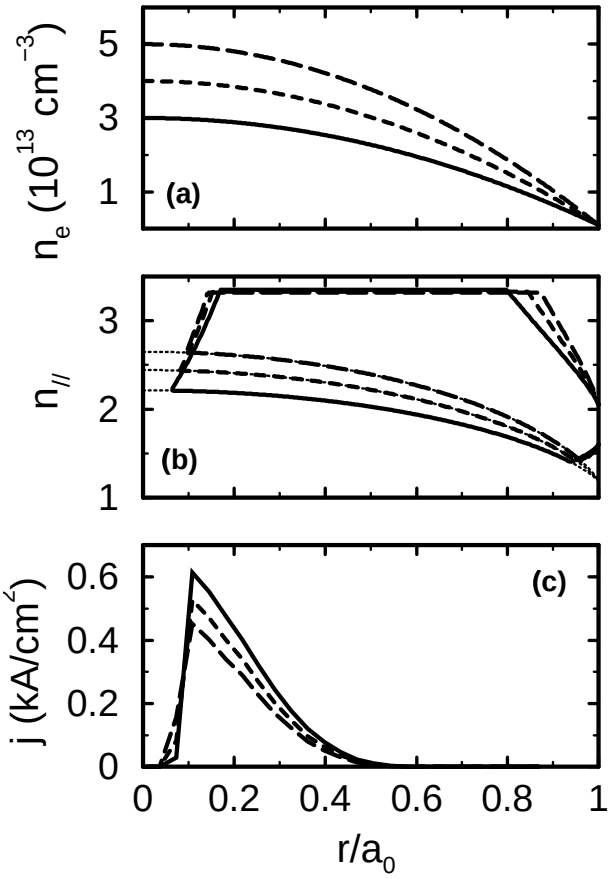


FIG. 4.9 – Effet de la modification du profil de densité sur le dépôt de puissance de l'onde hybride basse. En *(a)*, trois profils de densité sont représentés avec $n_{e0} = 3 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$ *(trait plein)*, $n_{e0} = 4 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$ *(tirets courts)* et $n_{e0} = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$ *(tirets longs)*. *(b)* Domaines de propagation LH et *(c)* courants générés correspondants. En *(b)*, les pointillés matérialisent la courbe d'accessibilité.

On peut voir que, pour des valeurs de la densité centrales pas trop élevées, la modification du profil de densité n'influe pas de manière importante sur la position du maximum du dépôt de puissance[19]. Un examen détaillé du domaine de propagation de l'onde montre que cette variation entraîne principalement une modification de l'accessibilité (matérialisée par des pointillés sur la figure). En revanche, l'efficacité de génération de courant diminue avec la densité. Ainsi, on obtient pour $P_{lh} = 4$MW un courant valant respectivement $I \approx 825$kA, $I \approx 690$kA et $I \approx 590$kA pour $n_{e0} = 3 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, $n_{e0} = 4 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$ et $n_{e0} = 5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$.

L'effet de la température se traduit par une modification de la courbe de résonance Landau. Ainsi, à mesure que la température électronique augmente, cette courbe atteint des valeurs de $n_{\|}$ plus basses et donc les électrons excités sont plus énergétiques. Ici, on utilise trois valeurs pour la température centrale : $T_{e0} = 3$keV, $T_{e0} = 4$keV et $T_{e0} = 5$keV. La figure 4.10 illustre le résultat obtenu.

Il apparaît que la variation de la température se traduit par une modification de l'efficacité de génération de courant ainsi que du rayon du maximum de dépôt de puissance. On obtient ici $I \approx 620$kA, $I \approx 690$kA et $I \approx 705$kA pour $T_{e0} = 3$keV, $T_{e0} = 4$keV et $T_{e0} = 5$keV respectivement. On doit toutefois noter qu'une limite existe sur la température centrale maximale utilisable avec ce modèle. En effet, l'idée centrale est le remplissage uniforme du domaine de propagation par les rayons [126]. Dans le cas où la courbe correspondant à l'absorption Landau intersecte directement la valeur de $n_{\|} = n_{\|0}$ du spectre de l'onde injectée, l'absorption de l'onde a lieu en quelques passages, voire un seul, ce qui correspond au régime simple passage, incompatible avec les hypothèses de bases du modèle.

Enfin, dans les régimes où les ondes tiennent une place importante, une grande variété de profils de facteur de sécurité peuvent être obtenus. Si, pour les paramètre typiques d'un plasma ohmique, ce profil croît de manière monotone avec le petit rayon, il est également possible (et intéressant du point de vue du confinement) d'obtenir des décharges où q est plat ou inversé sur une large partie du petit rayon [117]. Ainsi, trois profils de q sont utilisés ici : le premier est monotone, le second est plat au centre (cisaillement faible) et le troisième est inversé. Ces profils, ainsi que le résultat obtenu, sont représentés sur la figure 4.11.

Les différences entre ces profils de facteur de sécurité entraînent une variation de l'endroit du maximum de dépôt de puissance, par l'intermédiaire d'une modification de la caustique supérieure. Il s'agit par conséquent d'un paramètre particulièrement déterminant vis-à-vis du maximum du dépôt de puissance. La variété des profils de q accessibles dans les décharges actuelles, associée à des modifications de température peut par conséquent se traduire par une modification importante du dépôt de puissance de l'onde hybride, dont le modèle simple présenté ici reproduit les principales tendances.

[19]En l'absence de diffusion des électrons rapides, le profil de courant généré par l'onde et le profil de puissance absorbée sont proportionnels.

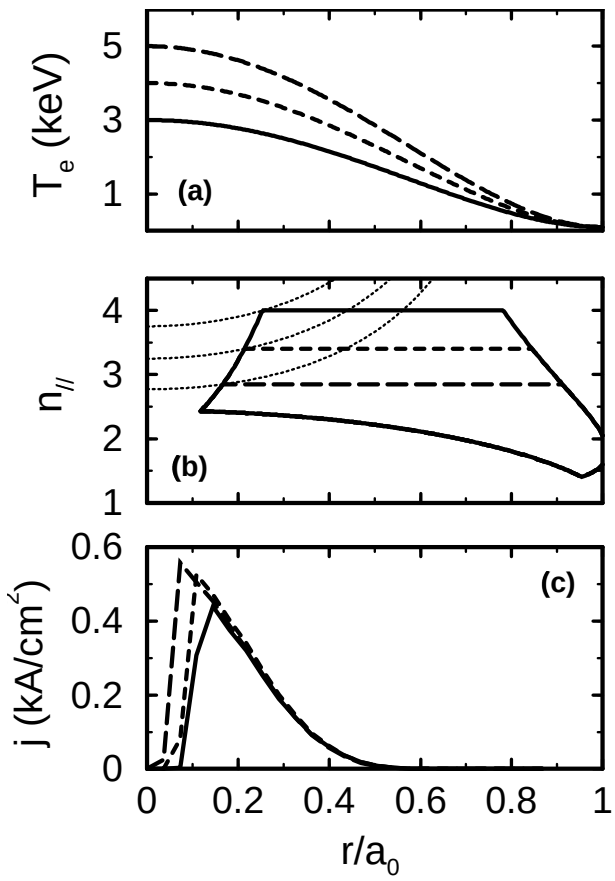


FIG. 4.10 – Effet de la modification du profil de température sur le dépôt de puissance de l'onde hybride basse. En *(a)*, trois profils de température sont représentés avec $T_{e0} = 3$keV *(trait plein)*, $T_{e0} = 4$keV *(tirets courts)* et $T_{e0} = 5$keV *(tirets longs)*. *(b)* Domaines de propagation LH et *(c)* courants générés correspondants. En *(b)*, les pointillés matérialisent la courbe d'absorption Landau.

4.4 Diffusion radiale des électrons suprathermiques

Dans les tokamaks, il est bien connu que le transport de l'énergie dépasse largement la valeur néoclassique, calculée en tenant compte des effets collisionnels en géométrie torique. Un consensus s'est dégagé pour attribuer la cause de cette différence à la turbulence électromagnétique. Cette turbulence affecte également les électrons rapides, et ceux-ci diffusent à travers les surfaces de champ. S'agissant d'un processus diffusif, ce phénomène est connu sous le nom de *diffusion radiale* [82].

La détermination du niveau de turbulence occasionnant la diffusion des électrons rapides dans un tokamak a fait l'objet d'intenses efforts expérimentaux [139]. Une possibilité est d'utiliser des électrons très rapides produits par l'onde hybride basse, par exemple. Ceux-ci sont très peu sensibles à la dérive de champs croisés ($\mathbf{E} \times \mathbf{B}$) et par conséquent,

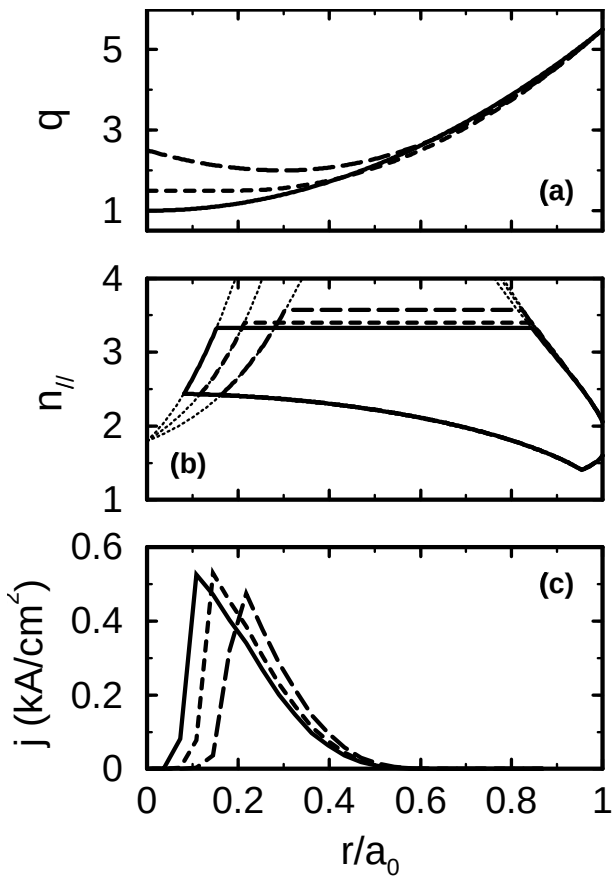


FIG. 4.11 – Effet de la modification du profil de q sur le dépôt de puissance de l'onde hybride basse. En *(a)*, trois profils de facteur de sécurité sont représentés : monotone *(trait plein)*, plat au centre *(tirets courts)* et inversé *(tirets longs)*. *(b)* Domaines de propagation LH et *(c)* courants générés correspondants. En *(b)*, les pointillés matérialisent la caustique supérieure.

leur observation permet de déduire certaines caractéristiques de la diffusion radiale. Du fait de la largeur de l'interaction onde hybride basse-plasma, dans l'espace des impulsions et dans l'espace des configurations, il s'agit cependant d'une étude très délicate et les valeurs obtenues sont assez largement dispersées [139]

Sur le tokamak Tore Supra [7], plusieurs diagnostics ont été utilisés pour la mesure des temps caractéristiques liés à la diffusion radiale : l'émission de rayonnement X énergétique (HXR) [140], l'émission cyclotronique électronique (ECE) et l'absorption cyclotronique électronique (ECA) [108]. La valeur du coefficient de diffusion radiale pour les électrons dans le domaine énergétique 200keV $< E <$ 500keV a été estimé à $D_t \sim 0.1 - 0.3\mathrm{m}^2/s$. Cet intervalle de valeurs sera utilisé comme référence au cours de ce travail.

4.4.1 Modèle physique et coefficient de diffusion

L'explication de la physique à l'origine de la diffusion radiale des électrons suprathermiques est basée sur la perturbation des leurs orbites sous l'effet des champs fluctuants [82]. Le plasma est en effet le siège de telles fluctuations du champ électrique ($\tilde{E}$) et du champ magnétique ($\tilde{B}$), d'amplitudes très faible devant le champ magnétique de confinement. En d'autres termes, les rapports $\tilde{b} \equiv |\tilde{B}|/B$ et $\tilde{e} \equiv |\tilde{E}|/B$ représentent le niveau de turbulence magnétique et le niveau de turbulence électrostatique. On suppose que $\tilde{e} \sim \tilde{b} \ll 1$.

L'expression du coefficient de diffusion radiale utilisé ici est basée sur le modèle de Rechester et Rosenbluth [141]. L'idée physique sous-jacente est qu'au cours d'une rotation toroïdale, la longueur de l'orbite électronique étant $L_t \sim 2\pi q R_0$ où q est le facteur de sécurité et R_0 le grand rayon du plasma, les perturbations de champ électromagnétiques vont induire un déplacement radial.

Ainsi, la vitesse de dérive radiale induite par le champ électrostatique s'écrit

$$\tilde{v}_r \hat{\mathbf{e}}_\mathbf{r} = \frac{\tilde{E}_\chi \hat{\mathbf{e}}_\chi \times \mathbf{B}_0}{B_0^2} \tag{4.67}$$

$\mathbf{B}_0$ étant le champ de confinement supposé selon $\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z}$ et $\tilde{E}_\chi$ la composante poloïdale du champ électrique fluctuant. Le déplacement radial induit au cours d'une rotation toroïdale complète est donc $\Delta r \sim \tilde{v}_r \tau$ où τ est la période d'une rotation toroïdale. Les fluctuations étant de nature stochastique, le processus est de type marche au hasard, avec pour temps caractéristique $\tau \sim L_t/|v_\parallel|$. Le coefficient de diffusion radiale associé à ce processus est donc

$$D_t^{(e)} \sim \frac{(\Delta r)^2}{\tau} = \left(\frac{\tilde{E}_\chi}{B_0}\right)^2 \frac{L_t}{|v_\parallel|} = 2\pi q R_0 \frac{\tilde{e}^2}{|v_\parallel|} \tag{4.68}$$

En ce qui concerne les fluctuations du champ magnétique, en suivant un raisonnement similaire, on peut prédire que le déplacement radial induit par la perturbation du champ est $\Delta r \sim \tilde{b} L_t$. Le coefficient de diffusion associé est obtenu en exploitant à nouveau la nature stochastique du phénomène et s'écrit

$$D_t^{(m)} \sim (\Delta r)^2/\tau = 2\pi q R_0 |v_\parallel| \tilde{b}^2 \tag{4.69}$$

Les deux expressions (4.68) et (4.69) diffèrent notamment par leur dépendance vis-à-vis de $v_\parallel$. En particulier, le coefficient de diffusion magnétique est proportionnel à la vitesse parallèle des électrons considérés, le coefficient de diffusion électrostatique étant inversement proportionnel à cette même quantité. En d'autres termes, dans la plage d'énergie considérée, l'effet des fluctuations magnétiques domine largement celui des fluctuations électrostatiques et on peut écrire $D_t \equiv D_t^{(m)} + D_t^{(e)} \approx D_t^{(m)}$. D'autre part, la diffusion des électrons thermiques, peu énergétiques, sous l'influence de ce processus est généralement négligeable. Les électrons rapides, en revanche peuvent diffuser du centre vers le bord du plasma. On peut donc s'attendre à la création d'une queue énergétique provenant du centre pour les fonctions de distributions situées en dehors de la région centrale.

Moyennant l'hypothèse que le niveau de turbulence magnétique $\tilde{b}$ est radialement constant [142], l'opérateur associé au processus de diffusion radiale prend la forme

$$\hat{D}_t f \equiv \nabla \cdot \mathbf{S}_t = \frac{1}{r}\hat{\mathcal{L}} r D_t \hat{\mathcal{L}} f \tag{4.70}$$

où $\mathbf{S}_t$ est le flux quasilinéaire associé à la diffusion radiale (voir équation (2.15)).

L'opérateur $\hat{\mathcal{L}}$ s'écrit [85]

$$\hat{\mathcal{L}} \equiv \frac{\partial}{\partial r} - eE_A \frac{\partial}{\partial E} \tag{4.71}$$

$-e$ est la charge de l'électron, E_A est le module du champ électrique ambipolaire.

Ce champ ambipolaire est dû aux fait que les ions, comme les électrons, sont *a priori* soumis au processus de diffusion radiale. Cependant, leur vitesse est plus faible que celle des électrons, d'un facteur $(m_e/m_i)^{1/2} \sim 1/50$ et leur coefficient de diffusion radiale est donc négligeable. Ceci signifie qu'au cours de la séparation de charge due au déplacement, un champ électrique de rappel est généré de manière à ralentir les électrons. Son amplitude est fixée par l'égalité, à l'état stationnaire et sur une surface magnétique donnée, entre les flux quasilinéaires électronique et ionique. En supposant les ions immobiles, cette condition s'écrit [90]

$$\int d\mathbf{p} D_t \hat{\mathcal{L}} f = 0 \tag{4.72}$$

Une excellente estimation de l'intégrale dans l'équation (4.72) peut être obtenue en supposant que f est maxwellienne, puisque globalement, le nombre total de particules contenues dans la queue est très faible. On obtient ainsi la condition

$$\frac{-eE_A}{T_e} = \frac{1}{n_e}\frac{dn_e}{dr} + \frac{1}{2T_e}\frac{dT_e}{dr} \tag{4.73}$$

où n_e et T_e sont respectivement la densité et la température électroniques.

La discussion qui précède est valide lorsque l'excursion radiale des électrons au cours de leur mouvement cyclotronique $\rho_d = q\gamma|v_\parallel|/\omega_{ce}$ reste petite devant la taille caractéristique des structures turbulentes δ_{mt}. Dans le cas contraire, ces électrons subissent un effet moyen de la turbulence et le coefficient de diffusion radiale doit être corrigé en conséquence, par le facteur multiplicatif [90]

$$R_t(v_\parallel) = \exp\left(-\frac{\rho_d^2}{\delta_{mt}^2}\right) \mathrm{I}_0^2\left(\frac{\rho_d^2}{2\delta_{mt}^2}\right) \tag{4.74}$$

Dans cette équation, I_0 est la fonction de Bessel modifiée de type I et d'ordre 0. Sur la figure 4.12(a), on a représenté R_t en fonction du rapport ρ_d/δ_{mt}. Pour fixer les ordres de grandeur, on peut considérer raisonnablement que la taille caractéristique des structures turbulentes est $\delta_{mt} \sim 1\text{mm} - 1\text{cm}$ alors que $\rho_d \approx 0.171 q/B_0[T]|p_\parallel|/m_e c$ (B_0 étant en exprimé en Tesla). En considérant $q/B_0 \sim 1$, on peut exprimer ce rapport en fonction de l'énergie parallèle, à δ_{mt} donné. Le résultat est illustré sur la figure 4.12(b).

Il apparaît que R_t peut être significativement inférieur à 1 uniquement pour les électrons les plus énergétiques ou pour de très petites structures turbulentes. De fait, une réduction significative est observée pour les électrons runaways et pour des plasmas au sein desquels la densité est très faible. Dans les conditions d'un tokamak actuel ou d'un futur réacteur, cette réduction du coefficient de diffusion est assez marginale.

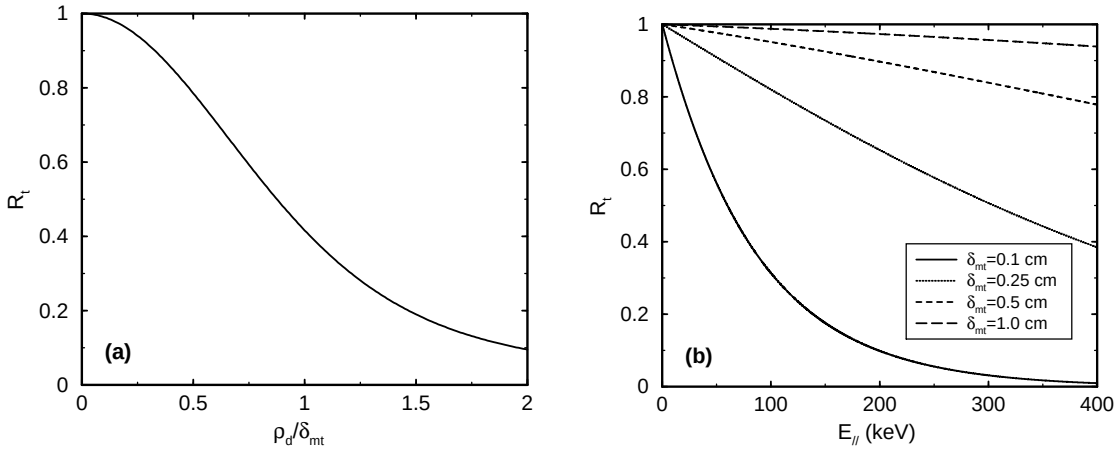


FIG. 4.12 – Facteur de réduction du coefficient de diffusion radiale. *(a)* En fonction du rapport ρ_d/δ_{mt}. *(b)* En fonction de l'énergie parallèle de l'électron, pour plusieurs valeurs de la taille caractéristique δ_{mt} des structures turbulentes.

4.4.2 Résultats numériques

La discussion analytique qui précède permet de dégager certaines caractéristiques de base du processus de diffusion radiale. En revanche, certains aspects nécessitent le recours à une simulation numérique. Ainsi, dans le régime où les collisions dominent, la diffusion radiale tend à augmenter le courant total (voir appendice B). Cependant, la dépendance de la forme précise du profil radial associé en fonction du niveau de turbulence dépend du jeu combiné des diffusions quasilinéaire (agissant dans l'espace des vitesses) et radiale, ce qui nécessite la résolution de l'équation quasilinéaire écrite sous la forme

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \langle \hat{C} f \rangle + \langle \hat{D}_w f \rangle + \langle \hat{D}_t f \rangle \tag{4.75}$$

$\hat{D}_w$ est le coefficient de diffusion quasilinéaire associé à l'effet des ondes radiofréquence et $\hat{D}_t f$ est le terme de diffusion radiale.

Cette résolution est effectuée en prenant en compte les effets relativistes ainsi que les effets du champ ambipolaire (voir section 4.4.1) et de la réduction du coefficient de diffusion pour les très hautes énergies. On considère un profil de dépôt caractéristique de l'onde hybride basse. Les paramètres choisis sont typiques d'un plasma du tokamak Tore Supra [7] : $R_0 = 232$cm, $a_0 = 75$cm, $B_0 = 3.8$T, $Z_{eff} = 2.5$. Les profils de densité et de température sont paraboliques, avec $T_{e0} = 4$keV et $n_{e0} = 4 \times 10^{13}\mathrm{m}^{-3}$. Le profil de facteur de sécurité est monotone, avec $q_0 = 1$ et $q_a = 5.5$. La puissance de l'onde est $P_{lh} = 4$MW, sa fréquence $f_{lh} = 3.7$GHz et $n_{\|0} = 1.8$.

La puissance déposée est évaluée en utilisant la formule cinétique

$$p_{lh}(r) = n_e m_e c^2 \int d\mathrm{p}(\gamma - 1) \frac{\partial}{\partial p_\|} D_{lh} \frac{\partial f}{\partial p_\|} \tag{4.76}$$

Par ailleurs, la densité de puissance absorbée est définie comme

$$p_{abs}(r) \equiv p_{lh}(r) + p_{mt}(r) = n_e m_e c^2 \int d\mathbf{p}(\gamma - 1)[\hat{D}_{lh} + \hat{D}_t]f \tag{4.77}$$

avec

$$p_{mt}(r) \equiv n_e m_e c^2 \int d\mathbf{p}(\gamma - 1)\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r D_t \frac{\partial f}{\partial r} \tag{4.78}$$

Ce terme traduit la redistribution de la puissance déposée par l'onde sous l'effet de la diffusion des électrons rapides. L'intégrale radiale de $p_{mt}(r)$ est nulle, ce qui signifie que la puissance totale n'est pas modifiée.

La valeur de D_{lh} (voir section 4.3) est obtenue en imposant la puissance totale absorbé (ici 4MW). On vérifie cependant qu'elle est suffisamment élevée pour satisfaire à l'hypothèse de diffusion quasilinéaire saturée à la base de la description statistique de l'onde hybride basse [126].

On fixe un niveau de turbulence magnétique $\tilde{b} = 0.2 \times 10^{-4}$, en accord avec les mesures effectuées sur Tore Supra [143], ce qui donne $D_0(0) \equiv D_t(r = 0, v_\parallel = v_{th}) \approx 0.2\text{m}^2/\text{s}$. De même, on doit fixer une taille typique des structures turbulentes δ_{mt} (voir équation (4.74)). Ici, on a choisi $\delta_{mt} = 0.5$cm [82]. On vérifie *a posteriori* que le résultat obtenu est toutefois largement indépendant de cette valeur.

On observe tout d'abord l'influence de la diffusion radiale sur les profils de courant et de dépôt de puissance. Sur la figure 4.13(a), on a représenté le profil de courant obtenu en l'absence de diffusion radiale, ainsi que pour $\tilde{b} = 0.1 \times 10^{-4}$ et $\tilde{b} = 0.2 \times 10^{-4}$. Le profil de puissance absorbée p_{abs} est illustré sur la figure 4.13(b), pour les même valeurs de $\tilde{b}$.

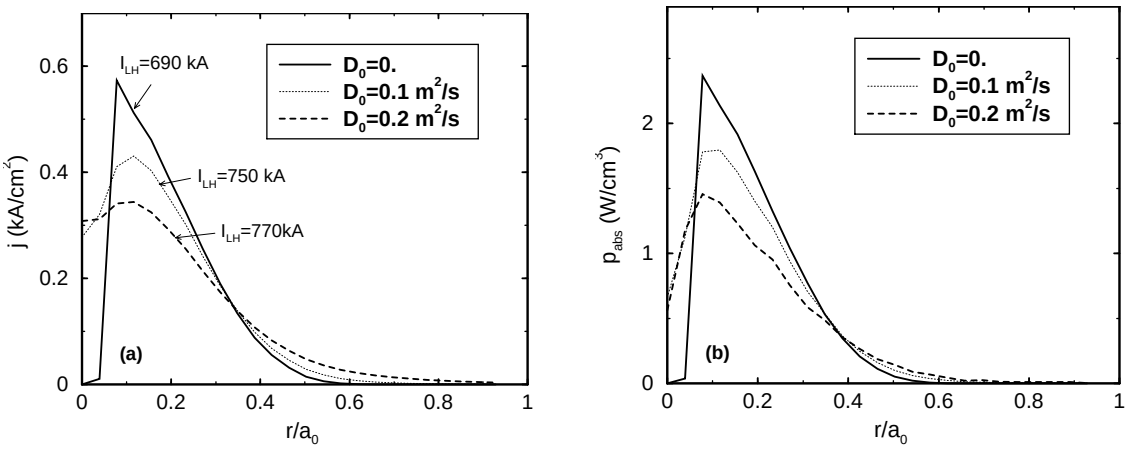


FIG. 4.13 – *(a)* Profil de courant *(b)* Profil de puissance hybride absorbée, pour différents niveaux de turbulence magnétique : $\tilde{b} = 0$ *(Trait plein)*, $\tilde{b} = 0.1 \times 10^{-4}$ *(Pointillés)* et $\tilde{b} = 0.2 \times 10^{-4}$ *(Tirets)*. En *(a)*, on a indiqué, pour chaque profil, le courant total correspondant.

On peut voir que le profil de courant est d'autant plus élargi que le niveau de turbulence magnétique est élevé. Une partie du courant diffuse vers le bord du plasma, ce qui explique

l'augmentation du courant total : les électrons rapides sont principalement transportés dans une zone moins collisionnelle du plasma (voir appendice B). La valeur de ce courant, indiquée sur la figure, permet de mettre de confirmer cette augmentation.

Il apparaît que la diffusion radiale agit de manière différente sur le profil de courant et sur le profil de puissance absorbée. Ceci tient au fait que le courant généré est principalement dû à la partie haute vitesse de la queue de la fonction de distribution hybride alors que la puissance est dissipée par les collisions avec les électrons de plus basse énergie [85].

Après avoir examiné les grandeurs intégrées dans l'espace des vitesses, on peut plus spécifiquement s'intéresser au comportement de la fonction de distribution sous l'effet de la diffusion radiale, notamment celui de la queue générée par l'onde hybride. Pour ceci, deux positions spatiales sont considérées : $r_1/a_0 \approx 0.1$ est l'endroit approximatif du maximum de la puissance déposée (voir figure 4.13(b)) et $r_2/a_0 \approx 0.4$ est à l'extérieur de ce maximum. Sur la figure 4.14, on a représenté quelques iso-contours de la fonction de distribution pour $\tilde{b} = 0$ et $\tilde{b} = 0.2 \times 10^{-4}$, aux positions r_1/a_0 (en haut) et r_2/a_0 (en bas).

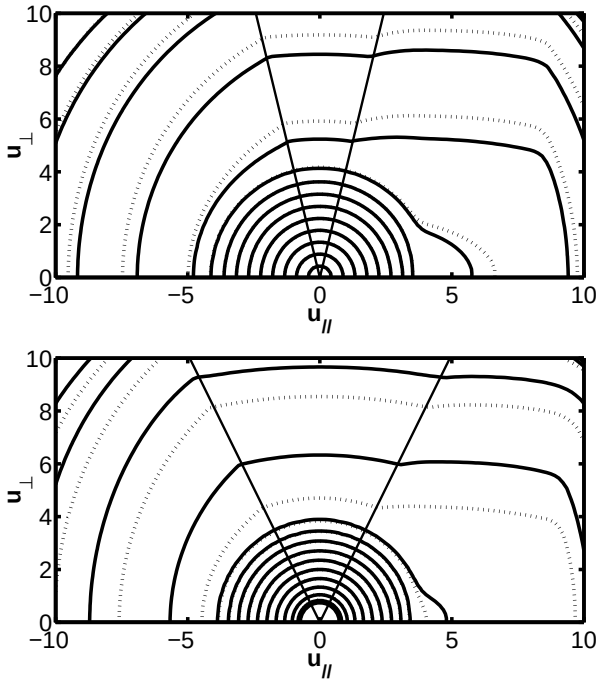


FIG. 4.14 – Iso-contours de la fonction de distribution dans le plan $(u_\parallel, u_\perp)$ en l'absence de diffusion radiale *(trait pointillé)* et pour $\tilde{b} = 0.2 \times 10^{-4}$ *(trait plein)* en $r/a_0 \approx 0.1$ *(en haut)* et $r/a_0 \approx 0.4$ *(en bas)*. Sur les deux figures, les droites délimitent le cône de piégeage.

La queue générée par l'onde hybride basse apparaît nettement pour $u_\parallel > 0$, ainsi que l'influence du cône de piégeage qui a pour effet de rendre isotrope la fonction de distribution (voir chapitre 2, section 2.3.3). En r_1/a_0, on observe une diminution globale du niveau de la fonction de distribution, ce qui traduit le fait que les électrons rapides ont

diffusé vers le bord du plasma. Le comportement inverse est observé en r_2/a_0 puisque la diffusion radiale y a apporté des électrons rapides.

Sur la figure 4.15, on a représenté $F_\parallel$ (voir définition (4.48)) en fonction de l'énergie parallèle pour (a) r_1/a_0 et (b) r_2/a_0.

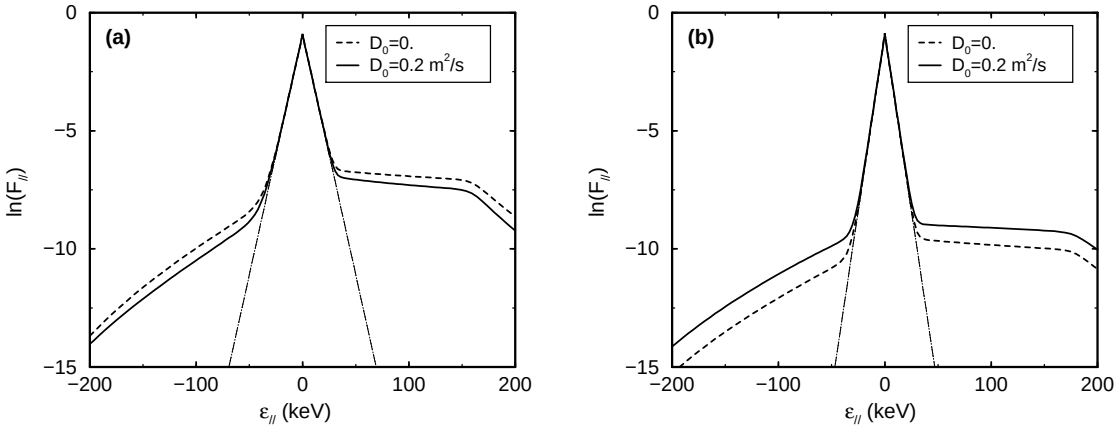


FIG. 4.15 – Fonction de distribution parallèle en fonction de l'énergie parallèle des électrons pour $r/a_0 \approx 0.1$ *(a)* et $r/a_0 \approx 0.4$ *(b)*. Les niveaux de turbulence magnétique sont ici $\tilde{b} = 0$ *(tirets)* et $\tilde{b} = 0.2 \times 10^{-4}$ *(trait plein)*. La maxwellienne figure en pointillés.

Ces courbes permettent tout d'abord de confirmer la diminution globale du niveau de la queue au maximum du dépôt de puissance et son augmentation à l'extérieur de cette position. Une autre observation est que la forme globale de la queue est peu modifiée : la diffusion radiale n'entraîne pas de distorsion majeure de sa structure. Ce point peut être confirmé en observant la température perpendiculaire (voir définition (4.49)). Cette quantité est représentée sur la figure 4.16 pour les deux positions radiales considérées. On peut observer que la modification reste modérée.

4.5 Conclusion

Au cours de ce chapitre, l'outil permettant de décrire la dynamique des électrons sous l'effet simultané des collisions coulombiennes, du champ électrique statique, de l'onde hybride basse, de l'onde cyclotronique électronique et de la diffusion radiale des électrons suprathermiques a été présenté. Le code utilisé résout l'équation de Fokker-Planck dans l'espace $(p_\parallel, p_\perp, r)$, permet ainsi d'avoir accès à la dynamique de la fonction de distribution et de calculer le courant généré et la puissance déposée (voir section 4.1). Les effets de l'onde cyclotronique électronique et de l'onde hybride basse ont été présentés dans les sections 4.2 et 4.3. Le transport radial des électrons rapides, élément important de la description de l'interaction onde-plasma a été discuté dans la partie 4.4.

En particulier, comme l'illustrent, par exemple, les figures 4.2 et 4.8, les gammes d'énergies des électrons résonnants avec chacune des ondes sont proches, voire les mêmes[20].

[20]La situation est cependant plus compliquée en présence de diffusion radiale, du fait du caractère non

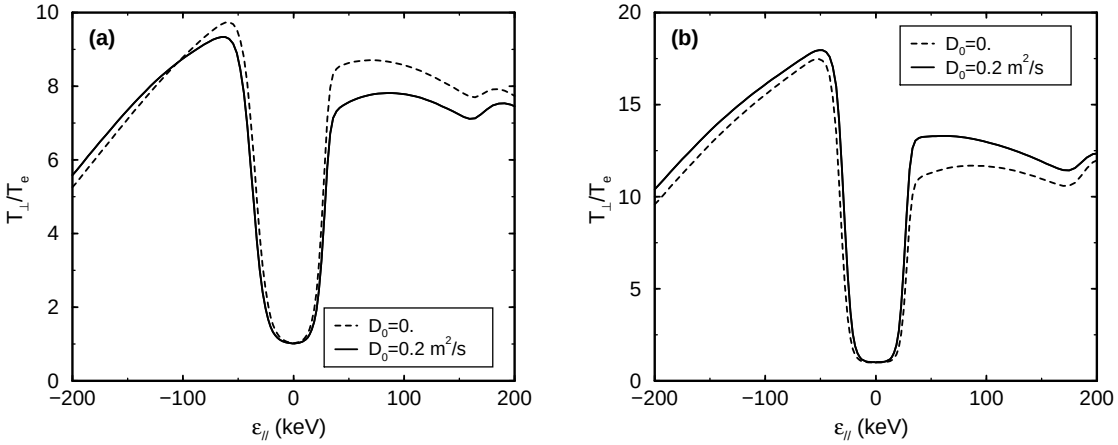


FIG. 4.16 – Température perpendiculaire en fonction de l'énergie parallèle des électrons pour $r/a_0 \approx 0.1$ *(a)* et $r/a_0 \approx 0.4$ *(b)*. Les niveaux de turbulence magnétique sont ici $\tilde{b} = 0$ *(tirets)* et $\tilde{b} = 0.2 \times 10^{-4}$ *(trait plein)*.

L'idée de combiner les deux ondes apparaît par conséquent comme assez naturelle, le but étant d'une part de bénéficier de leurs avantages respectifs, d'autre part de tirer avantage d'un éventuel effet de *synergie*. Ce concept sera discuté dans le chapitre 5 et les scénarios combinés, impliquant de manière couplée un grand nombre de phénomènes physiques, en particulier ceux qui ont été discutés dans ce chapitre, seront évoqués en détail au cours de la partie 6.

local de la modification de la fonction de distribution(voir appendice B).

Chapitre 5

Effets croisés des ondes LH et EC

5.1 Introduction

5.1.1 Effet croisé des ondes LH et EC

Le chapitre 4 a permis de dégager les principales caractéristiques de l'onde hybride basse et de l'onde cyclotronique électronique. Pour résumer, on peut dire que la première a démontré sa capacité à générer le courant non inductif de manière efficace et robuste, pendant une période longue, comme il a été démontré en particulier sur le tokamak Tore Supra [111, 116]. Néanmoins, son principal inconvénient réside dans le fait que le dépôt de puissance étant largement déterminé par les conditions de plasma, le contrôle du profil de courant s'avère difficile. A l'inverse l'onde cyclotronique électronique offre des possibilités de contrôle de dépôt de puissance très souples et l'opérateur peut agir sur celui-ci par l'intermédiaire de l'intensité du champ magnétique de confinement et/ou par la variation des angles d'injection de l'onde dans le plasma [15]. Un inconvénient important est toutefois une efficacité nettement plus faible que celle de l'onde hybride basse, du fait tout d'abord de l'avantage d'une diffusion parallèle sur une diffusion perpendiculaire dans l'espace des vitesses [10], ensuite que l'onde hybride basse excite, dans les conditions classiques d'utilisation, des électrons plus rapides que l'onde cyclotronique électronique et enfin de la réduction du courant sous l'effet des électrons piégés [19]. Un autre élément qui doit être considéré est qu'à ce jour, le développement technologique des sources radiofréquence dans le domaine de fréquence de l'onde hybride basse est plus avancé que dans le domaine de fréquence de l'onde cyclotronique électronique, du fait des difficultés présentées par les hautes fréquences requises par la résonance cyclotronique électronique. En d'autres termes, la puissance LH disponible sur une machine donnée dépasse souvent la puissance EC[1]. Il est donc particulièrement crucial de maximiser le courant généré, autrement dit l'efficacité de génération de courant.

Au regard de ces arguments, l'idée de combiner les ondes hybride basse et cyclotronique électronique au sein de la même décharge apparaît comme assez naturelle. Le but est bien évidemment de s'appuyer sur les avantages respectifs de chacune, en utilisant l'autre pour

[1] Cet argument doit toutefois être pondéré par le fait que le dépôt de puissance EC étant localisé, la dilution de cette puissance est moindre que dans le cas de l'onde hybride basse, qui se distingue par un dépôt nettement plus large, au moins dans le régime multipassage.

remédier, autant que possible, à ses lacunes. En particulier, deux voies principales se dégagent de la discussion qui précède :

Contrôle du profil de courant : La modification localisée du courant provoquée par l'onde cyclotronique électronique est mise à profit pour créer un profil de courant compatible avec les spécifications des scénarios avancés [8], à même d'être maintenu pendant une durée très longue par rapport au temps de confinement de l'énergie [49]. La question du contrôle du profil de courant sera développée dans le chapitre 6.

Synergie LH-EC : En présence d'onde hybride basse dans le plasma, les propriétés de la fonction de distribution sont modifiées. En particulier, la diffusion dans l'espace des vitesses provoquée par l'onde donne naissance à un plateau quasilinéaire (voir la section 4.3 du chapitre 4), autrement dit à une population d'électrons suprathermiques, peu collisionnels et donc intéressants du point de vue de la génération de courant. En présence de cette population, l'absorption de l'onde cyclotronique électronique et l'efficacité de génération de courant globales sont améliorées. Cet effet est appelé *synergie LH-EC*[2]. Cette partie est donc consacrée à la physique de l'effet croisé des deux ondes sur les électrons suprathermiques.

Dans un plasma maxwellien à basse température, il est difficile d'obtenir une absorption suffisante de l'onde cyclotronique électronique par la population suprathermique. Ceci tient au fait que cette population rapide est trop ténue, ce qui rend nécessaire l'utilisation des électrons moins rapides, voire thermiques de la fonction de distribution pour obtenir l'absorption de l'onde cyclotronique électronique en un seul passage dans le plasma[3]. Ceci est malheureusement en contradiction avec la recherche d'une efficacité élevée [10]. En d'autres termes, pour une fonction de distribution proche d'une forme maxwellienne, il existe un compromis entre génération de courant et absorption de l'onde, d'autant plus contraignant que la température est basse.

Une possibilité pour s'affranchir de ce compromis est de s'appuyer sur une queue d'électrons suprathermiques préexistante (voir section 4.3.1). Il est en effet possible d'imaginer un schéma d'absorption de l'onde cyclotronique électronique par cette population rapide [39]. Le bénéfice est double puisque d'une part les contraintes sur le champ magnétique de confinement sont assouplies[4] et d'autre part l'efficacité de génération de courant est plus élevée.

[2]Le lecteur doit être conscient du fait que le terme "synergie" doit toujours être employé avec précaution. Sa caractérisation est en effet délicate, tant théoriquement qu'expérimentalement et les conventions de langage peuvent varier selon les auteurs.

[3]Notons qu'il est possible d'utiliser les réflexions multiples sur les parois internes de la machines. Ceci a toutefois pour effet d'occasionner la perte d'une certaine fraction de la puissance totale. La première raison est que la polarisation de l'onde réfléchie est généralement modifiée, ce qui peut empêcher son absorption par le plasma (voir la section 2.2.3 du chapitre 2). La deuxième raison tient au fait que le coefficient de réflexion du matériau constitutif des parois dans la gamme de fréquence de l'onde cyclotronique électronique n'est pas égal à 1. Ceci signifie que l'onde peut chauffer cette paroi et entraîner certains phénomènes délétères comme, par exemple, un dégazage, qui complique le contrôle de la densité et du taux d'impuretés au cours de la décharge.

[4]Sur le tokamak FTU, des expérimentations récentes ont permis d'obtenir une absorption de l'onde pour des conditions de champ magnétique telles que la résonance cyclotronique électronique froide était nettement hors du plasma, l'interaction ayant alors lieu entre cette onde et la queue d'électrons rapides [144] (voir chapitre 7).

Cette queue rapide peut trouver son origine dans le champ électrique parallèle, par exemple [56]. Cependant, les régimes pertinents du point de vue des futurs réacteurs à fusion sont généralement à tension par tour nulle, ce qui implique l'absence de champ électrique statique pendant la phase stationnaire de la décharge. En parallèle à cette première possibilité, la queue d'électrons suprathermiques peut être créée par l'onde hybride basse. Particulièrement attractif et pertinent pour les expériences présentes et futures, ce schéma fera l'objet de ce chapitre.

5.1.2 Interaction onde cyclotronique électronique-électrons rapides

La relation de résonance cyclotronique électronique s'écrit

$$\gamma(p_\parallel, p_\perp) - n\frac{\omega_{ce}(r)}{\omega} - \frac{n_\parallel(r)p_\parallel}{m_e c} = 0 \tag{5.1}$$

γ est le facteur relativiste, ω_{ce} est la fréquence cyclotronique électronique, ω la fréquence de l'onde et $n_\parallel$ l'indice de réfraction parallèle.

Par l'intermédiaire du champ de confinement, la fréquence cyclotronique électronique dépend de la position spatiale, comme l'indice parallèle qui varie de manière à assurer la conservation de $n_\parallel R$ (voir la section 3.4 du chapitre 3). γ, ainsi que le terme d'effet Doppler dépendent tous deux de la position de l'interaction dans l'espace des vitesses, Une caractéristique se dégageant de la relation (5.1) est donc le fait qu'elle mêle intimement espace réel et espace des vitesses, ce qui rend assez délicat le choix des paramètres de l'onde de manière à obtenir son interaction avec le plasma à une impulsion donnée [145, 146].

L'absorption de l'onde cyclotronique électronique a généralement lieu pour $p_\perp \ll p_\parallel$ [147]. Etant donnée la relation de résonance (5.1), on obtient ainsi deux impulsions résonnantes, s'écrivant

$$p_\pm = m_e c\frac{n_\parallel(n\omega_{ce}/\omega) \pm (n_\parallel^2 - 1 + (n\omega_{ce}/\omega)^2)^{1/2}}{1 - n_\parallel^2} \tag{5.2}$$

Ces deux valeurs correspondent aux deux "extrémités" de l'ellipse de résonance (voir section 2.2.2). En présence d'une fonction de distribution maxwellienne ou rapidement décroissante avec l'impulsion, il est possible de négliger la racine correspondant à l'énergie la plus élevée. Ce n'est évidemment pas le cas pour un plateau quasilinéaire saturé [57]. La démonstration de la capacité d'une population suprathermique créée par l'onde hybride basse à absorber la puissance EC a été discutée dans la littérature [57, 147, 148].

L'équation de Fokker-Planck à résoudre s'écrit, en présence des collisions coulombiennes, de l'onde cyclotronique électronique et de l'onde hybride basse

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{ec} + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{lh} \tag{5.3}$$

L'opérateur de collisions, ainsi que les coefficients de diffusion associés à chacune des ondes sont respectivement présentés dans les sections 4.1, 4.2 et 4.3. Intuitivement, on

conçoit qu'un effet croisé des ondes n'est possible que dans le cas où les coefficients de diffusion quasilinéaire de chaque onde se recouvrent, comme c'est par exemple le cas sur la figure 5.1(a). A l'inverse, dans une situation telle que présentée la figure 5.1(b), les ondes excitent des électrons suprathermiques dans des régions différentes de l'espace des vitesses et aucun effet croisé n'est possible

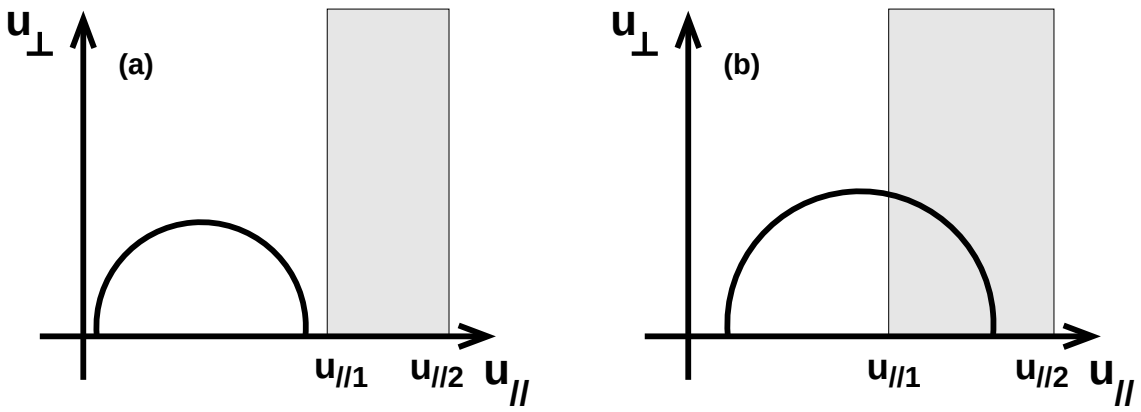


Fig. 5.1 – Illustration schématique de la position respective des domaines correspondant aux coefficients de diffusion quasilinéaires de l'onde hybride basse et de l'onde cyclotronique électronique dans l'espace des vitesses. *(a)* Sans recouvrement ; *(b)* Avec recouvrement des domaines.

Ces considérations sur les positions respectives de l'ellipse de résonance EC et du domaine de diffusion quasilinéaire LH peuvent être approfondies et permettent de distinguer deux principaux mécanismes d'effet croisé des ondes [57, 148] :

- Dans la situation présentée sur la figure 5.2, l'onde cyclotronique électronique est absorbée par les électrons de la partie basse énergie du plateau quasilinéaire. La partie (a) de cette figure présente le principe physique de ce mécanisme alors qu'un exemple de fonction de distribution parallèle (voir définition (4.48)) calculée en résolvant numériquement l'équation (5.3) à l'aide du code 3D présenté dans la section 4.1.2 est illustré sur la partie (b) de la même figure.
  Les électrons ainsi excités sont sujets à la diffusion parallèle induite par l'onde hybride et par conséquent, le plateau quasilinéaire s'élève de façon globale, et non simplement dans la région d'absorption de l'onde EC, augmentant ainsi l'efficacité de génération de courant.
- Un autre schéma particulièrement intéressant est l'absorption de la puissance EC par les électrons de la partie à haute vitesse du plateau tiré par l'onde hybride basse [57]. On sait que la borne haute vitesse de ce plateau est fixée par la condition d'accessibilité de l'onde (voir section 4.3). Au delà de cette limite, l'onde hybride basse n'est plus en mesure de se propager. En se basant sur la fin du plateau ainsi que sur sa partie décroissante, il est possible de provoquer une absorption de l'onde cyclotronique électronique et donc d'augmenter la densité locale d'électrons rapides. De manière similaire à la figure 5.2, cette situation est présentée sur la figure 5.3 où

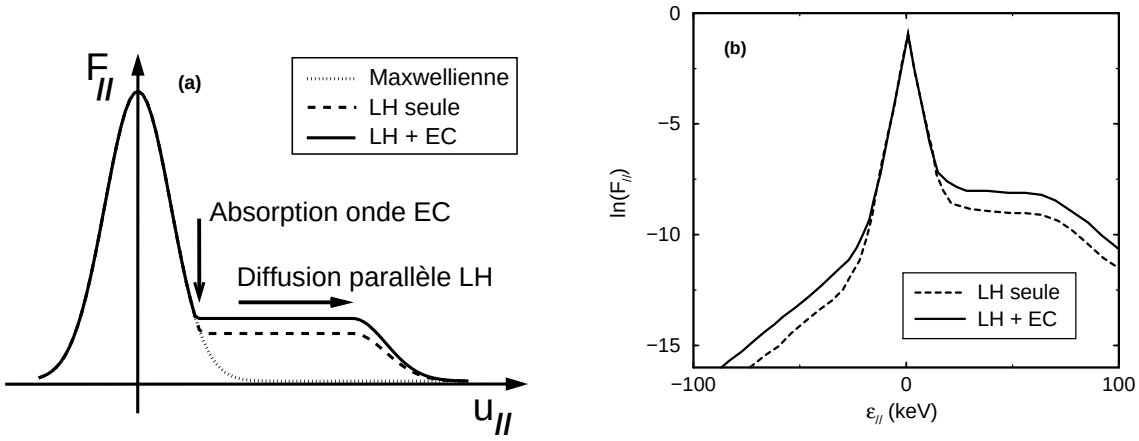


FIG. 5.2 – Exemple d'absorption de l'onde cyclotronique électronique par la partie basse énergie du plateau quasilinéaire. Les électrons rapides ainsi excités sont sujets à la diffusion parallèle induite par l'onde hybride basse. *(a)* Principe du phénomène. *(b)* Résultat d'une simulation Fokker-Planck.

figurent un schéma du principe physique (a) et une solution numérique de l'équation de Fokker-Planck (b).

Les électrons "très suprathermiques" ainsi excités sont en mesure de porter un courant non inductif élevé et, à ce titre, particulièrement intéressants du point de vue de la génération de courant [10].

5.1.3 Intérêt d'un calcul analytique

L'intérêt de développer un calcul analytique permettant de décrire la synergie LH-EC est double. Premièrement, l'existence de cette synergie est, aujourd'hui encore, sujette à discussion. Pourtant, elle a été identifiée numériquement [49, 57] (voir aussi chapitre 6) et expérimentalement [144, 149, 150] (voir chapitre 7). Un calcul analytique permettrait de démontrer clairement l'effet, en identifiant les mécanismes physiques candidats pour l'expliquer.

Par ailleurs, comme il a été expliqué au cours de la section introductive précédente, l'interaction onde-plasma implique un couplage entre espace réel et espace des vitesses, par l'intermédiaire des relations de résonance des ondes. Or, le bénéfice qu'il est possible de tirer d'un effet de synergie entre l'onde hybride basse et l'onde cyclotronique électronique implique une coïcidence des domaines d'interaction quasilinéaire simultanément dans l'espace des vitesses et dans l'espace des configurations. Cette double contrainte complique le choix précis des paramètres d'injection, notamment de l'onde cyclotronique électronique et la prédiction d'une synergie nécessite en général le recours à un code cinétique résolvant l'équation de Fokker-Planck (5.3). D'un point de vue pratique, ce calcul numérique est long et difficile à concilier avec les contraintes expérimentales. Ainsi, il peut être intéressant de prédire très rapidement, pour des conditions de plasma données, les paramètres optimaux pour envoyer l'onde cyclotronique électronique (angle, champ magnétique) de manière à maximiser l'effet croisé des deux ondes.

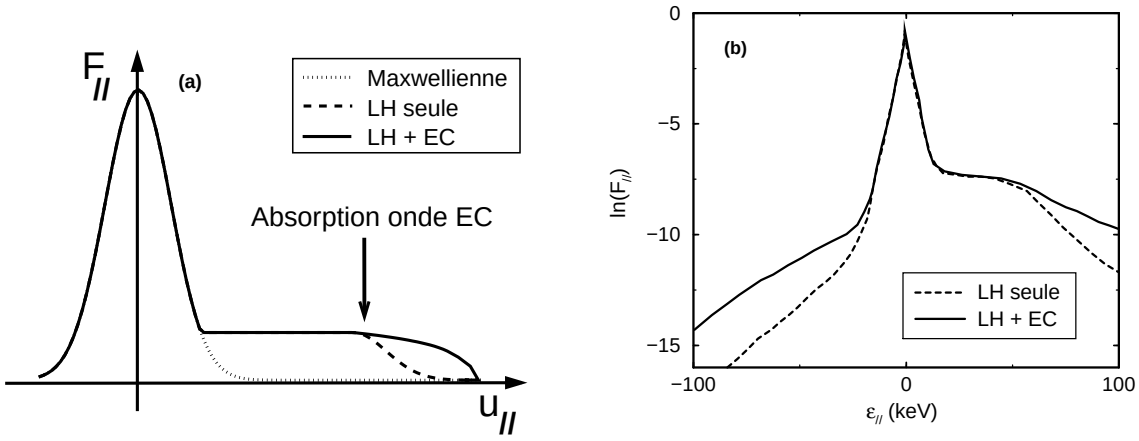


FIG. 5.3 – Exemple d'absorption de l'onde cyclotronique électronique par la partie haute énergie du plateau quasilinéaire. Les électrons rapides ainsi excités sont sujets à la diffusion parallèle induite par l'onde hybride basse. *(a)* Principe du phénomène. *(b)* Résultat d'une simulation Fokker-Planck.

La suite de ce chapitre consiste donc à proposer un calcul linéaire de l'efficacité de génération de courant permettant, pour les conditions d'un plasma LH données, de quantifier l'effet de synergie pour différents jeux de paramètres d'injection de l'onde cyclotronique électronique. Ce calcul se base sur la méthode de l'adjoint, développée extensivement dans divers travaux [10, 11, 32, 151, 152] et utilisée également dans l'appendice B. Dans la partie 5.2, après une discussion de la physique de la relaxation collisionnelle, le calcul analytique et les approximations sous-jacentes sont discutées. Ce calcul permet de dériver une fonction de réponse perturbée. Cette fonction, ainsi que les résultats associés seront discutés dans la section 5.3.

5.2 Evaluation de l'efficacité de génération de courant

5.2.1 Relaxation électronique

Dans la section 2.1.4 du chapitre 2, les équations de Langevin moyennées ont été présentées. Elle permettent de relier les notions d'efficacité de génération de courant et de relaxation collisionnelle [10, 23, 31]. Par ailleurs, on sait que l'onde hybride (resp. l'onde cyclotronique électronique) induit une diffusion parallèle (resp. perpendiculaire) des électrons dans l'espace des vitesses. Ceci permet de proposer une image intuitive du phénomène dans ces deux cas de figure. Ainsi, sur la figure 5.4, des trajectoires typiques de relaxation ont été représentées, l'une en l'absence d'excitation ondulatoire, l'autre en incluant cette excitation, pour chacune des ondes.

Pour schématiser le principe du calcul d'efficacité de génération de courant basé sur les équations de Langevin (voir section 2.1.4), la différence entre les trajectoires après et avant excitation ondulatoire conduit à un supplément de courant, constituant élémentaire du courant non inductif total, obtenu en sommant l'ensemble des contributions [10].

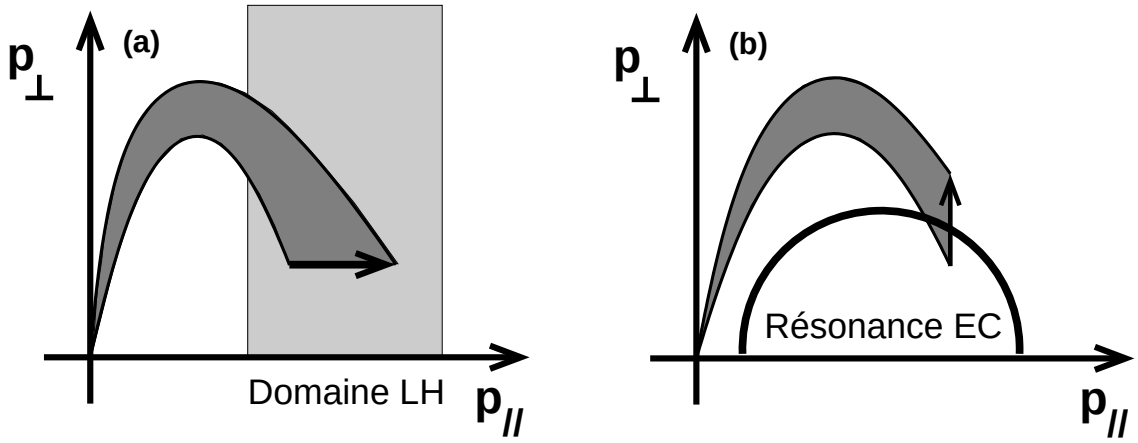


FIG. 5.4 – Modification des trajectoires de relaxation provoquée par l'onde pour une population électronique donnée. *(a)* Cas de l'onde hybride basse ; *(b)* Cas de l'onde cyclotronique électronique.

En première approximation, on peut considérer le phénomène de génération de courant en présence des ondes hybride basse et cyclotronique électronique comme la simple superposition des deux processus illustrés sur la figure 5.4. Le courant total peut être calculé assez simplement par l'utilisation d'une méthode linéaire, par exemple [10] et apparaît dans ce cas comme la somme des courants associés à chaque onde. Cependant, tout en conservant une vision linéarisée du problème, il est possible de faire l'hypothèse d'un effet croisé des ondes. En particulier, il est souvent légitime de supposer qu'en présence d'onde hybride basse et d'onde cyclotronique électronique, la fonction de distribution est principalement déterminée par les effets de la première, dont l'extension du coefficient de diffusion quasilinéaire est importante.

Dans ces conditions, on peut imaginer que la relaxation électronique est influencée par la présence de la puissance de l'onde hybride basse. La courbe de relaxation faisant suite à l'excitation due à l'onde cyclotronique électronique est *a priori* plus longue et le courant sera porté plus longtemps. En d'autres termes, un effet croisé est possible. La situation est représentée sur la figure 5.5 où la relaxation n'est plus seulement collisionnelle mais également influencée et surtout ralentie par l'onde hybride basse.

La suite de cette section est donc consacrée au calcul du courant associé à ce processus de relaxation modifiée par l'intermédiaire d'une méthode linéaire. Le formalisme de l'adjoint a été choisi ici a deux titres. Tout d'abord, il est relativement simple à implémenter du point de vue mathématique mais surtout, il permet de décrire précisément certaines caractéristiques de la dynamique de l'interaction onde-plasma dans l'espace des vitesses, telle que la dispersion du nuage électronique sous l'effet de la diffusion en angle d'attaque. Les équations de Langevin moyennées occultent ce phénomène[5] mais permettent néanmoins

[5]Il est possible d'utiliser le formalisme des équations de Langevin en n'appliquant pas la moyenne, mais dans ce cas, la méthode perd énormément en simplicité, qui constitue pourtant le principal avantage des méthodes linéaires.

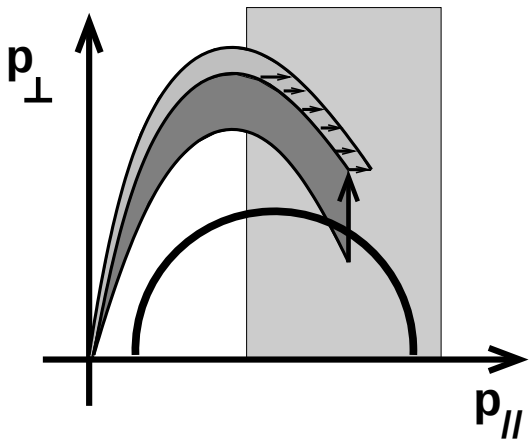


FIG. 5.5 – Relaxation dans un plasma en présence d'onde hybride basse. La relaxation des électrons excités par l'onde cyclotronique électronique est plus longue que si la trajectoire de relaxation était purement collisionnelle.

d'acquérir une vision claire des principaux éléments physiques du problème.

5.2.2 Equation de l'adjoint linéarisée

Dans toute cette partie, on supposera que la tension par tour est nulle : l'ensemble du courant est généré par les ondes[6]. L'équation cinétique linéarisée s'écrit sous la forme générale

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \hat{C} f = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \cdot \mathbf{S}_{rf} \tag{5.4}$$

où l'évolution de la fonction de distribution f est déterminée par les collisions coulombiennes et l'interaction onde-plasma, décrites respectivement par l'intermédiaire de l'opérateur de collisions linéarisé $\hat{C}$ (voir section 2.1.3) et le flux induit dans l'espace des vitesses par la puissance ondulatoire $\mathbf{S}_{rf} = -\overline{\overline{\mathbf{D}}} \partial f / \partial \mathbf{p}$ (voir section 2.1.2). En particularisant l'opérateur quasilinéaire associé à chacune des ondes, l'équation (5.4) peut s'écrire également

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \hat{C} f - \hat{D}_{lh} f = \hat{D}_{ec} f \tag{5.5}$$

où $\hat{D}_{ec}$ (resp. $\hat{D}_{lh}$) est l'opérateur de diffusion quasilinéaire associé à l'onde cyclotronique électronique (resp. à l'onde hybride basse), qui a été discuté dans la section 4.2 (resp. 4.3).

A ce point, il peut être intéressant de séparer la fonction de distribution en plusieurs contributions, en écrivant $f \equiv f_m(1 + \phi + \delta\phi)$ où f_m est la maxwellienne et $f_m(1 + \phi)$ est la fonction de distribution modifiée par l'onde hybride basse, telle que

$$\frac{\partial f_m \phi}{\partial t} - \hat{C}(f_m \phi) = \hat{D}_{lh} f_m (1 + \phi) \tag{5.6}$$

[6]Le courant de bootstrap, causé par les effets néoclassiques, n'est pas considéré ici.

où $\hat{C}(f_m\phi) \equiv \hat{C}(f_m, f_m\phi) + \hat{C}(f_m\phi, f_m) + \hat{C}(f_m\phi, f_i)$ est l'opérateur de collisions linéarisé dont on peut trouver une discussion dans la section 2.1.3. f_i est la fonction de distribution de l'ion majoritaire du plasma.

L'équation gouvernant la variation de $f_m\delta\phi$ est déduite en soustrayant (5.6) de (5.5)

$$\frac{\partial f_m\delta\phi}{\partial t} - \hat{C}(f_m\delta\phi) - \hat{D}_{lh}(f_m\delta\phi) = \hat{D}_{ec}f_m(1+\phi+\delta\phi) \tag{5.7}$$

où $\hat{C}(f_m\delta\phi) \equiv \hat{C}(f_m, f_m\delta\phi) + \hat{C}(f_m\delta\phi, f_m) + \hat{C}(f_m\delta\phi, f_i)$.

Le courant total normalisé s'écrit alors

$$J(t) = \int d\mathbf{u} f u_\parallel = \int d\mathbf{u} f_m(\phi+\delta\phi)u_\parallel \equiv J_0(t) + J_1(t) \tag{5.8}$$

où les impulsions sont normalisées selon $\mathbf{u} \equiv \mathbf{p}/\sqrt{m_e T_e}$. La constante physique a été volontairement omise de manière à alléger les écritures et sera rétablie seulement en fin de calcul.

On a défini ici

$$J_0(t) \equiv \int d\mathbf{u} u_\parallel f_m\phi \text{ et} \qquad J_1(t) \equiv \int d\mathbf{u} u_\parallel f_m\delta\phi \tag{5.9}$$

et l'on a utilisé le fait que la fonction maxwellienne est symétrique en $u_\parallel$ et n'est donc responsable d'aucun courant.

Jusqu'ici, la seule approximation ayant été faite est que la température et la densité électroniques sont supposées varier sur une échelle de temps lente par rapport à la variation quasilinéaire de la fonction de distribution. En d'autres termes, la maxwellienne est supposée invariante au cours du processus. Une analyse approfondie de ce point spécifique peut être trouvée dans la référence 11.

Evaluation de J_0

A ce point, il est utile d'introduire une première approximation concernant le flux induit par l'onde hybride basse. En effet, en toute rigueur, on doit écrire $\mathbf{S}_{lh} = \overline{\overline{\mathbf{D}}}_{lh}\partial f/\partial\mathbf{p} = \overline{\overline{\mathbf{D}}}_{lh}\partial f_m(1+\phi+\delta\phi)/\partial\mathbf{p}$. Cependant, on suppose ici $|\delta\phi| \ll |\phi|$, ce qui permet d'écrire $\mathbf{S}_{lh} \approx \overline{\overline{\mathbf{D}}}_{lh}\partial f_m(1+\phi)/\partial\mathbf{p}$. Cette approximation a d'ailleurs été faite implicitement pour la discussion de la figure 5.5 puisque l'on a supposé que la relaxation était uniquement déterminée par le jeu combiné des collisions et de l'onde hybride basse. Moyennant cette hypothèse, on peut réécrire (5.6) sous la forme

$$\frac{\partial f_m\phi}{\partial t} - \hat{C}(f_m\phi) = -\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}} \cdot \mathbf{S}_{lh} \tag{5.10}$$

La fonction de Green $g_0(\mathbf{u}, \mathbf{u}', t-t')$ associée est solution de

$$\frac{\partial g_0}{\partial\tau} - \hat{C}g_0 = 0 \tag{5.11}$$

avec la condition initiale $g_0(\mathbf{u}, \mathbf{u}', 0) = \delta(\mathbf{u}-\mathbf{u}')$ et $\tau \equiv t - t'$.

Le courant J_0 est simplement le moment de la fonction de distribution pondéré par $u_\parallel$ (voir équation (5.9)). A ce titre, J_0 s'exprime en fonction de g_0 par une équation reliant les moments d'une fonction avec les moments de la fonction de Green associée [153]

$$J_0(t) = \int_0^t d\tau \int d\mathbf{u}' \mathbf{S}_{lh}(\mathbf{u}, t-\tau) \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} j_0(\mathbf{u}', \tau) \tag{5.12}$$

où l'on a défini

$$j_0(\mathbf{u}', t) \equiv \int d\mathbf{u} u_\parallel g_0(\mathbf{u}, \mathbf{u}', t) \tag{5.13}$$

Bien qu'introduites en tant qu'objets mathématiques, les quantités g_0 et j_0 ont une signification physique. Ainsi, en considérant un électron d'impulsion initiale $\mathbf{u}$, $g_0(\mathbf{u}', \mathbf{u}, t)d\mathbf{u}'$ est la probabilité que cet électron possède l'impulsion $\mathbf{u}'$ à $d\mathbf{u}'$ près, après un temps t. On peut montrer par ailleurs que $j_0(\mathbf{u}, t)$ est le courant moyen par particule d'un ensemble d'électrons initialement lancés dans le plasma avec une impulsion $\mathbf{u} = \mathbf{u}'$.

Dans cette étude, les phénomènes transitoires ne sont pas considérés et seul le courant à l'état stationnaire est calculé. Etant donné que les collisions détruisent le courant sur un temps typique du temps de collision, j_0 est une fonction très piquée autour de $t = 0$ [10]. Par ailleurs, $\mathbf{S}_{lh}$ varie sur des temps nettement plus longs lorsque la source non inductive est continue. Par conséquent, on peut écrire le courant à l'état stationnaire à partir de (5.12) comme

$$J_0 \equiv J_0(t \to \infty) \approx \int d\mathbf{u}' \mathbf{S}_{lh}(\mathbf{u}', t \to \infty) \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \int_0^\infty d\tau j_0(\mathbf{u}', \tau) \tag{5.14}$$

La fonction de réponse collisionnelle χ_0 du plasma à l'état stationnaire est alors définie comme

$$\chi_0(\mathbf{u}) \equiv \int_0^\infty d\tau j_0(\mathbf{u}, \tau) = \int_0^\infty d\tau \int d\mathbf{u}' u'_\parallel g_0(\mathbf{u}, \mathbf{u}', t) \tag{5.15}$$

Et J_0 peut s'écrire sous la forme

$$J_0 = \int d\mathbf{u} \mathbf{S}_{lh} \cdot \frac{\partial \chi_0}{\partial \mathbf{p}} \tag{5.16}$$

Soit encore

$$J_0 = -\int d\mathbf{u} \chi_0 \hat{C}(f_m \phi) \tag{5.17}$$

où l'on fait usage de l'équation (5.10) à l'état stationnaire, c'est à dire telle que $\partial f_m \phi / \partial t \to 0$.

On introduit la notion d'adjoint en définissant l'opération commutative pour deux fonctions $\varphi(\mathbf{u})$ et $\psi(\mathbf{u})$ telle que [153] (voir aussi appendice B)

$$[\varphi, \psi] \equiv \int d\mathbf{u} \varphi(\mathbf{u}) \psi(\mathbf{u}) \tag{5.18}$$

et à définir l'adjoint $\hat{D}^\dagger$ d'un opérateur $\hat{D}$ par

$$[\varphi, \hat{D}^\dagger \psi] = [\hat{D}\varphi, \psi] \tag{5.19}$$

L'équation (5.17) peut alors s'écrire [10]

$$J_0 = -\int d\mathbf{u} f_m \phi \hat{C}^\dagger \chi_0 \tag{5.20}$$

Et en se souvenant que

$$J_0 = \int d\mathbf{u} f_m \phi u_\parallel \tag{5.21}$$

On en tire l'*équation adjointe*

$$\hat{C}^\dagger \chi_0 = -u_\parallel \tag{5.22}$$

On peut montrer que l'opérateur de collisions à haute vitesse linéarisé présente la propriété[7] $f_m \hat{C}^\dagger \psi = \hat{C}(f_m \psi)$ où ψ est une fonction quelconque de $\mathbf{u}$. On peut alors tirer de (5.22)

$$\hat{C}(f_m \chi_0) = -u_\parallel f_m \tag{5.23}$$

L'opérateur de collisions à haute vitesse s'écrit, dans sa limite classique [10]

$$\hat{C} f \equiv \nu_e \left[\frac{2}{u^2} \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{1}{u} \frac{\partial f}{\partial u} + f \right) + \frac{Z_i + 1}{u^3} \frac{\partial}{\partial \mu} (1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right] \tag{5.24}$$

où ν_e est la fréquence de collision ion-électron, $u \equiv \sqrt{u_\parallel^2 + u_\perp^2}$ et $\mu \equiv u_\parallel / u$.

On peut démontrer assez simplement que

$$\hat{C}(f_m \chi_0) \approx 2 f_m \nu_e \left[-\frac{1}{u^2} \frac{\partial \chi_0}{\partial u} - \frac{Z_i + 1}{2u^3} \frac{\partial}{\partial \mu} (1 - \mu^2) \frac{\partial \chi_0}{\partial \mu} \right] \equiv f_m \hat{C}_h \chi_0 \tag{5.25}$$

où l'on a négligé les termes d'ordre $o(1/u^3)$ (hypothèse haute vitesse) pour aboutir finalement à l'équation

$$\hat{C}_h \chi_0 = -u_\parallel \tag{5.26}$$

En posant $\hat{Z} \equiv (Z_i + 1)/2$, l'équation pour χ_0 s'écrit donc

$$\frac{1}{u^2} \frac{\partial \chi_0}{\partial u} - \hat{Z} u^3 \frac{\partial}{\partial \mu} (1 - \mu^2) \frac{\partial \chi_0}{\partial \mu} = \frac{u \mu}{2 \nu_e} \tag{5.27}$$

Et sa solution, bien connue, n'est autre que la fonction de réponse de Fisch-Boozer, qui s'écrit [31]

$$\chi_0 = \frac{1}{2 \nu_e (5 + Z_i)} u^4 \mu \tag{5.28}$$

J_0 est alors obtenu en se souvenant que

$$J_0 = \int d\mathbf{u} \mathbf{S}_{lh} \cdot \frac{\partial \chi_0}{\partial \mathbf{p}} \tag{5.29}$$

J_0 peut être identifié simplement comme le courant LH puisqu'il s'agit de l'expression qui aurait été obtenue en présence d'onde hybride basse seule. Ceci découle entièrement de l'hypothèse supposant la prédominance des effets de la puissance hybride sur la fonction de distribution.

[7] C'est la raison pour laquelle la fonction de distribution a été développée comme $f \equiv f_m (1 + \phi + \ldots)$ et non comme $f \equiv f_m + \delta f^{(1)} + \ldots$.

Evaluation de J_1

L'équation (5.7) peut être écrite en introduisant le flux induit par l'onde cyclotronique électronique dans l'espace des vitesses sous la forme

$$\frac{\partial f_m \delta\phi}{\partial t} - \hat{C}(f_m\delta\phi) - \hat{D}_{lh}(f_m\delta\phi) = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \cdot \mathbf{S}_{ec} \tag{5.30}$$

Dans cette équation, on a placé dans le membre de droite le terme correspondant à l'excitation, dont la source est ici l'onde cyclotronique électronique. Le membre de gauche contient le terme $(\hat{C} + \hat{D}_{lh})(f_m\delta\phi)$. Il décrit exactement l'effet illustré sur la figure 5.5 : la relaxation est le résultat de la superposition des collisions et de l'onde hybride basse. La prochaine étape est donc de calculer la fonction de réponse correspondante à ce phénomène. Le calcul s'effectue de la même façon que le calcul de χ_0 est sera donc moins détaillé.

La fonction de Green $g_1(\mathbf{u}, \mathbf{u}', t)$ associée à l'équation (5.30), telle que $g_1(\mathbf{u}, \mathbf{u}', t = 0) = \delta(\mathbf{u} - \mathbf{u}')$, vérifie l'équation

$$\frac{\partial g_1}{\partial \tau} - \hat{C}g_1 - \hat{D}_{lh}g_1 = 0 \tag{5.31}$$

A l'état stationnaire, la fonction de réponse χ_1 du plasma à l'excitation de l'onde cyclotronique électronique est définie par

$$\chi_1(\mathbf{u}) \equiv \int_0^\infty d\tau j_1(\mathbf{u}, \tau) \equiv \int_0^\infty d\tau \int d\mathbf{u}' u'_\parallel g_1(\mathbf{u}, \mathbf{u}', t) \tag{5.32}$$

où $j_1(\mathbf{u}, t)$ correspond au courant moyen par particule pour un paquet d'électrons lancés dans le plasma avec l'impulsion initiale $\mathbf{u}$.

J_1 peut s'écrire comme

$$J_1 = \int d\mathbf{u}\mathbf{S}_{ec} \cdot \frac{\partial \chi_1}{\partial \mathbf{p}} \tag{5.33}$$

A l'état stationnaire, l'équation (5.30) donne

$$[\hat{C} + \hat{D}_{lh}](f_m\delta\phi) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \cdot \mathbf{S}_{ec} \tag{5.34}$$

En d'autres termes, l'équation (5.33) s'écrit

$$J_1 = -\int d\mathbf{u}\chi_1[\hat{C} + \hat{D}_{lh}](f_m\delta\phi) \tag{5.35}$$

Ou encore, en utilisant la définition (5.19)

$$J_1 = -\int d\mathbf{u} f_m\delta\phi[\hat{C}^\dagger + \hat{D}^\dagger_{lh}]\chi_1 \tag{5.36}$$

En faisant appel à la définition de J_1,

$$J_1 \equiv \int d\mathbf{u} f_m\delta\phi u_\parallel \tag{5.37}$$

l'identification de (5.37) et (5.36) permet d'écrire l'équation adjointe

$$[\hat{C}^\dagger + \hat{D}_{lh}^\dagger]\chi_1 = -u_\parallel \tag{5.38}$$

L'opérateur $\hat{D}_{lh}$ est de la forme (voir section 4.3)

$$\hat{D}_{lh} f \equiv \frac{\partial}{\partial p_\parallel} D_{lh} \frac{\partial f}{\partial p_\parallel} = \frac{1}{m_e T_e} \frac{\partial}{\partial u_\parallel} D_{lh}(\mathbf{u}) \frac{\partial f}{\partial u_\parallel} \tag{5.39}$$

La forme de $D_{lh}(\mathbf{u})$ dépend du modèle utilisé pour l'onde hybride basse mais à ce point, il n'est pas utile d'être spécifique. Il est assez facile de démontrer, par une double intégration par parties, que l'opérateur ainsi défini est auto-adjoint au sens de l'opération (5.18), en d'autres termes [153]

$$\hat{D}_{lh} \equiv \hat{D}_{lh}^\dagger \tag{5.40}$$

Cette propriété de $\hat{D}_{lh}$, ainsi que la relation $f_m \hat{C}^\dagger \psi = \hat{C}(f_m \psi)$, pour toute fonction ψ permet d'aboutir à

$$[\hat{C}_h + \hat{D}_{lh}]\chi_1 = -u_\parallel \tag{5.41}$$

Cette équation adjointe décrit χ_1, fonction de réponse d'un plasma où l'onde hybride basse modifie la fonction de distribution de manière significative. La relaxation est alors affectée. Une autre interprétation possible et strictement équivalente revient à imaginer que la relaxation électronique suit une courbe collisionnelle (voir figure 5.4(b)) mais le courant élémentaire est cette fois donné par $u_\parallel + \hat{D}_{lh}^\dagger \chi_1$ au lieu de $u_\parallel$. Le but de la suite du calcul est bien entendu d'évaluer χ_1, par la résolution de l'équation adjointe (5.41).

5.2.3 Fonction de réponse en présence d'onde hybride basse

A l'inverse de (5.26), l'équation (5.41) ne semble pas présenter de solution analytique évidente et il est nécessaire d'introduire une nouvelle approximation. Celle-ci revient à supposer que la relaxation électronique reste dominée par les collisions, ce qui était implicitement admis sur la figure (5.5), où la courbe de relaxation modifiée s'écartait assez peu de la courbe collisionnelle. En d'autres termes, on suppose que le rapport des intensité de l'effet de l'onde hybride basse et des collisions reste très petit devant l'unité, ce qui peut s'écrire $\lambda \equiv D_{lh}/\nu_e m_e T_e \ll 1$. L'idée est de développer la fonction de réponse χ_1 suivant les puissance croissantes de ce rapport d'intensité en posant $\chi \equiv \bar{\chi} + \delta\chi$ où $|\delta\chi| \ll |\bar{\chi}|$

L'équation (5.41) prend la forme

$$[\hat{C}_h + \hat{D}_{lh}](\bar{\chi} + \delta\chi) = -u_\parallel \tag{5.42}$$

d'où l'on tire une équation à l'ordre 0 en λ

$$\hat{C}_h \bar{\chi} = -u_\parallel \tag{5.43}$$

Cette dernière relation identifie $\bar{\chi}$ comme la fonction de réponse de Fisch-Boozer, autrement dit la fonction de réponse collisionnelle, soit $\bar{\chi} = \chi_0$. Ce n'est guère surprenant puisque nous avons supposé le processus de relaxation majoritairement déterminé par les collisions.

L'équation au premier ordre s'écrit

$$\hat{C}_h \delta\chi = -\hat{D}_{lh}\chi_0 \tag{5.44}$$

En développant l'opérateur $\hat{C}_h$, elle prend la forme

$$u\frac{\partial\delta\chi}{\partial u} - \hat{Z}\frac{\partial}{\partial\mu}(1-\mu^2)\frac{\partial\delta\chi}{\partial\mu} = \frac{u^3}{2\nu_e m_e T_e}\frac{\partial}{\partial u_\parallel}D_{lh}(u,\mu)\frac{\partial\chi_0}{\partial u_\parallel} \tag{5.45}$$

Ici, $\hat{Z} \equiv (Z_i+1)/2$, ν_e est la fréquence de collision électron-ion et T_e est la température électronique locale.

L'équation de Green associée s'écrit

$$u\frac{\partial G_\chi}{\partial u} - \hat{Z}\frac{\partial}{\partial\mu}(1-\mu^2)\frac{\partial G_\chi}{\partial\mu} = 0 \tag{5.46}$$

où $G_\chi(\mathbf{u},\mathbf{u}')$ est la fonction de Green du problème.

Le terme de diffusion en angle d'attaque de (5.46) suggère un développement en polynômes de Legendre [154]. L'utilisation de la relation

$$\delta(\mu'-\mu) \equiv \sum_{l=0}^{\infty}\frac{(2l+1)}{2}P_l(\mu)P_l(\mu') \tag{5.47}$$

où (P_l) sont les polynômes de Legendre [155] permet, après un calcul basé sur une séparation des variables u et μ, d'écrire la fonction de Green sous la forme

$$G_\chi(\mathbf{u},\mathbf{u}') = \frac{Y(u-u')}{u^3}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(2l+1)}{2}\left(\frac{u'}{u}\right)^{\hat{Z}l(l+1)}P_l(\mu)P_l(\mu') \tag{5.48}$$

où Y est la fonction de Heaviside.

De telle sorte que la solution de (5.45) s'écrit [153]

$$\delta\chi(u,\mu) = \frac{1}{2\nu_e m_e T_e}\int d\mathbf{u}' G_\chi(u,u',\mu,\mu')u'^3\frac{\partial}{\partial u'_\parallel}D_{lh}\frac{\partial\chi_0}{\partial u'_\parallel} \tag{5.49}$$

où $u'_\parallel \equiv u'\mu'$, χ_0 étant la fonction de réponse de Fisch-Boozer.

(5.49) s'écrit encore, en utilisant $d\mathbf{u}' = 2\pi u'^2 du' d\mu'$

$$\delta\chi(u,\mu) = \frac{2\pi}{2\nu_e m_e T_e}\int_0^u du' u'^2\int_{-1}^{1}d\mu'\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(2l+1)}{2}\left(\frac{u'}{u}\right)^{\hat{Z}l(l+1)}P_l(\mu)P_l(\mu')\frac{\partial}{\partial u'_\parallel}D_{lh}\frac{\partial\chi_0}{\partial u'_\parallel} \tag{5.50}$$

En utilisant l'expression de la fonction de réponse Fisch-Boozer (5.28), du point de vue de l'implémentation de cette solution, une écriture commode est

$$\delta\chi = \frac{3}{2\nu_e(5+Z_i)}\left(\frac{D^0_{lh}}{\nu_e m_e T_e}\right)u^4\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(2l+1)}{2}Q_l(u)P_l(\mu) \tag{5.51}$$

avec

$$Q_l(u) \equiv \int_0^u du' \left(\frac{u'}{u}\right)^{\hat{Z}l(l+1)+4} J_l(u') \tag{5.52}$$

où

$$J_l(u') \equiv 2\pi \int_{-1}^{1} d\mu' P_l(\mu') \left[3d_{lh}(u',\mu')\mu'(3+\mu'^2) + \frac{\partial d_{lh}}{\partial u'_{\|}} u'(3\mu'^2+1)\right] \tag{5.53}$$

Pour des raisons de commodité, on a posé ici $d_{lh} \equiv D_{lh}/D^0_{lh}$ où $D^0_{lh} \equiv D_{lh}/\sup(D_{lh})$. Cette notation trouvera sa justification ultérieurement, mais elle permet d'obtenir explicitement un terme quantifiant la compétition entre collisions et onde hybride basse sous la forme $D^0_{lh}/\nu_e m_e T_e$. En somme, D^0_{lh} est représentatif de l'intensité des effets de l'onde.

5.2.4 Evaluation du courant de synergie

Pour résumer ce qui précède, le courant total peut s'écrire comme

$$J = J_{lh} + J_1 \tag{5.54}$$

où pour des raisons de commodité, on a renommé J_0 en J_{lh} (voir équation (5.9)), puisque, comme il a été expliqué, il s'agit du courant qui aurait été obtenu en présence d'onde hybride basse seule, soit

$$J_{lh} \equiv \int d\mathbf{u}\mathbf{S}_{lh} \cdot \frac{\partial \chi_0}{\partial \mathbf{p}} \tag{5.55}$$

Le courant J_1 s'écrit

$$J_1 = \int d\mathbf{u}\mathbf{S}_{ec} \cdot \frac{\partial \chi_1}{\partial \mathbf{p}} \equiv J_{ec} + \delta J \tag{5.56}$$

où l'on a utilisé la linéarisation $\chi = \chi_0 + \delta\chi$, obtenue en admettant la prédominance des collisions sur l'onde hybride basse, du point de vue de la relaxation électronique.

Dans cette dernière équation

$$J_{ec} \equiv \int d\mathbf{u}\mathbf{S}_{ec} \cdot \frac{\partial \chi_0}{\partial \mathbf{p}} \tag{5.57}$$

et

$$\delta J \equiv \int d\mathbf{u}\mathbf{S}_{ec} \cdot \frac{\partial \delta\chi}{\partial \mathbf{p}} \tag{5.58}$$

Soit finalement

$$J = J_{lh} + J_{ec} + \delta J \tag{5.59}$$

J_{lh} et J_{ec} sont exactement les courant obtenus sans prendre en compte l'effet croisé. Autrement dit, il s'agit des courants associés aux phénomènes illustrés sur la figure 5.4. Au premier ordre, le courant supplémentaire δJ est issu de l'effet de synergie entre les ondes et représente la différence entre la courbe de relaxation LH+collisions et la courbe de relaxation purement collisionnelle de la figure 5.5.

Afin d'évaluer ces courants de manière pratique, il est indispensable de calculer plusieurs quantités, en particulier $\mathbf{S}_{ec}$, $\mathbf{S}_{lh}$ et $D^0_{lh}/\nu_e m_e T_e$, ce qui nécessite des modèles appropriés pour décrire les coefficients de diffusion quasilinéaire des ondes. Ces modèles seront nécessairement simplifiés, puisque leur calcul complet nécessite la connaissance de la forme précise de la fonction de distribution, dont le formalisme présenté dans ce chapitre vise précisément à éviter le calcul.

Pour l'onde cyclotronique électronique, on utilisera un modèle simplifié en supposant un faisceau de forme gaussienne, centré autour de $\bar{n}_\parallel$ et de largeur à $\Delta n_\parallel$ [40]

$$\hat{D}_{ec} f \equiv \frac{1}{p_\perp}\frac{\partial}{\partial p_\perp} D_{ec} p_\perp \frac{\partial}{\partial p_\perp} f \tag{5.60}$$

Avec

$$D_{ec} \equiv D^0_{ec}\frac{1}{\sqrt{\pi}\Delta n_\parallel}\cdot \exp\left(\frac{(n_\parallel - \bar{n}_\parallel)^2}{\Delta n_\parallel^2}\right) \tag{5.61}$$

où (voir section 4.2)

$$n_\parallel = \frac{m_e c}{p_\parallel}\left(\gamma - n\frac{\omega_{ce}}{\omega}\right) \tag{5.62}$$

D^0_{ec} dépend de la puissance de l'onde, ainsi que des éléments du tenseur diélectrique local. Dans un souci de concision, ce point n'est pas redéveloppé ici et le lecteur intéressé par de plus amples détails est invité à se reporter à la référence 40. Un modèle simplifié similaire est également présenté extensivement dans la référence 146.

La question du coefficient de diffusion quasilinéaire de l'onde hybride basse est délicate. Dans le but de simplifier au maximum le modèle, on utilisera une description similaire à celle qui est présentée dans la section 4.3 du chapitre 4. En d'autres termes, pour toute position radiale, on calcule deux vitesses parallèles entre lesquelles le coefficient de diffusion est constant et on le suppose très rapidement décroissant en dehors de ces bornes. En écrivant $D_{lh} \equiv D^0_{lh} d_{lh}(u_\parallel)$, la forme de d_{lh} est représentée sur la figure 5.6

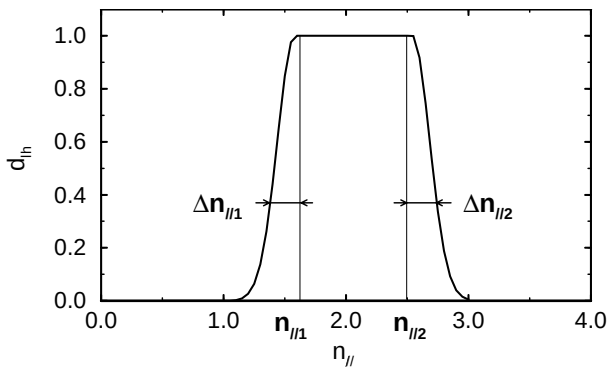


FIG. 5.6 – Forme du coefficient de diffusion quasilinéaire associé à l'onde hybride basse. Ce coefficient est constant entre $n_{\parallel 1}$ et $n_{\parallel 2}$ et décroît exponentiellement en dehors de l'intervalle $[n_{\parallel 1}, n_{\parallel 2}]$.

5.3 Résultats

5.3.1 Structure de la fonction de réponse dans l'espace des vitesses

Dans un premier temps, on étudie la structure de la fonction de réponse dans l'espace des vitesses. Pour ce faire, on fixe $D^0_{lh}/\nu_e m_e T_e = 0.05$, valeur cohérente avec l'hypothèse concernant les intensités respectives de l'effet de l'onde hybride basse et de l'effet des collisions. Les bornes du domaine de résonance de l'onde sont choisies telles que $u_{\|1} = 3$, $u_{\|2} = 6$ (voir figure 5.6). Ces paramètres sont caractéristiques du régime multipassage de l'onde LH (voir section 4.3) et on fixe par ailleurs $\Delta u_{\|1} = 0.5$ et $\Delta u_{\|2} = 0.5$. Du point de vue de la somme sur les polynômes de Legendre de l'expression (5.51), on obtient une contribution négligeable des termes au delà de $l \approx 20 - 25$, suivant les cas considérés. Le calcul est alors effectué en quelques secondes. Sur la figure 5.7, les contours de la fonction de réponse sont représentés dans le plan $(u_\|, u_\perp)$ dans le cas où (a) seules les collisions sont considérées (fonction de réponse de Fisch-Boozer) χ_0 et (b) dans le cas où les effets de l'onde hybride basse sont pris en compte $\chi_0 + \delta\chi$.

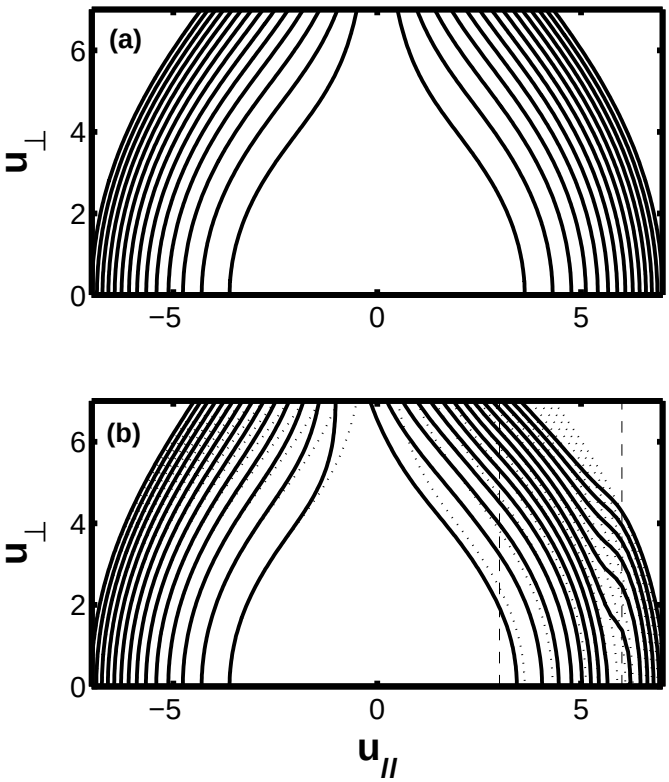


FIG. 5.7 – Iso-contours de la fonction de réponse collisionnelle de Fisch-Boozer χ_0 *(a)* et de la fonction de réponse modifiée par les effets de l'onde hybride basse $\chi_0 + \delta\chi$ *(b)*. En *(b)*, on a matérialisé le domaine de diffusion quasilinéaire par des tirets. Les pointillés représentent la fonction non perturbée.

On peut constater que la fonction de réponse est notamment modifiée dans la zone de résonance de l'onde hybride basse, ce qui était attendu. Cette modification reste modérée, ce qui est en cohérence avec les approximations du calcul puisque l'on a supposé vérifiée la condition $|\delta\chi| \ll |\chi_0|$. D'autre part, il apparaît que l'élargissement du nuage électronique sous l'effet de la diffusion en angle d'attaque entraîne une modification de la fonction de réponse en dehors du domaine d'interaction entre l'onde et le plasma[8] (voir section 2.1.4).

Afin de comprendre la structure de la fonction de réponse, il peut être utile d'examiner les coupes de $\delta\chi$. Ainsi, sur la figure 5.8(a), $\delta\chi$ est représentée en fonction de μ pour plusieurs valeurs de l'impulsion normalisée. Sur la figure 5.8(b), on a illustré $\delta\chi$ en fonction de l'impulsion pour plusieurs valeurs de $u_\parallel$.

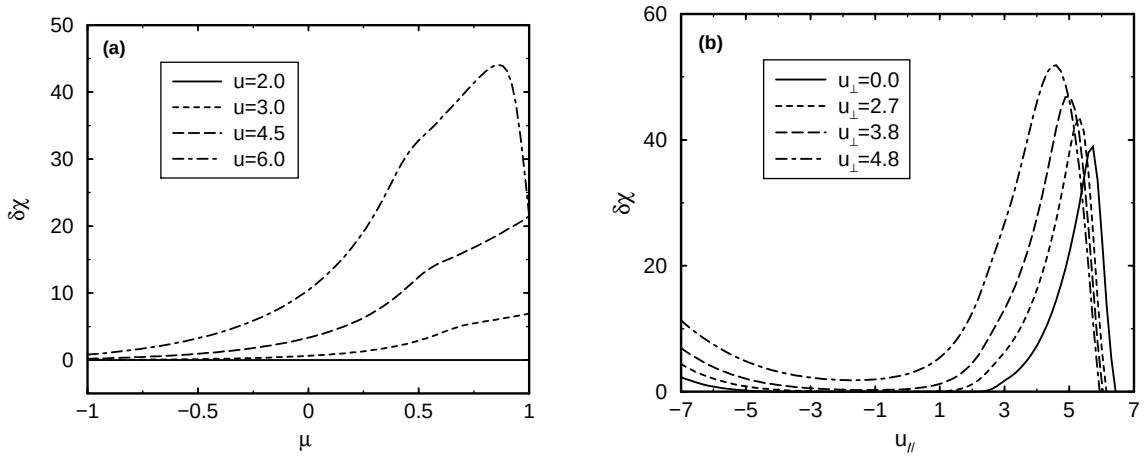


FIG. 5.8 – $\delta\chi$, en fonction de μ pour *(a)* $u = 2$, $u = 3$, $u = 4.5$ et $u = 6.0$; *(b)* en fonction de $u_\parallel$ pour $u_\perp = 0$, $u_\perp = 2.7$, $u_\perp = 3.8$ et $u_\perp = 4.8$.

Ces deux figures montrent tout d'abord que $\delta\chi(u, \mu) = 0$ pour $u < u_{\parallel 1}$, ce qui est cohérent avec l'image physique du processus de relaxation : les électrons vérifiant cette condition ne rencontrent pas le domaine de résonance LH. On constate également, que $\delta\chi$ augmente globalement avec u, c'est à dire avec l'énergie. Sur la figure 5.8(a), le domaine LH apparaît assez nettement, et en particulier, pour $u = 6.0$, $\delta\chi$ décroît rapidement lorsque $u > u_{\parallel 2}$. Sur la figure 5.8(b), on peut voir la forte asymétrie de $\delta\chi$. Par ailleurs, le fait que $\delta\chi(u, \mu) \neq 0$ pour $u_\parallel < 0$ est la signature de l'effet de diffusion en angle d'attaque, qui implique un effet de l'onde non confiné à la seule région de l'espace des vitesses correspondant au domaine de résonance LH.

En réalité, du point de vue de l'efficacité de génération de courant, la quantité importante est $\mathbf{S}_{ec} \cdot \partial\delta\chi/\partial\mathbf{u} \propto \partial\delta\chi/\partial u_\perp$ (voir équation (5.58)). Cette quantité est représentée sur la figure 5.8 pour différentes valeurs de $u_\parallel$, en fonction de $u_\perp$.

La première observation est que $\delta\chi$ augmente lorsque $u_\perp$ augmente jusque $u \approx u_{\parallel 2}$. Au

[8] L'utilisation du formalisme adjoint permet de rendre compte de ce phénomène. Comme il a été expliqué dans la section 2.1.4, les effets d'élargissement du nuage électronique sont négligés dans une approche du type équations de Langevin moyennées.

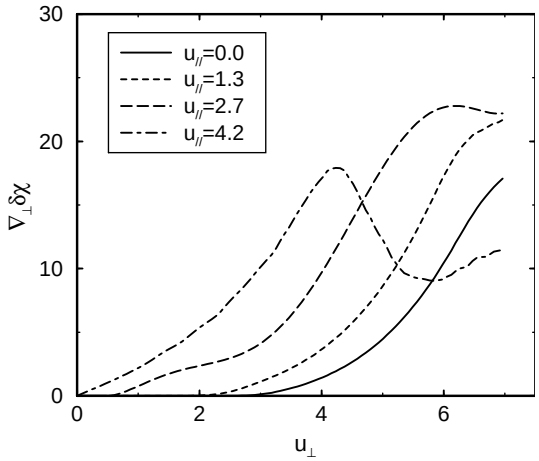


FIG. 5.9 – Coupes de $\mathbf{S}_{ec} \cdot \partial\delta\chi/\partial\mathbf{u} \propto \partial\delta\chi/\partial u_\perp$, en fonction de $u_\perp$ pour $u_\parallel = 0.0$, $u_\parallel = 1.3$, $u_\parallel = 2.7$ et $u_\parallel = 4.2$.

delà de cette valeur, on observe éventuellement une décroissance provenant du fait que les particules subissent l'effet des collisions seules nettement plus longtemps que les effets de l'onde. Ceci peut être visualisé en comparant la longueur de l'intersection du demi-cercle à u constante avec le domaine LH et la longueur totale de ce demi-cercle cercle. La courbe à $u_\parallel = 4.2$ exhibe toutefois un comportement plus complexe puisqu'après la décroissance, on observe à nouveau une augmentation. Celle-ci est provoquée par le fait que $\delta\chi$ varie plus rapidement avec u que χ_0. Une étude plus approfondie de l'expression (5.51) permet de montrer que $\delta\chi$ varie comme u^5 alors que χ_0 varie comme u^4.

5.3.2 Courant additionnel dans l'espace des vitesses

Si l'étude de la fonction de réponse permet de comprendre certains aspects de la relaxation collisionnelle, l'information qu'elle contient est insuffisante pour en tirer une quantité physique tel que le courant généré. En particulier, la fonction de distribution joue un rôle important, notamment par l'intermédiaire du flux quasilinéaire. La conséquence la plus évidente est que le comportement de $\delta\chi$ à très haute vitesse jouera un rôle relativement marginal étant donnée la rapide décroissance des fonctions de distribution typiques d'un plasma de tokamak [41].

Dans un premier temps, on étudie la distribution du courant dans l'espace des vitesses. Le courant généré par l'onde cyclotronique électronique est tel que (voir équation (5.57))

$$J_{ec} \propto \int d\mathbf{u}\mathbf{S}_{ec} \cdot \frac{\partial\chi_0}{\partial\mathbf{u}} \approx \int d\mathbf{u} S_{ec} \frac{\partial\chi_0}{\partial u_\perp} = \int d\mathbf{u} D_{ec} \frac{\partial f}{\partial u_\perp} \frac{\partial\chi_0}{\partial u_\perp} \tag{5.63}$$

Alors que le courant de synergie s'écrit (équation (5.58))

$$\delta J \propto \int d\mathbf{u}\mathbf{S}_{ec} \cdot \frac{\partial\delta\chi}{\partial\mathbf{u}} \approx \int d\mathbf{u} S_{ec} \frac{\partial\delta\chi}{\partial u_\perp} = \int d\mathbf{u} D_{ec} \frac{\partial f}{\partial u_\perp} \frac{\partial\delta\chi}{\partial u_\perp} \tag{5.64}$$

Dans les expressions qui précèdent, on peut utiliser la formule (5.60) pour le coefficient de diffusion de l'onde cyclotronique électronique. Du point de vue de la fonction de distribution, on pourrait être tenté de considérer une fonction typique d'un plasma en présence d'onde hybride basse, c'est à dire présentant un plateau quasilinéaire saturé. Cependant, il ne faut pas perdre de vue que l'hypothèse de prédominance des collisions implique $D_{lh}/\nu_e m_e T_e \ll 1$. Ceci restreint la classe de fonctions de distribution possibles. Le choix le plus naturel, afin de comprendre la physique du problème est la maxwellienne. Néanmoins, le résultat obtenu sera alors pessimiste puisqu'il y a peu d'électrons à même de subir un effet croisé des ondes. Par conséquent, on considérera dans cette section une autre fonction de distribution, comportant une certaine population suprathermique, en accord avec l'hypothèse.

Pour illustrer cet effet, on examine tout d'abord la densité de courant intégrée sur l'angle d'attaque mais pas sur le module de l'impulsion. Ainsi, en reprenant les expressions (5.63) et (5.64) et en se souvenant que $d\mathbf{u} \equiv 2\pi d\mu du u^2$, on définit

$$j(u) \equiv j_{ec}(u) + \delta j(u) \equiv u^2 \int d\mu \mathbf{S}_{ec} \frac{\partial}{\partial u_\perp}(\chi_0 + \delta\chi) \tag{5.65}$$

de sorte que

$$J_{ec} + \delta J = 2\pi \int du j_{ec}(u) + j_u(u) \tag{5.66}$$

Sur la figure 5.10(b), les quantités j_{ec} *(tirets)* et $j_{ec} + \delta j$ *(trait plein)* sont représentée en fonction de l'impulsion normalisée u, pour deux fonctions de distribution illustrées sur 5.10(a) : la maxwellienne *(1)* et une fonction de distribution présentant un plateau suprathermique *(2)*.

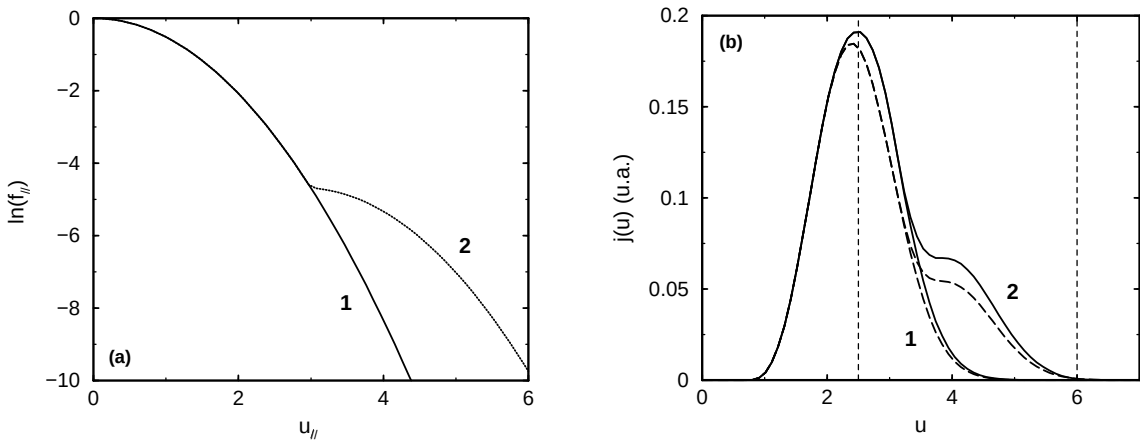


FIG. 5.10 – Courant généré intégré sur l'angle d'attaque en unités arbitraires*(b)* pour deux fonctions de distribution parallèles *(a)*. La maxwellienne est repérée par le chiffre "1" alors que "2" se réfère à la fonction de distribution comportant un plateau suprathermique. En *(b)*, la courbe en pointillés représente j_{ec} et la courbe en trait plein $j_{ec} + \delta j$. Les lignes verticales symbolisent les frontières du domaine LH.

Dans la région de résonance de l'onde hybride basse, un courant supplémentaire apparaît, se superposant au courant généré par l'onde cyclotronique électronique. Il s'agit exactement du courant de synergie provenant de l'effet croisé des ondes, ce qui explique qu'il est non nul dans le domaine de résonance de l'onde hybride basse. En réalité, cette description est un peu compliquée par les effets de diffusion en angle d'attaque, qui ont déjà été discutés ci-dessus et qui sont responsables de l'effet observé en dehors du domaine LH, conférant une nature non locale au phénomène[9] dans l'espace des vitesses.

5.3.3 Optimisation des paramètres d'injection EC

Après cette illustration qualitative de l'effet croisé des ondes, on peut utiliser le calcul présenté ci-dessus afin d'étudier l'influence de la position de l'ellipse de résonance EC dans l'espace des vitesses afin de préciser la discussion liée à la figure 5.1. Plus précisément, étant donnée la relation de résonance cyclotronique électronique, la forme de cette ellipse dépend des valeurs locales des quantités $n\omega_{ce}/\omega$ et $n_\parallel$ (c'est à dire l'angle toroïdal local).

Ainsi, on évalue dans un premier temps l'amélioration du courant généré par l'onde cyclotronique électronique en étudiant la quantité[10] $\delta j/j_{ec}$.

Cependant, il reste à fixer une fonction de distribution puisque, comme il est illustré sur la figure 5.10, la distribution de courant obtenue dépend notamment de la présence ou non d'une queue suprathermique. Comme il a été expliqué plus haut, le choix de cette fonction de distribution n'est pas libre et en tout état de cause, l'approximation principale de ce calcul (domination des collisions sur le processus de relaxation) restreint cette classe de fonctions. Pour lever ce problème, on peut proposer un modèle simple s'appuyant sur le fait que la valeur de $D^0_{lh}/\nu_e m_e T_e$ détermine elle-même la fonction de distribution. En utilisant une approximation 1D [156], on suppose que la fonction de distribution peut être séparée en une partie parallèle et une partie perpendiculaire, l'onde hybride basse agissant exclusivement sur la première[11].

Cette opération permet d'écrire la fonction de distribution stationnaire sous la forme $f = f_m(u_\perp)F(u_\parallel)$ où [10]

$$F(u_\parallel) = C \exp\left(- \int_0^u du_\parallel \frac{u_\parallel}{1 + u_\parallel^3 \kappa/(2+Z_i)} \right) \tag{5.67}$$

avec $\kappa \equiv D^0_{lh}/\nu_e m_e T_e$. C est une constante de normalisation et Z_i est la charge de l'ion majoritaire du plasma.

[9] Ceci explique également le fait que sur la figure 5.10(b), les limites du domaine LH apparaît clairement, même si l'abscisse est u et non $u_\parallel$. En fait, l'effet de l'onde hybride basse s'étend à tout l'espace des vitesses.

[10] En effet, par le principe même de ce calcul et pour adopter une image simple, l'idée est que le moteur du courant de synergie est l'onde cyclotronique électronique qui "pousse" les électrons alors que l'onde hybride basse les retient au cours de leur relaxation. Par conséquent, la quantité $\delta j/j_{ec}$ représente directement l'amélioration de la génération de courant par l'onde cyclotronique électronique, ce qui est un autre intérêt de cette méthode, dans la mesure où cette quantité est une bonne signature d'un effet de synergie.

[11] Comme le souligne Fisch [10], même si cette approximation fait abstraction de toute la dynamique perpendiculaire, elle permet d'obtenir une solution raisonnable. En particulier, l'efficacité de génération de courant η_{1d} obtenue est du même ordre de grandeur que l'efficacité obtenue numériquement η_{2d}, tout en étant cependant trop pessimiste puisqu'en général $\eta_{2d} \gtrsim 2.5\eta_{1d}$.

Le lecteur intéressé par les détails sur cette approximation 1D pourra se reporter aux références 120, 156 ou 10.

Sur la figure 5.11(b), la quantité $\delta j/j_{ec}$ est représentée en fonction u_-, abscisse de l'extrémité basse vitesse de l'ellipse de résonance (voir figure 5.11(a)). Ce paramètre est un peu réducteur puisqu'il n'intègre pas l'extension de cette ellipse, mais représente tout de même assez fidèlement le lieu de l'interaction onde EC-plasma étant donné que les fonctions de distribution utilisées ici sont toutes rapidement décroissantes avec l'énergie. Ici, les frontières du domaine LH sont $u_{\|1} = 2.5$ et $u_{\|2} = 5.5$.

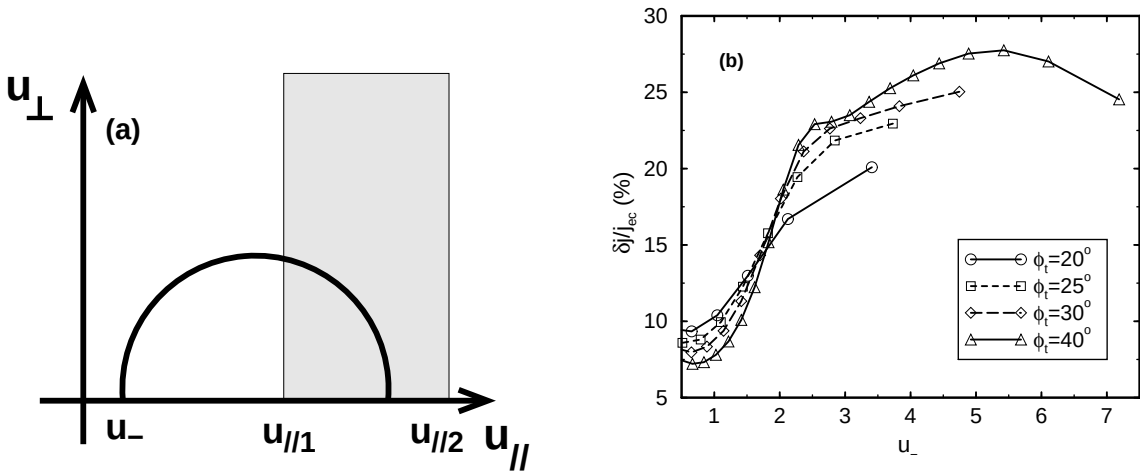


FIG. 5.11 – Amélioration de l'efficacité de génération de courant *(b)* pour plusieurs valeurs de l'angle toroïdal local, tel que $\phi_t \equiv \arcsin(n_\|)$ en fonction de la position de l'extrémité basse vitesse de l'ellipse (voir *(a)*).

Globalement, on peut relever que l'amélioration d'efficacité augmente fortement lorsque $u_- \gtrsim u_{\|1}$, ce qui correspond à l'entrée de l'ellipse dans le domaine de résonance LH (on remarque que $\delta j \neq 0$ pour $u_- < u_{\|1}$ car en fait, même si l'interaction onde cyclotronique électronique-plasma a lieu principalement en dehors du domaine, une partie de l'ellipse y est tout de même incluse). L'efficacité augmente également d'autant plus que l'angle toroïdal local est élevé, ce qui provient du fait que les électrons résonnants avec l'onde cyclotronique électronique sont alors d'autant plus énergétiques [15]. Enfin, cette même quantité diminue lorsque $u_- \gtrsim u_{\|2}$, lorsque l'ellipse quitte le domaine LH[12].

Finalement, ce résultat est conforme à la discussion qualitative de la section 5.1.1, en confirmant la nécessité d'un recouvrement des domaines d'interaction dans l'espace des vitesses (voir figure 5.1).

[12]On peut noter que les valeurs de l'angle toroïdal considérées sur la figure 5.11 sont parfaitement réalistes. En effet, il ne faut pas perdre de vue le fait qu'il s'agit de l'angle local et non de l'angle d'injection. Le premier est en général plus élevé que le second, du fait de la géométrie toroïdale (voir chapitre 3, figure 3.12).

5.3.4 Profil de courant de synergie

Jusqu'ici, les résultats obtenus à l'aide de la fonction de réponse modifiée ont permis de démontrer l'existence d'une synergie entre les ondes, ainsi que de discuter la nécessité du recouvrement des domaines d'interaction. Cependant, afin de simuler le profil de courant de synergie obtenu dans les conditions d'une décharge de tokamak, il est nécessaire de suivre l'onde cyclotronique électronique au cours de sa propagation dans le plasma afin d'en tirer la densité de courant en tout point, en fonction notamment des conditions locales du milieu (densité, température électroniques, champ magnétique...) et des paramètres locaux de l'onde (angle toroïdal local, fréquence cyclotronique électronique, puissance...). L'outil adéquat pour une telle tâche est le tracé de rayons pour l'onde cyclotronique électronique (voir chapitre 2, section 2.2.4).

Il reste toutefois nécessaire de se doter d'un modèle pour l'onde hybride basse permettant d'obtenir les caractéristiques du coefficient de diffusion quasilinéaire au cours de la propagation de l'onde cyclotronique électronique dans le plasma. Pour ceci, le modèle présenté extensivement dans la section 4.3 du chapitre 4 et adapté au régime d'absorption multipassage convient parfaitement (Entre autres, car il est cohérent avec la forme du coefficient de diffusion présenté sur la figure 5.6). L'idée est donc de calculer le domaine de propagation de l'onde LH, afin d'en tirer le coefficient de diffusion quasilinéaire.

On considérera des conditions de plasma caractéristiques de Tore Supra[13] [7], avec $R_0 = 225$cm et $a_0 = 70$cm. Les profils de densité et de température électronique sont paraboliques et tels que $n_{e0} = 3 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, $T_{e0} = 5$keV. Le profil de q est également parabolique avec $q_0 = 1$ et $q_a = 5.5$. Le champ magnétique central est $B_0 = 3.8$T. On suppose $P_{ec} = 3$MW, l'onde étant injectée avec un angle toroïdal $\phi_t = 20°$. Dans les conditions de plasma choisies, l'absorption est totale au premier passage. En ce qui concerne l'onde hybride basse, on utilisera un spectre centré autour de $n_{\|0} = 1.5$ ou $n_{\|0} = 2.1$. La modification du spectre de l'onde hybride basse est en effet un moyen assez simple de modifier le dépôt de puissance de l'onde hybride basse [118].

Pour les conditions de plasma choisies et sur la figure 5.12, le domaine de propagation de l'onde hybride basse est représenté dans le plan $(r, n_\|)$, pour $n_{\|0} = 1.5$ (a) ainsi que pour $n_{\|0} = 2.1$ (b).

Finalement, le code de tracé de rayon est utilisé afin d'obtenir le profil de courant associé à l'onde cyclotronique électronique lorsque l'effet de synergie n'est pas considéré, ou lorsqu'il est pris en compte. Ainsi, sur la figure 5.13, on représente j_{ec} ainsi que $j_{ec} + \delta j$ pour $n_{\|0} = 1.5$ et $n_{\|0} = 2.1$.

Le courant total généré par l'onde cyclotronique électronique seule est $I_{ec} \approx 130$kA, pour les conditions de plasma choisies. En présence d'onde hybride basse et pour les deux spectres considérés, l'augmentation de l'efficacité de l'onde EC est d'environ 30%, soit $I_{ec} + \delta I \approx 170$kA. Outre ce paramètre, un résultat particulièrement important est que le maximum du profil de courant est légèrement déplacé, notamment pour $n_{\|0} = 2.1$.

[13] Il s'agit des paramètres géométriques des plasmas ayant utilisés pour la réalisation des décharges LH+EC sur Tore Supra [157] (voir chapitre 7).

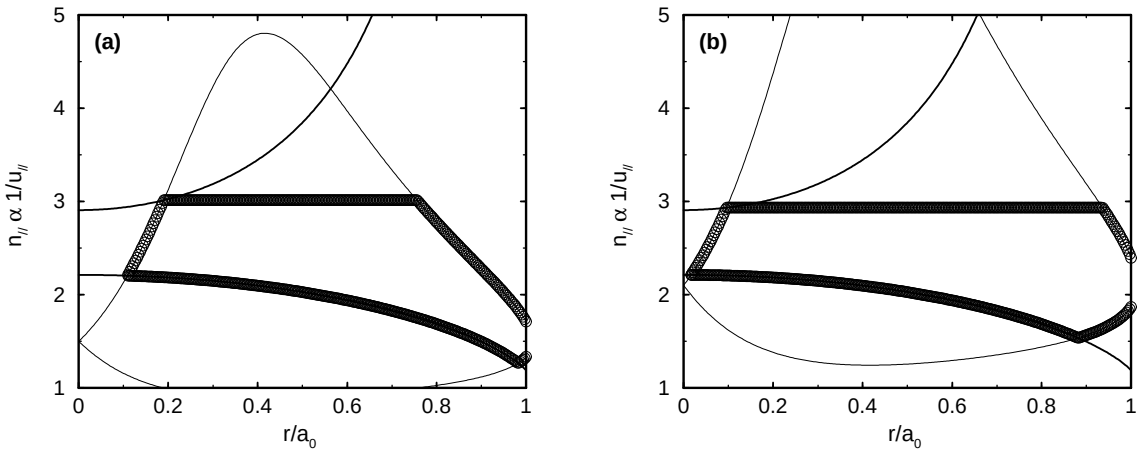


FIG. 5.12 – Domaine de propagation de l'onde hybride basse pour $n_{\|0} = 1.5$ *(a)* et $n_{\|0} = 2.1$ *(b)*. Les conditions de plasma sont telles que $n_{e0} = 3 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, $T_{e0} = 5\text{keV}$ et $q_0 = 1$.

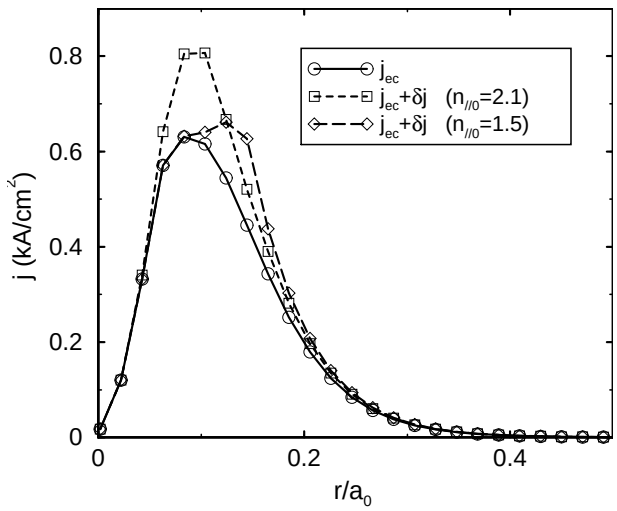


FIG. 5.13 – Profil de courant généré par l'onde cyclotronique électronique ($P_{ec} = 3\text{MW}$) en l'absence d'onde hybride basse *(trait continu)*, en présence d'onde hybride basse lancée à $n_{\|0} = 2.1$ *(tirets courts)* et $n_{\|0} = 1.5$ *(tirets longs)*.

5.4 Conclusions

Le calcul linéarisé présenté dans ce chapitre présente un intérêt double. Tout d'abord, il permet de démontrer clairement l'existence d'un effet de synergie entre les ondes hybride basse et cyclotronique électronique, à condition que les domaines d'interaction se recouvrent, dans l'espace des vitesses comme dans l'espace des configurations. Le deuxième intérêt réside dans le fait que, comme souligné dans la section 5.1, le calcul complet de la fonction de distribution en présence des ondes LH et EC nécessite l'utilisation d'un code cinétique résolvant l'équation de Fokker-Planck pour deux directions dans l'espace des vitesses. Bien qu'autorisant une description précise de l'interaction onde-plasma, ce type de code présente l'inconvénient d'être relativement lourd à utiliser, notamment du point de vue du temps de calcul. A l'inverse, bien que sujet à certaines approximations, le calcul d'une fonction de réponse est rapide.

L'un des avantages de la méthode de l'adjoint est la séparation formelle entre relaxation et excitation qu'elle implique. Plus spécifiquement, pour des conditions de plasma et un coefficient de diffusion quasilinéaire LH donnés, la fonction de réponse peut être calculé une seule fois. L'excitation EC étant contenue dans le terme $\mathbf{S}_{ec}$ de (5.58), il est possible d'évaluer très rapidement le courant de synergie associé à n'importe quel jeu de paramètres d'injection de l'onde. Cette estimation nécessite simplement le calcul d'une intégrale double, qu'il est d'ailleurs souvent possible de simplifier, par des méthodes telles que la *méthode du col*[14] [153], s'appuyant sur l'étroitesse du coefficient de diffusion quasilinéaire associé à l'onde cyclotronique électronique.

Ce calcul linéarisé ne prétend évidemment pas rivaliser avec la précision d'un code cinétique, d'autant plus que la condition de prédominance des collisions coulombiennes sur le mécanisme de relaxation interdit l'emploi de fonctions de distribution présentant un plateau quasilinéaire très plat et tend donc à donner une estimation pessimiste du courant de synergie. Il permet cependant d'aider au choix des paramètres et surtout de mieux comprendre le mécanisme du phénomène.

A ce point de l'exposé, il est important d'insister sur le fait que, même si les courants obtenus ici avec l'onde cyclotronique électronique (I_{ec} et δI) restent relativement modérés par rapport au courant total de la décharge, leur atout essentiel tient dans leur localisation. Pour augmenter le courant total I_p, l'utilisation des courant hybride et de bootstrap est plus appropriée. Autrement dit, l'augmentation de ce courant total n'est pas un bon critère pour quantifier l'effet de l'onde EC et à plus forte raison l'effet croisé des ondes LH et EC. Il semble bien plus judicieux de faire appel à l'onde cyclotronique électronique et à la synergie pour induire une modification locale du profil de courant et ainsi des propriétés de la décharge. Le développement de cette remarque constitue l'essentiel du chapitre 6.

[14] "Steepest descent and saddle point method".

Chapitre 6

Contrôle du profil de courant par ondes LH et EC

6.1 Introduction

Une partie importante des efforts de recherche récents sur les tokamaks a été consacrée à l'obtention de décharges stationnaires, condition nécessaire pour l'opération des futurs réacteurs à fusion [1]. Afin de remplir cette condition, il est indispensable de générer le courant toroïdal de manière totalement non inductive sur de longues périodes (voir chapitre 1). D'autre part, le concept du tokamak avancé repose sur la création d'un profil de courant optimisé, s'appuyant sur une fraction importante de courant de bootstrap, de manière à réduire la puissance à injecter dans le plasma [8]. Les ondes radiofréquence agissant sur les électrons rapides ont démontré leurs capacités dans ce domaine [10].

Plus spécifiquement, la génération de courant par l'onde hybride basse est une méthode éprouvée sur plusieurs machines [116, 118] et a permis, par un dépôt hors de l'axe, d'obtenir un cisaillement magnétique très bas ou inversé sur une large partie de la décharge [111, 117, 158–163], ce qui se traduit par la formation d'une barrière de transport interne. Cette caractéristique du profil de courant est reconnue pour avoir des propriétés favorables du point de vue de la stabilisation de certains modes MHD et de la turbulence électromagnétique. Toutefois, il convient de souligner que ces régimes font généralement appel à des procédures expérimentales complexes et difficilement extrapolables à d'autres plages de paramètres. D'autre part, le contrôle du profil de courant créé par l'onde hybride basse est relativement délicat, du fait des dépendances du dépôt de puissance de l'onde vis-à-vis des paramètres macroscopiques du plasma [164] (voir section 4.3).

A l'inverse, l'onde cyclotronique électronique offre un contrôle beaucoup plus flexible, indépendant des conditions de plasma dans une large gamme de paramètres, mais son efficacité est nettement plus faible que celle de l'onde hybride basse. L'idée de combiner les deux ondes apparaît donc comme assez naturelle à plusieurs points de vue :

ECRH et ECCD en situation de cisaillement inversé : En présence d'un cisaillement magnétique inversé créé par l'onde hybride basse, une région de confinement amélioré est créée. Il est alors intéressant de tirer parti de la souplesse du choix de la localisation du dépôt de l'onde cyclotronique électronique afin de chauffer et/ou

générer du courant de manière optimisée [99].

Synergie LH-EC : Comme souligné dans le chapitre 5, il existe une synergie entre l'onde hybride basse et l'onde cyclotronique électronique, liée au fait que les régions de l'espace des vitesses concernées par l'interaction de chacune des ondes avec les électrons du plasma sont les mêmes (de quelques dizaines à quelques centaines de keV). L'exploitation de cette synergie requiert toutefois un choix précis des conditions d'injection des ondes de manière à obtenir l'intersection des coefficients de diffusion quasilinéaire associés dans l'espace des configurations ainsi que dans l'espace des vitesses (voir chapitre 5).

6.1.1 Contrôle du profil de courant

Plusieurs travaux ont souligné les possibilités offertes par la combinaison des ondes LH et EC dans le but de contrôler de manière fine le profil de courant [148, 165]. L'idée est de préformer un profil en utilisant l'onde hybride basse puis, par un choix judicieux des paramètres d'injection de l'onde cyclotronique électronique, provoquer une modification locale afin, par exemple, d'obtenir un profil de q de forme donnée. Ainsi, sur la figure 6.1, on a considéré des conditions de plasma typiques du tokamak Tore Supra [7]. Les profils de densité et de température sont paraboliques avec $n_{e0} = 3 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, et $T_{e0} = 6\text{keV}$. La puissance hybride est $P_{lh} = 2.5\text{MW}$, la puissance cyclotronique électronique $P_{ec} = 2.4\text{MW}$ et le champ magnétique central vaut 3.9T. Le courant plasma est $I_p = 1.4\text{MA}$ et l'onde est injectée avec un angle toroïdal $\phi_t = 20°$. En modifiant le champ magnétique central, le dépôt de puissance EC est placé à différentes positions radiales. Ainsi, le profil de courant généré subit une modification locale, comme l'illustre la figure 6.1(a). Le profil de q correspondant, calculé à l'aide du code Fokker-Planck en utilisant profil de courant généré et la tension par tour [165] est représenté sur la figure 6.1(b), pendant la phase LH, puis pendant la phase LH+EC[1].

Cet exemple montre que par la combinaison des ondes LH et EC, il est possible d'agir de manière significative sur le profil du facteur de sécurité, modifiant ainsi en particulier les propriétés MHD de la décharge [148, 165]. Par ailleurs, dans ce cas, le code cinétique prévoit un gain d'efficacité de l'ECCD valant environ 50%, ce qui est caractéristique d'un effet de synergie entre les deux ondes [57].

6.1.2 Nécessité d'un modèle auto-cohérent

La situation décrite sur la figure 6.1 est très simpliste. Par exemple, on suppose implicitement que le profil de dépôt de puissance de l'onde hybride basse n'est pas modifié, en dépit de l'évolution du profil de q prédite par le code cinétique. On peut noter, par ailleurs, que ce profil de q a été calculé à l'aide uniquement du profil de courant généré et du courant ohmique résiduel, sans prendre en compte les effets de diffusion résistive du courant [13, 166].

De même, en présence de deux ondes, il est irréaliste de considérer une température constante dans la mesure où les deux ondes contribuent évidemment au chauffage du

[1] Ici est dans la suite, on qualifiera de "phase LH" les périodes au cours desquelles seule l'onde hybride basse est présente et de "phase LH+EC" les périodes où les deux ondes sont injectées simultanément.

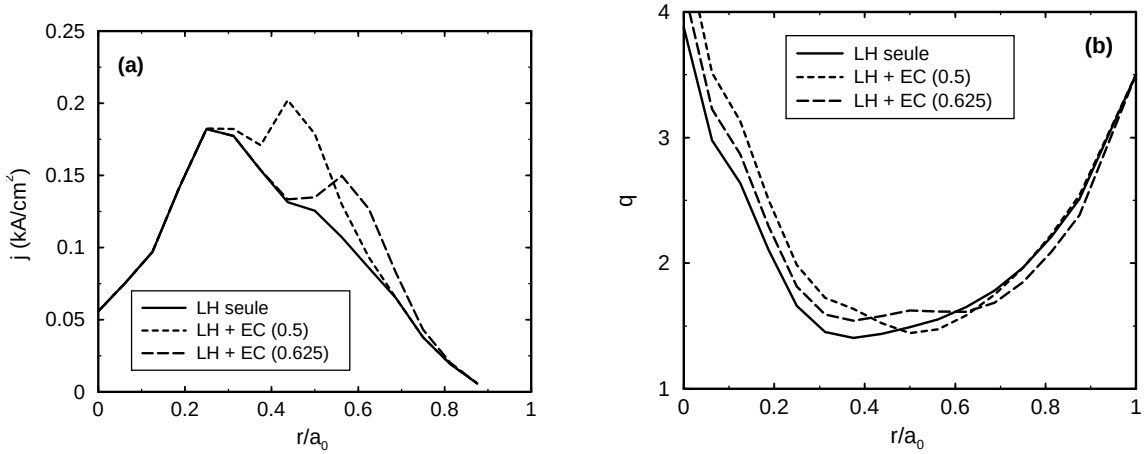


FIG. 6.1 – *(a)* Profils de courant généré et *(b)* de facteur de sécurité. Phase LH seule *(Trait plein)*, phase LH+EC absorbée à $r_{ec}/a_0 \approx 0.5$ *(Tirets courts)*. LH+EC absorbée à $r_{ec}/a_0 \approx 0.625$. Sur cette figure $P_{ec} = 2.4$MW, $P_{lh} = 2.5$MW, $n_{e0} = 3 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$ et $T_{e0} = 6$keV.

plasma qui peut se traduire par une élévation plus ou moins importante de sa température [76, 99]. Enfin, un autre élément non pris en compte ici est qu'en présence de profil de q inversé ou plat dans la région centrale, le confinement est amélioré et induit des propriétés largement différentes pour la décharge, du point de vue du profil de température notamment [9, 167, 168].

Afin d'illustrer cette courte discussion d'un exemple, on a représenté, sur la figure 6.2, la profil de dépôt de l'onde hybride basse calculé à l'aide du modèle présenté au chapitre 4 (section 4.3), pour trois profils de q différents. Les autre paramètres sont fixés.

Cette figure illustre l'amplitude de la modification du dépôt de la puissance LH sous l'effet de la variation du profil de q. Il est important de souligner que le facteur de sécurité n'est pas le seul paramètre influençant le dépôt de l'onde hybride basse. Ainsi, comme illustré dans la section 4.3 du chapitre 6, la température et la densité électroniques le modifient également.

Plus généralement, on peut considérer que, pris séparément, chaque élément de la physique des ces décharges peut être modélisé de manière satisfaisante. Ainsi, bien que délicates, la propagation et l'absorption de l'onde hybride basse peuvent être décrite avec une certaine précision [169] en utilisant des codes de tracé de rayons [94, 137, 138] ou de diffusion d'onde [126]. Certaines propriétés de l'onde apparaissent à travers une description basée sur le domaine de propagation (voir section 4.3). Le courant généré par l'onde hybride basse peut être calculé par des codes Fokker-Planck 2D (dans l'espace des vitesses), tant à l'état stationnaire [10, 116, 124] que pendant les régimes transitoires [108].

L'un des points forts des ondes cyclotroniques électroniques, largement souligné dans le chapitre 2 est que leur physique se prête bien à la modélisation, en utilisant de manière simultanée un code de tracé de rayons [43, 78] et un code de Fokker-Planck [40, 85] (notamment dans le cas où les effets quasilinéaires sont supposés jouer un rôle important [28]).

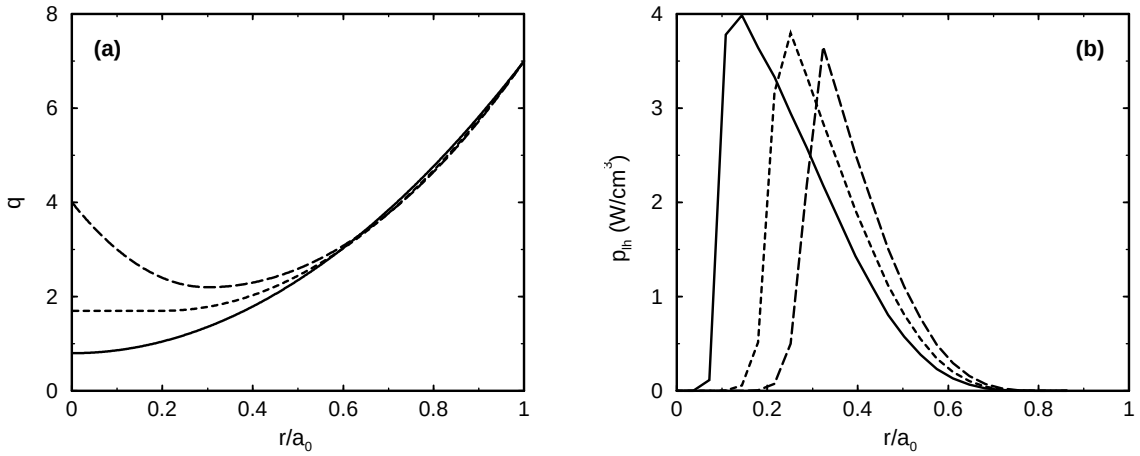


FIG. 6.2 – Profils de dépôt de l'onde hybride basse *(b)* pour différentes formes du profil de q *(a)*. Sur cette figure, les autres paramètres (densité, température...) restent inchangés. La correspondance est donnée par le type de trait utilisé.

Ceci permet de reproduire avec une très bonne précision la propagation, le dépôt de puissance et le courant généré par l'onde [15].

La réduction du transport de la chaleur liée aux propriétés du profil de q peut être décrite, dans une certaine mesure, par l'utilisation de modèles semi-empiriques, comme le modèle dit *Bohm-gyroBohm* [9, 170] qui a été appliqué avec succès à plusieurs expériences [167, 171–173].

L'intégration dans un modèle auto-cohérent de tous ces éléments est indispensable pour la compréhension de ces systèmes couplés. Au minimum, les ingrédients nécessaires à la construction d'un tel modèle sont donc

1. Une équation cinétique à deux dimensions dans l'espace des vitesses, permettant de décrire l'évolution dynamique de la fonction de distribution sur chaque surface de flux, et d'en déduire le courant généré par les ondes.
2. Un modèle 1D adéquat pour la description du transport radial des électrons rapides, inclus de manière cohérente dans l'équation cinétique.
3. Une équation 1D pour la diffusion du courant, reproduisant les phénomènes caractéristiques de l'échelle de temps résistive.
4. Un modèle 1D de transport de la chaleur, prenant en compte la forme du profil de courant pour décrire l'amélioration du confinement liée aux régimes à cisaillement faible/inversé.
5. Un modèle adapté à la description de la propagation et de l'absorption de chaque onde, en fonction des profils des grandeurs macroscopiques du plasma.

Afin de modéliser de manière auto-cohérente ces différents éléments, un code Fokker-Planck 3D [85] est couplé avec le code de transport, ASTRA [174], au sein d'un schéma itératif, justifié par la nette séparation des échelles de temps entre ces différents processus :

de l'ordre de la milliseconde pour les effets cinétiques, de la dizaine de millisecondes pour le chauffage électronique et de la centaine de millisecondes pour la diffusion résistive du courant. En vertu de ses caractéristiques principales, ce modèle a été nommé "modèle K+T" (Kinetic + Transport) et sa description, ainsi que les résultats qu'il a permis d'obtenir et qui sont présentés ici, peuvent être retrouvés dans la référence 49.

Ce chapitre est organisé comme suit : tout d'abord, au cours de la section 6.2, les différents éléments du modèle utilisé dans ce travail seront présentés. Une première application concerne la modélisation des régimes LHCD, où l'onde hybride est seule dans le plasma. Cette phase permet en particulier de dégager les principales caractéristiques du modèle en fonction des paramètres choisis. Les décharges combinées[2], constituant le sujet central de ce chapitre seront abordées dans la section 6.4. Ce travail visant principalement à étudier la possibilité d'utiliser l'onde cyclotronique électronique pour le contrôle du profil de courant, le chapitre sera conclu par une discussion de ce point.

6.2 Présentation du modèle

L'un des objectifs du modèle dont les principes ont été énoncés ci-dessus est de permettre la compréhension des propriétés élémentaires des scénarios qu'il décrit. C'est la raison pour laquelle il a été simplifié autant que possible, tout en conservant les dépendances essentielles et l'aspect non linéaire qui rend ces scénarios très complexes. A titre d'exemple, une description précise de l'onde hybride basse nécessite sans nul doute un tracé de rayons [138] permettant de rendre compte des différents effets gouvernant l'interaction onde-plasma [118]. Cependant, l'utilisation d'un modèle plus simple, basé sur le domaine de propagation de l'onde, autorise la description du comportement du dépôt de puissance vis-à-vis du profil de température, de densité électroniques et de facteur de sécurité [126]. D'autre part, les effets MHD ne sont pas pris en compte dans le modèle, de même que les effets du cisaillement de rotation, la justification de ce point étant que les ondes utilisées interagissent avec les électrons du plasma et se traduisent donc par un transfert global d'impulsion très faible. Il est important de souligner cependant que l'aspect modulaire de ce modèle autorise l'inclusion future de sources supplémentaires de non-linéarité (passage du régime multipassage au régime simple passage pour l'onde hybride basse, par exemple).

6.2.1 Aspect cinétique

Le but du code cinétique utilisé dans le modèle est le calcul de la fonction de distribution $f(\mathbf{p}, r, t)$. L'utilisation des symétries permet de réduire le nombre de dimension de l'espace des impulsions à 2 (voir section 4.1). Il s'agit toutefois du minimum possible, puisque l'onde hybride basse agit dans la direction parallèle (voir section 4.3) alors que l'onde cyclotronique électronique influence surtout la dynamique perpendiculaire de la fonction de distribution (voir section 4.2).

[2]Dans toute la suite et pour éviter certaines lourdeurs de langage, le terme "décharge combinée" sera utilisée pour désigner une décharge réunissant les ondes hybride basse et cyclotronique électronique.

L'équation de Fokker-Planck à résoudre peut être écrite sous la forme générale

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \langle \hat{C} f \rangle + \left\langle eE_{\parallel} \frac{\partial f}{\partial p_{\parallel}} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \overline{\overline{\mathbf{D}}}_{rf} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} \right\rangle + \left\langle \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r D_t \frac{\partial f}{\partial r} \right\rangle \tag{6.1}$$

Les crochets se rapportent à la moyenne sur le rebond (voir section 4.1.1) et les termes du membre de droite décrivent respectivement les collisions coulombiennes, le champ électrique statique, la diffusion quasilinéaire induite par les ondes dans l'espace des vitesses et la diffusion radiale des électrons rapides (voir section 4.1.3).

Les différents modèles pour chacun de ces éléments ont été largement discuté dans le chapitre 5 :

1. L'opérateur de collisions $\hat{C}$ est sous sa forme haute vitesse (voir expression 4.31).
2. L'onde hybride basse est décrite par l'intermédiaire d'un coefficient de diffusion quasilinéaire $\hat{D}_{lh}$ approprié à la description du régime multipassage (voir section 4.3). L'utilisation d'un code de tracé de rayon ne poserait pas de problème technique particulier, mais pour des raisons de temps de calcul et dans un souci de compréhension des caractéristiques principales de l'interaction onde-plasma, un modèle simple a été préféré.
3. Le coefficient de diffusion de l'onde cyclotronique électronique est donné par l'expression (4.40). Dans les simulations réalisées ici, on considérera uniquement des cas où la propagation de l'onde a lieu dans le plan équatorial et par conséquent, un modèle slab sera utilisé. Le principal effet toroïdal (la conservation de l'invariant $n_{\parallel}R$ où $n_{\parallel}$ est l'indice de réfraction parallèle et R la distance à l'axe du tore) est pris en compte en utilisant l'expression $n_{\parallel} = n_{\parallel 0}(R_0 + x_0)/(R_0 + x)$ où x est la coordonnée horizontale, x_0 la localisation de l'injecteur et $n_{\parallel 0}$ l'indice parallèle caractérisant l'onde envoyée dans le plasma (voir la section 3.4 du chapitre 3 pour une discussion plus approfondie de ce point).
4. La diffusion radiale est supposée causée par les champs magnétiques turbulents présents au sein du plasma (voir section 4.4). Etant donnée la difficulté d'obtenir des mesures ou de modéliser cette turbulence magnétique [139], le modèle n'intègre pas les dépendances du coefficient de diffusion radiale vis-à-vis de l'évolution des paramètres du plasma. En d'autres termes, la forme de ce coefficient de diffusion est $D_t = 2\pi R_0 \tilde{b}^2 |v_{\parallel}|$ où R_0 est le grand rayon du tokamak, $\tilde{b}$ est le niveau de turbulence magnétique, supposé constant et $v_{\parallel}$ est la vitesse électronique parallèle.

Un point important est que le code utilisé peut inclure, outre les effets des fluctuations du champ magnétique, les fluctuations du champ électrostatique. Cependant, il est reconnu que les électrons suprathermiques subissent surtout l'influence de la turbulence d'origine magnétique, du fait de la dépendance de D_t vis-à-vis de la vitesse parallèle (voir chapitre 5, section 4.4). Il faut toutefois noter que le transport thermique est bien causé par la turbulence électrostatique due aux instabilités d'ondes de dérive [175]. Le choix de considérer uniquement la turbulence magnétique du point de vue des électrons rapides n'est donc absolument pas en contradiction avec le modèle utilisé pour la description du transport de la chaleur.

6.2.2 Equations de transport

Décrire l'évolution des grandeurs macroscopiques de la décharge implique l'utilisation d'un système d'équations à une dimension (radiale). Dans ce modèle, la densité est supposée invariante dans le temps, ce qui est une approximation raisonnable étant donné le faible effet observé sur cette densité en présence d'onde hybride basse et cyclotronique électronique, dans les conditions d'opération courantes.

Le courant total est la somme du courant ohmique obtenu à partir de la résistivité néoclassique, du courant généré par les ondes radiofréquences et du courant de bootstrap, calculé à partir du modèle présenté dans la référence 13.

En présence d'un champ électrique résiduel (lorsque $V_{loop} \neq 0$) et d'ondes radiofréquence, il est nécessaire de corriger la conductivité afin de prendre en compte un terme croisé proportionnel à la tension par tour et à la puissance radiofréquence. Cette correction, appelée *conductivité chaude* peut être évaluée analytiquement [79] ou à partir du code Fokker-Planck lui-même et est donc incluse dans le modèle. Il faut souligner toutefois que dans les simulations présentées plus loin dans ce chapitre, ce terme s'est révélé négligeable, puisque le champ électrique résiduel est généralement très faible.

Les températures électroniques et ioniques sont calculées à l'aide du modèle Bohm-gyroBohm [9, 170]. L'idée de base est que le transport de la chaleur est le résultat de la turbulence des ondes de dérive dont la longueur de corrélation L varie entre petites échelles (rayon de Larmor ionique, ρ_i) et grandes échelles ($(\rho_i a_0)^{1/2}$) selon l'intensité du couplage toroïdal entre les différents modes de dérive [176]. Plus spécifiquement, ce couplage augmente avec le cisaillement magnétique $s_m \equiv d\ln(q)/d\ln(r)$, ce qui implique un transport de type Bohm (grandes échelles) pour s_m élevé et gyroBohm (petites échelles) pour s_m faible ou négatif. A la transition entre ces deux régions (autrement dit à l'endroit d'inversion du cisaillement magnétique), une barrière de transport interne[3] s'établit. Les expressions pour les diffusivités thermiques électronique (χ_e) et ionique(χ_i) sont

$$\begin{cases} \chi_e &= \chi_{Bohm}\left(\alpha_B \dfrac{q^2}{L_p^*} f_s(q) + \alpha_{gB}\dfrac{\rho^*}{L_T^*}\right) + \chi_e^{neo} \\ \chi_i &= \chi_{Bohm}\left(2\alpha_B \dfrac{q^2}{L_p^*} + \alpha_{gB}\dfrac{\rho^*}{L_T^*}\right) + \chi_i^{neo} \end{cases} \tag{6.2}$$

où

$$\chi_{Bohm} \equiv \frac{T_e[\mathrm{eV}]}{B_0[\mathrm{T}]} \tag{6.3}$$

et

$$L_p^* \equiv \frac{p}{a_0 \nabla p}, \qquad L_T^* \equiv \frac{T_e}{a_0 \nabla T_e}, \qquad \rho^* = \frac{(m_i T_e)^{1/2}}{e B_0 a_0} \tag{6.4}$$

Dans ces expressions, p est la pression totale, a_0 le petit rayon, T_e la température électronique et m_i la masse de l'ion majoritaire au sein du plasma. χ_i^{neo} (resp. χ_e^{neo}) est la diffusivité néoclassique ionique (resp. électronique) et il convient de souligner que ces deux quantités dépendent elles-mêmes de q.

[3] L'expression anglaise est "ITB" pour "Internal Transport Barrier"

Il est clair que la question du choix de la fonction de cisaillement f_s et des coefficients empiriques α_B et α_{gB} est une question centrale conditionnant largement le comportement d'un tel modèle. Dans ce travail, les paramètres choisis correspondent à des valeurs publiées, grâce auxquelles il a été possible de reproduire le comportement d'un grand nombre de décharges sur plusieurs machines, dont Tore Supra et FTU [9,172,173]. Ces paramètres sont

$$f_s(q) = \frac{1}{1+\exp(20(0.05-s_m))}, \qquad \alpha_B = 0.0033 \quad \text{et} \quad \alpha_{gB} = 0.035 \tag{6.5}$$

Sur la figure 6.3, on a représenté un profil de q inversé, ainsi que la fonction de cisaillement correspondante (a) et la diffusivité électronique calculée par le code ASTRA [174] (b) avec ses différentes contributions : Bohm, gyroBohm et néoclassique

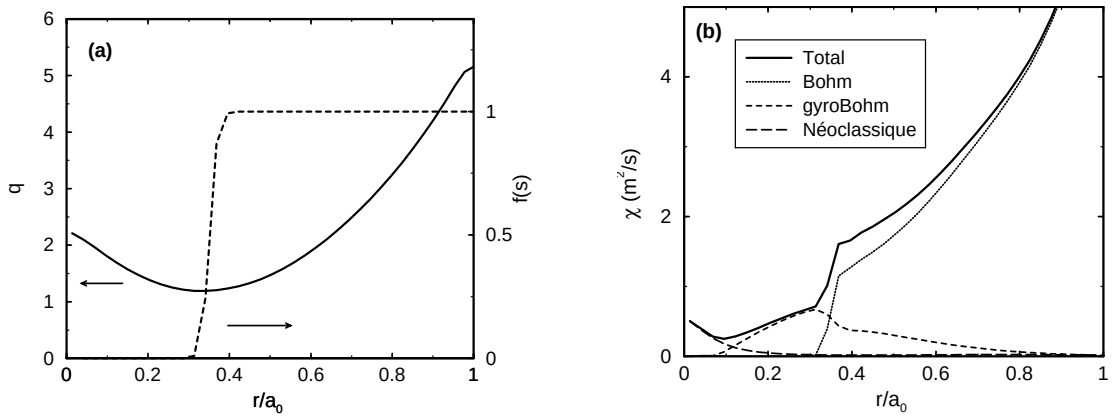


FIG. 6.3 – *(a)* Profil de facteur de sécurité inversé (échelle de gauche) et fonction de cisaillement magnétique correspondante (échelle de droite). *(b)* La diffusivité thermique des électrons est représentée à droite, ainsi que ses différentes contributions : Bohm, gyroBohm et néoclassique.

On rappelle que, dans tout ce travail, le cisaillement de rotation est négligé puisque les ondes considérées n'induisent généralement pas de rotation significative du plasma. Il convient également de souligner le fait que ce modèle a été moins choisi pour sa capacité à reproduire les résultats expérimentaux qu'en raison de la possibilité qu'il offre de décrire simplement une modification du transport en présence d'un cisaillement inversé.

6.3 Contrôle du profil de courant avec LHCD

La première application du modèle K+T concerne les décharges avec onde hybride basse seule. Afin d'étudier une situation réaliste du point de vue expérimental, les paramètres généraux de certains expériences réalisées sur le tokamak Tore Supra et décrites en détail dans la référence 111 ont été utilisés

$$R_0 = 225\text{cm}, \qquad a_0 = 70\text{cm}$$

$$n_e(r) = n_{e0}(1 - (r/a_0)^6)^4, \qquad n_{e0} = 3.5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$$

$$f_{lh} = 3.7\text{GHz}, \qquad n_{\|0} = 1.8$$

Comme souligné plus haut, pour toutes ces simulations, le profil de densité est supposé invariant ainsi que Z_{eff}, charge effective du plasma, considérée radialement constante et égale à 2.5.

La puissance hybride est fixée à $P_{lh} = 3\text{MW}$. Il est connu que dans les expériences basées sur l'onde hybride basse, une certaine fraction de la puissance est perdue dans le *lobe secondaire*. Il s'agit d'une caractéristique du spectre injecté par l'antenne, qui envoie une partie de l'onde à des valeurs de $n_\|$ négatives et élevées ($n_\| \sim 6 - 7$). L'efficacité de génération de courant étant inversement proportionnelle au carré de l'indice parallèle [118], cette puissance ne génère pas de courant et est absorbée sur la partie thermique de la fonction de distribution (absorption linéaire). Il s'agit donc uniquement d'une source de chauffage électronique supplémentaire. Dans les simulations présentées dans cette étude, un niveau de un tiers de la puissance totale est supposé injectée dans le lobe secondaire, ce qui constitue une valeur en accord avec les caractéristiques d'un grill hybride typique [116]. Dans le but d'alléger le calcul cinétique, on suppose que le dépôt de cette puissance "parasite" est une gaussienne centrée autour de $r/a_0 = 0.6$, avec une largeur à mi-hauteur $\Delta r/a_0 = 0.2$. Il est important de souligner que des tests spécifiques à ce point ont confirmé la faible influence de cette fraction de la puissance sur la température et sur l'évolution du courant.

6.3.1 Existence d'une solution stationnaire

Le fait qu'un système couplé de ce type puisse tendre vers une solution stationnaire n'est pas évident *a priori* et dans un premier temps, il est légitime de s'interroger sur l'existence d'une telle solution.

Tout d'abord, on considère des paramètres initiaux fixés de manière arbitraire. Le profil de température initial est tel que

$$T_e(r) = T_{e0}(1 - (r/a_0)^2)^2, \qquad T_{e0} = 2\text{keV}$$

Le courant total considéré est $I_p = 0.460\text{MA}$ et le profil de facteur de sécurité est supposé inversé, tel que $q_0 = 3$, $q_a = 5.5$, $q_{min} = q(r_{min}/a_0 = 0.4) = 1.6$. Tout d'abord, la diffusion radiale n'est pas incluse dans la simulation ($\tilde{b} = 0$).

Le processus itératif se déroule comme suit : les profils initiaux sont tout d'abord utilisés au sein du code Fokker-Planck et le dépôt de puissance LH et le profil de courant sont déduits, par l'intermédiaire du calcul du domaine de propagation et de la fonction de distribution modifiée sous l'effet de la diffusion quasilinéaire provoquée par l'onde. Ces paramètres sont ensuite injectés en entrée du code ASTRA, qui donne en sortie les profils de température et de facteur de sécurité correspondant à la première itération. Puis, le code cinétique est utilisé avec ces nouveaux profils, ainsi qu'avec la tension par tour résiduelle, et la modification du dépôt de puissance correspondante est calculée. L'état final est obtenu

lorsque les profils de température, facteur de sécurité, dépôt de puissance, courant généré n'évoluent plus et lorsque le profil de tension par tour est plat, ce qui signe la fin de la diffusion résistive du courant.

L'évolution des profils de température et de facteur de sécurité obtenus est représentée sur la figure 6.4 : les profils initiaux *(trait fin)* et la première itération *(tirets longs)*. La deuxième itération *(tirets courts)* est très proche de la troisième *(trait épais)*, qui constitue l'état stationnaire recherché.

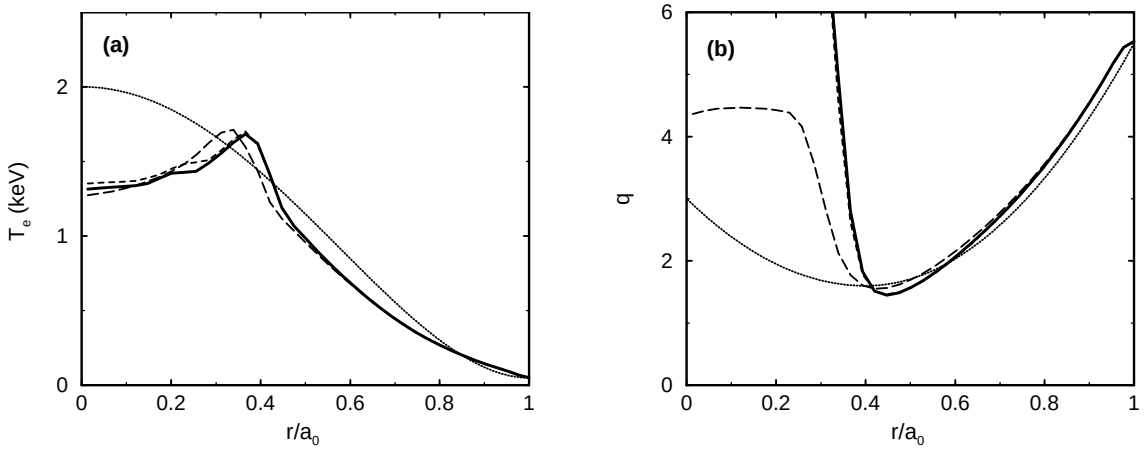


FIG. 6.4 – Profils de température électronique *(a)* et de facteur de sécurité *(b)* obtenus à l'aide du modèle K+T pour une puissance hybride $P_{lh} = 3$MW (2MW injectés à $n_{\|0} = 1.8$ et 1MW injecté dans le lobe secondaire). Ici $B_0(0) = 2$T, $I_p = 0.46$MA, $\tilde{b} = 0$. Les conditions initiales sont fixées arbitrairement *(voir texte)*. *Trait pointillé fin :* Conditions initiales ; *Tirets longs :* première itération ; *Tirets courts :* deuxième itération (difficilement visible) ; *Trait épais :* troisième itération, correspondant à l'état stationnaire.

Sur la figure 6.5 sont représentées les évolutions du domaine de propagation de l'onde hybride basse, ainsi que le dépôt de puissance correspondant.

Les valeurs finales du courant non inductif et du courant de bootstrap sont respectivement $I_{cd} = 0.3$MA et $I_{bs} = 0.06$MA. Le reste du courant (100kA) est fourni par la puissance ohmique résiduelle, équivalente à une tension par tour $V_{loop} \approx 0.1$V radialement constante, ce qui correspond donc à un véritable état stationnaire. On peut constater que le déplacement du profil de dépôt de puissance hybride basse est principalement fixé par la modification de la caustique supérieure (voir figure 6.5(a)). Le profil de courant obtenu est très piqué et situé hors de l'axe. Ceci explique la forte inversion du profil de q (le courant au centre de la décharge, d'origine ohmique, est très faible). Ceci explique également le fait que le profil de température obtenu est significativement creux : les ions ne sont pas chauffés directement et la principale source de puissance électronique est située nettement hors de l'axe. Dans ces conditions, au centre, le transfert d'énergie entre ions et électrons du aux échanges collisionnels est insuffisant pour maintenir un profil de température électronique monotone. Pour inhabituel qu'il puisse paraître, un tel comportement a été observé expérimentalement, par exemple sur le tokamak JT60-U, où la

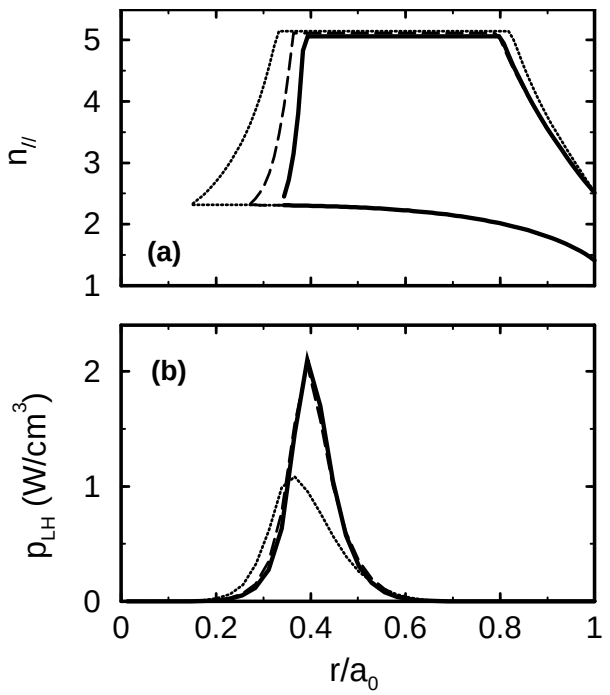


FIG. 6.5 – Domaines de propagation de l'onde hybride basse *(a)* et dépôt de puissance LH (lobe principal uniquement) *(b)* pour les conditions de la figure 6.4.

mesure de la température ionique en présence d'une forte puissance d'injection de neutres (NBI) hors de l'axe a révélé un profil creux [177].

Après ce premier cas, une situation plus satisfaisante du point de vue de la modélisation de cas expérimentaux est d'utiliser, en guise de conditions initiales, les paramètres d'un plasma ohmique simulé par le code ASTRA. La densité, la charge effective et le courant total ont les mêmes valeurs que dans le cas discuté ci-dessus (figures 6.4 et 6.5). En revanche, la tension par tour, le profil de température et de facteur de sécurité sont fournis par le code de transport. On constate que T_e est nettement plus basse que lorsque les conditions initiales étaient fixées, et que q est cette fois monotone avec $q_0 \approx 1$. L'évolution correspondante est représentée sur les figures 6.6 et 6.7.

Un état stationnaire est obtenu à nouveau après trois itérations mais on constate la résultat est différent de celui qui a été obtenu avec les conditions fixées. En d'autres termes, cet état final semble assez largement déterminé par les conditions initiales.

6.3.2 Influence des conditions initiales

Cette question des conditions initiales est bien évidemment cruciale et une étude spécifique a été menée afin d'en évaluer l'importance. Cette étude a révélé que, parmi les différents paramètres de ces conditions initiales, la valeur minimale du profil du facteur de sécurité était de loin le plus sensible. Ainsi, sur la figure 6.8, afin de faciliter la compa-

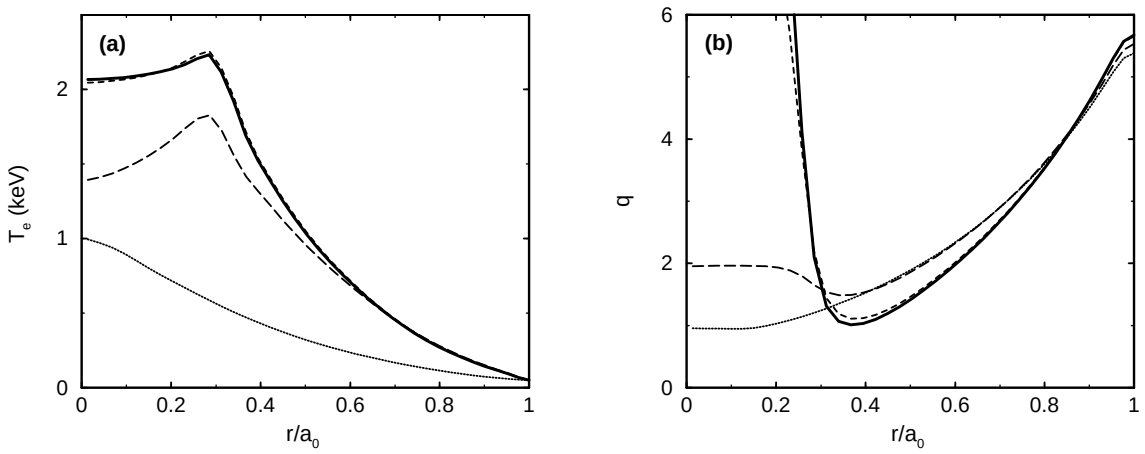


FIG. 6.6 – Idem à la figure 6.4, avec des conditions initiales correspondant à un plasma ohmique simulé par le code ASTRA *(voir texte). Trait pointillé fin :* condition initiale ; *Tirets longs :* première itération ; *Tirets courts :* deuxième itération (difficilement visible) ; *Trait plein épais :* troisième itération, correspondant à l'état final.

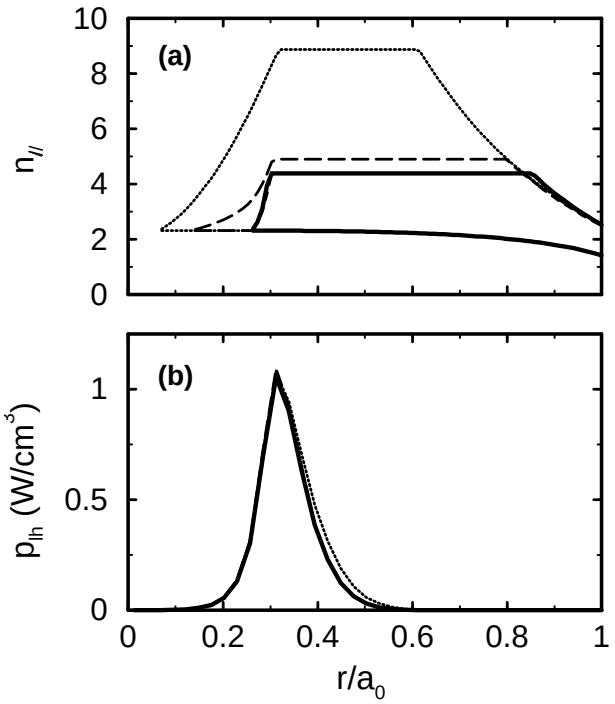


FIG. 6.7 – Idem à la figure 6.5, avec des conditions initiales correspondant à un plasma ohmique simulé par le code ASTRA *(voir texte).*

raison des différents résultats obtenus, les états stationnaires correspondant aux figures 6.4 et 6.6 sont représentés, ainsi qu'une situation intermédiaire, obtenue avec $q_{min} = 1.5$. Les domaines de propagations finaux et dépôts de puissance correspondant sont représentés sur la figure 6.9, correspondant à nouveau aux cas des figure 6.5 et 6.7, auquels s'ajoute le cas intermédiaire.

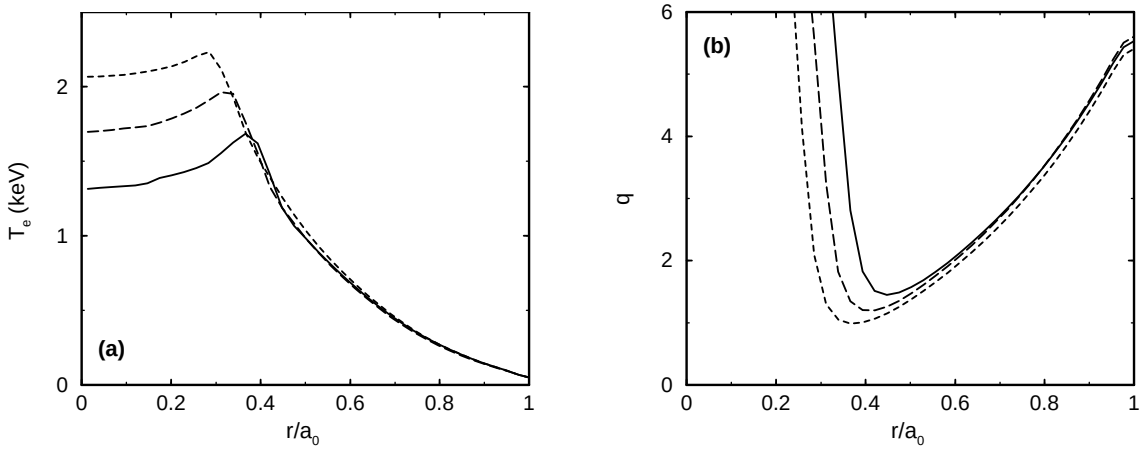


FIG. 6.8 – Comparaison des profils de température *(a)* et de facteur de sécurité *(b)* correspondant aux états stationnaires des figures 6.4 *(trait plein)* et 6.6 *(tirets courts)*. Un cas intermédiaire, obtenu avec $q_{min} = 1.5$ au temps initial, est également présenté *(tirets longs)*.

Cette dépendance du résultat final vis-à-vis des conditions initiales est un résultat important. Il s'agit d'une propriété fondamentale de ce système non-linéaire. D'un point de vue pratique, la conséquence est que les divers scénarios expérimentaux utilisés pour obtenir des décharges à cisaillement inversé [161, 178] (préformage du profil de courant, rampes de courant...) ne doivent pas être considérés comme de simples artefacts permettant d'obtenir un état final donné. L'état final dépend de l'"histoire" de l'évolution, dont le système garde, en quelque sorte, une mémoire.

6.3.3 Influence de la diffusion radiale des électrons rapides

L'influence de du transport radial des électrons suprathermiques est illustrée sur les figures 6.10 et 6.11. Les niveaux de turbulence magnétique choisis pour cette étude sont $\tilde{b} = 0$, $\tilde{b} = 2 \times 10^{-5}$ et $\tilde{b} = 4 \times 10^{-5}$. Ces valeurs restent inférieures aux mesures expérimentales ($\tilde{b} \approx 5 \times 10^{-5}$ au centre du plasma) effectuées sur Tore Supra par le diagnostic de diffusion dépolarisante [143].

Il apparaît que la diffusion radiale ne modifie pas radicalement l'état final obtenu dans le domaine de paramètres choisis, i.e. pour ces faibles valeurs du niveau de turbulence magnétique. Le principal effet observé est une augmentation de la puissance déposée et du courant généré (voir section 4.4 et appendice B), ce qui a une influence claire sur les profils de température électronique et de facteur de sécurité. Comme souligné dans la section 4.4,

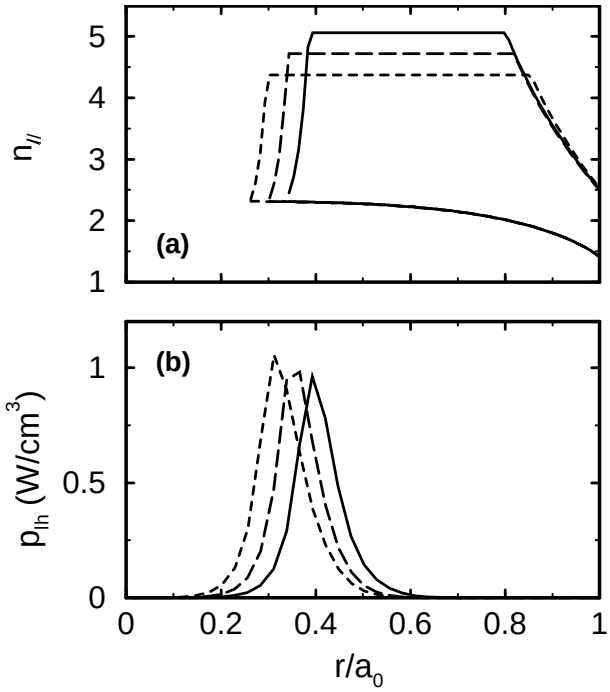


FIG. 6.9 – Comparaison des domaines de propagation *(a)* et des profils de dépôts de puissance LH *(b)* correspondant aux états stationnaires des figures 6.5 *(trait plein)* et 6.7 *(tirets courts)*. Un cas intermédiaire, obtenu pour $q_{min} = 1.5$ au temps initial, est également présenté *(tirets longs)*.

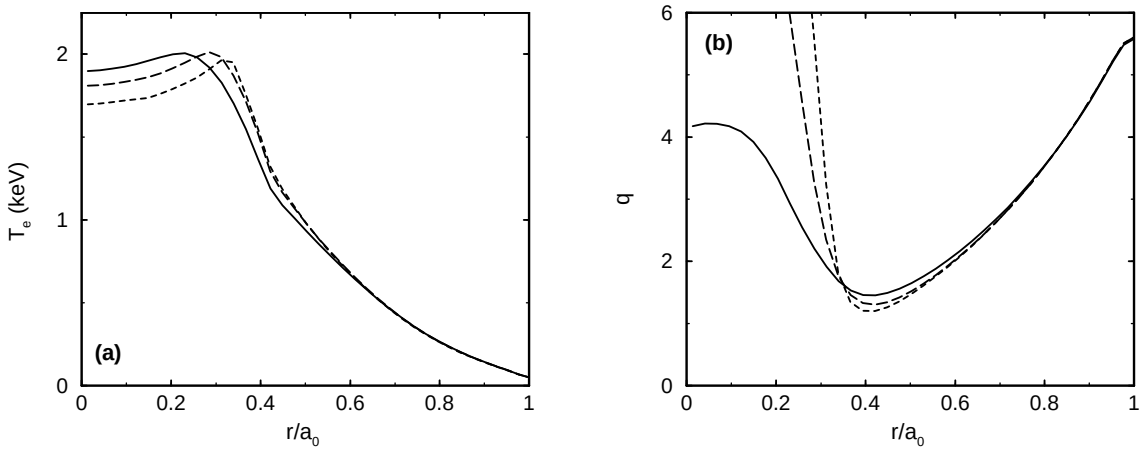


FIG. 6.10 – Effets de la diffusion radiale sur le profil de température *(a)* et le profil de q *(b)* pour le cas intermédiaire des figures 6.8 et 6.9. Trois valeurs du niveau de turbulence magnétique (supposé radialement uniforme) ont été considérées : $\tilde{b} = 0$ *(tirets courts)*, $\tilde{b} = 2 \times 10^{-5}$ *(tirets longs)* et $\tilde{b} = 4 \times 10^{-5}$ *(trait plein)*.

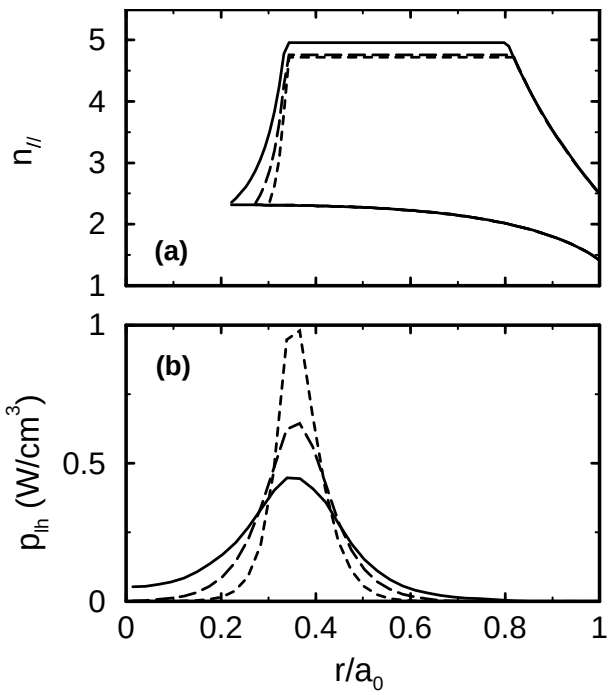


FIG. 6.11 – Domaines de propagation *(a)* et dépôts de puissance *(b)* de l'onde hybride basse pour les trois cas de la figure 6.10.

la puissance absorbée P_{abs} est maintenant donnée par $P_{abs} = P_{lh} + P_t$ avec

$$p_t(r) \equiv n_e m_e c^2 \int d\mathbf{p}(\gamma - 1)\left\langle \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r D_t \frac{\partial f}{\partial r} \right\rangle \tag{6.6}$$

$p_t(r)$ ne contribue pas à la puissance totale (son intégrale sur le volume du plasma est nulle) mais se traduit par une redistribution radiale de la source de chauffage, comme l'illustre la figure 6.11 (voir aussi section 4.4).

6.3.4 Sensibilité du régime à cisaillement inversé

Le régime à cisaillement inversé obtenu jusqu'ici et illustré sur les figures 6.4 à 6.11 se révèle particulièrement robuste vis-à-vis des variations des différents paramètres de la décharge. Autrement dit, l'état final présente quelques différences assez mineures selon les paramètres choisis, mais conserve néanmoins son caractère de régime à cisaillement magnétique inversé. Ce point est en accord avec les observations expérimentales effectuées sur Tore Supra [111] et s'explique par le fait que dans cette plage de paramètres, la courbe d'accessibilité intersecte la caustique supérieure, ce qui interdit à l'onde l'accès au centre de la décharge. De cette manière le courant est toujours généré hors de l'axe et la barrière de transport est maintenue.

La situation est cependant très différente dans le cas où le champ magnétique central est $B_0(0) = 4$T et le courant plasma $I_p = 0.6$MA. Dans ce cas, comme illustré sur la figure 6.12(a), l'accessibilité n'intersecte plus la caustique supérieure et l'onde a la possibilité d'atteindre le centre de la décharge, entre les caustiques haute et basse. Dans ces conditions, le régime à cisaillement inversé est plus difficile à obtenir : la condition initiale $q_{min} = 2.5$ a dû être utilisée pour obtenir un état final stationnaire (voir figure 6.12).

En outre, l'état stationnaire ainsi obtenu se révèle très fragile vis-à-vis des différents paramètres de contrôle. Ainsi, un faible niveau de turbulence magnétique ($\tilde{b} = 2 \times 10^{-5}$) se traduit par une déstabilisation du régime : le courant dérive vers l'axe magnétique, le profil de température devient très piqué et le profil de q est monotone, avec une valeur centrale $q_0 < 1$. En d'autres termes, le régime obtenu sera influencé par les dents de scie, dont la description n'est pas incluse dans le modèle K+T. Cette situation est représentée sur la figure 6.12 *(trait pointillé)*.

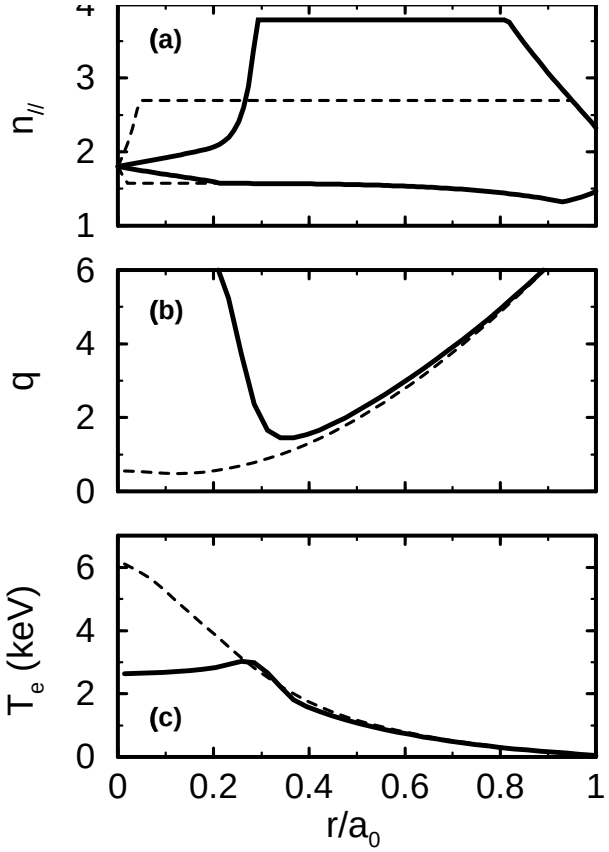


FIG. 6.12 – Résultat des simulations K+T pour $B_0(0) = 4$T, $I_p = 0.6$MA. Un régime stationnaire est obtenu pour $\tilde{b} = 0$ *(trait épais)* mais la fragilité du régime obtenu implique sa déstabilisation pour $\tilde{b} = 2\times10^{-5}$ *(trait pointillé)*. Domaine de propagation LH *(a)*, profil de q *(b)* et température électronique *(c)*.

On peut déduire des différentes simulations présentées dans cette section quelques caractéristiques générales : dès que la puissance absorbée par le plasma est déplacée vers le centre, la valeur centrale de q diminue, ce qui induit un déplacement de la caustique supérieure vers le centre de la décharge. Ceci contribue à nouveau au recentrement de la puissance absorbée, etc. L'évolution inverse est également possible avec la différence que dans ce cas, le courant est généré dans une région du plasma de moins en moins chaude, ce qui fait chuter l'efficacité de génération de courant. Dès lors, puisque dans ces simulations, le courant total est maintenu constant, la décharge tend à être totalement dominée par le courant ohmique.

Ces tendances peuvent être synthétisées dans le plan (r_{min}, T_{max}). Chaque point du diagramme a pour abscisse le rayon d'inversion du profil de q (c'est à dire la localisation de la barrière interne) et pour ordonnée le maximum du profil de température pour chaque itération. Cette représentation est illustrée sur la figure 6.13 pour différentes conditions.

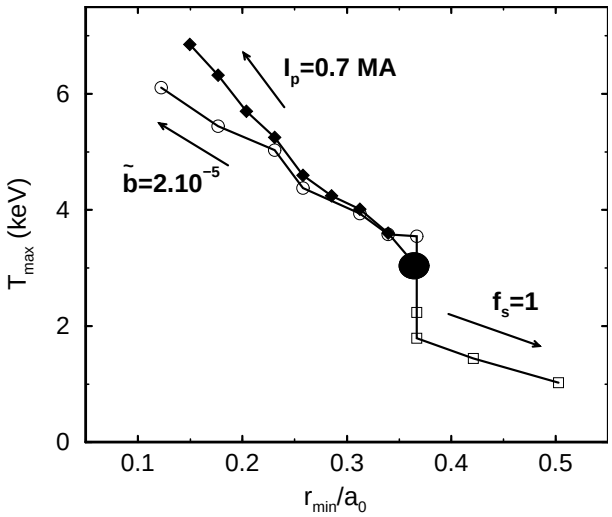


FIG. 6.13 – Diagramme d'évolution dans le plan (r_{min}, T_{max}) *(voir texte)*. Le disque large représente l'état stationnaire de la figure 6.12, obtenu pour $\tilde{b} = 0$. Chaque point représente une itération et les flèches illustrent la direction de déplacement lorsque l'un des paramètres (indiqués sur le diagramme) est changé. $\tilde{b} = 2 \times 10^{-5}$ *(cercles vides)*, $f_s = 1$ *(carrés vides)* et $I_p = 0.7$MA *(carrés pleins)*.

Le large disque au centre de la figure représente l'état stationnaire de la figure 6.12 ($B_0(0) = 4$T,$I_p = 0.6$MA), obtenu en l'absence de diffusion radiale ($\tilde{b} = 0$). Chaque point de la figure est représentatif du résultat obtenu à l'issue d'une itération. Ainsi, la ligne connectant les cercles vides illustre l'évolution du système lorsque $\tilde{b} = 2 \times 10^{-5}$ et montre la tendance vers un régime à profil de q monotone et température électronique très piquée. Une évolution similaire est obtenue en augmentant le courant total de la décharge ($I_p = 700$kA). Dans ce cas, l'augmentation du courant ohmique central se traduit par une diminution de q_0 et donc une dégradation progressive du régime à cisaillement inversé *(carrés pleins)*. Le dernier cas *(carrés vides)* est obtenu en supprimant artificiellement la

fonction de cisaillement f_s (voir équation 6.2), ce qui revient à ne pas décrire l'amélioration de confinement causée par l'inversion du profil de q. Toutefois, dans ce cas, le système ne tend plus vers un état stationnaire : le courant généré par l'onde hybride basse se déplace vers l'extérieur sans interruption, ce qui entraîne une chute continue de la température centrale. Cependant, dans la réalité, le dépôt de l'onde étant de plus en plus externe, on peut s'attendre à une diminution de la puissance absorbée par le plasma, possibilité que n'inclut pas ce modèle où la puissance est supposée constante. Finalement, il convient de souligner qu'une telle différence de comportement entre les cas où le champ central est $B_0(0) = 2\text{T}$ et les cas où $B_0(0) = 4\text{T}$ a été observée sur Tore Supra [117].

6.4 Contrôle du profil de courant avec LHCD et ECCD

Comme expliqué dans le chapitre 5, l'utilisation combinée des ondes hybride basse et cyclotronique électronique est très attractive du fait d'une part de la robustesse et de l'efficacité de la génération de courant par onde LH, d'autre par de la flexibilité et de l'excellente localisation du dépôt de l'onde EC. De surcroît, il est raisonnable de s'attendre à une augmentation de l'efficacité de génération de courant de l'ECCD due à la présence d'une queue suprathermique crée par l'onde hybride basse, grâce à la synergie LH-EC [57, 148, 165].

L'effet de synergie est prévu par le calcul analytique (voir chapitre 5, section 5.2), aussi bien que par la résolution numérique de l'équation cinétique (voir section 5.1.2) en utilisant un jeu de paramètres approprié. D'autre part, ces simulations montrent souvent qu'une puissance EC élevée est nécessaire, ce qui va contribuer au chauffage du plasma, phénomène non considéré dans les calculs "à paramètres statiques" (voir section 6.1.1), tout comme la modification des profils de facteur de sécurité et de courant de bootstrap provoquée par la modification des caractéristiques globales de la décharge. Le modèle K+T est donc à présent utilisé dans le but d'étudier les décharges LH-EC combinées de manière réaliste.

Plus spécifiquement, si l'on considère que le but principal des décharges combinées est le contrôle de la localisation du minimum du profil de q (qui, comme il a été montré dans la section précédente, est représentatif de la qualité des performances) et donc de la position radiale de la barrière interne de transport, trois possibilités principales existent

1. Le courant EC est généré à une position coïncidant avec le dépôt LH, afin de chasser et remplacer le courant ohmique restant au centre grâce à une source non-inductive située hors de l'axe.
2. Le courant EC est généré plus hors de l'axe que le courant LH afin de déplacer la barrière de transport vers l'extérieur et donc d'étendre la région de bon confinement.
3. Le courant EC est généré sur l'axe, mais dans le sens opposé au courant LH et ohmique (contre-courant). Ainsi, l'intensité du courant au centre est diminuée et q_0 augmente.

Dans les expériences, la position du dépôt EC est contrôlée par un choix judicieux du champ magnétique central et/ou des angles d'injection poloïdal et toroïdal (voir chapitre 2). Toutefois, dans un souci de simplicité et sans aucune perte de généralité, ce contrôle sera

effectué par un changement de la fréquence de l'onde[4]. Ici, l'onde cyclotronique électronique est supposée se propager dans le plan équatorial, en mode extraordinaire, de sorte que l'interaction a lieu au deuxième harmonique de la résonance cyclotronique électronique (voir section 2.2.3), compatible avec une valeur du champ magnétique central proche de 2T dans le cas du tokamak Tore Supra.

Le plasma cible considéré est maintenu par 3MW de puissance hybride et correspond approximativement à l'état stationnaire de la figure 6.4 avec $B_0(0) = 2$T. En revanche, ici $I_p = 0.5$MA et $\tilde{b} = 5 \times 10^{-5}$.

6.4.1 Premier scénario

Tout d'abord, le premier des scénarios est étudié, i.e. la puissance de l'onde cyclotronique électronique est déposée à la même position radiale que la puissance de l'onde LH. Les paramètres de l'onde EC sont $P_{ec} = 3$MW, $f = 133$GHz (fréquence de l'onde) et l'angle d'injection toroïdal vaut $\phi_t = 15°$. Le schéma itératif employé dans la section 6.3 est appliqué de nouveau afin d'obtenir un état stationnaire. Le résultat obtenu est illustré sur la figure 6.14 avec LH seule *(tirets)* et LH+EC *(trait plein)*.

Le modèle K+T trouve ici sa justification puisque certains effets observés sur la figure 6.14 ne peuvent être obtenus qu'avec un modèle auto-cohérent. Ainsi, bien que la plus grande partie de la puissance radiofréquence déposée par les deux ondes l'est nettement hors de l'axe, la température au centre de la décharge est plus que doublée grâce au confinement très amélioré. Une augmentation de la température centrale se traduit en principe par un déplacement du dépôt de l'onde hybride basse vers le centre (diminution de $n_{\|l}$, voir figure 4.5), qui est compensée ici par la large augmentation de q_0 causée par le remplacement du courant ohmique central par le courant non inductif et le courant de bootstrap. L'effet global est que le dépôt de l'onde LH ne subit pas de déplacement significatif. Le courant total en présence des deux ondes (calculé par le code cinétique) vaut $I_{lh+ec} = 0.46$MA, le courant de bootstrap augmente très largement de $I_{bs} = 0.085$MA en présence d'onde hybride seule à $I_{bs} = 0.21$MA en présence des deux ondes.

Dans le but d'estimer un éventuel effet de synergie entre les ondes, le courant est recalculé pour l'onde hybride basse seule et l'onde cyclotronique électronique seule, mais avec les profils de q et T_e correspondant à l'état stationnaire obtenu avec LH+EC sur la figure 6.14 *(trait épais)*. On obtient respectivement $I_{lh} = 0.390$MA et $I_{ec} = 0.045$MA. Par conséquent, en définissant f_{syn}, facteur d'amélioration de la génération de courant de l'onde cyclotronique électronique,

$$f_{syn} \equiv \frac{I_{lh+ec} - I_{lh}}{I_{ec}} \tag{6.7}$$

on obtient $f_{syn} \sim 1.5$. La synergie est donc bien observée dans ce cas[5] et afin de comprendre son origine, on a tracé les iso-contours de la fonction de distribution à l'endroit des dépôts de puissance ($r/a_0 \approx 0.39$), pour les cas LH seule et LH+EC.

[4] La relation de résonance cyclotronique s'écrit $\gamma - n\omega_{ce}/\omega - k_\| v_\| = 0$ où $n\omega_{ce}/\omega \propto B_0/\omega$, ce qui montre que modifier le champ magnétique ou la fréquence est équivalent.

[5] f_{syn} vaut 1 en l'absence de synergie.

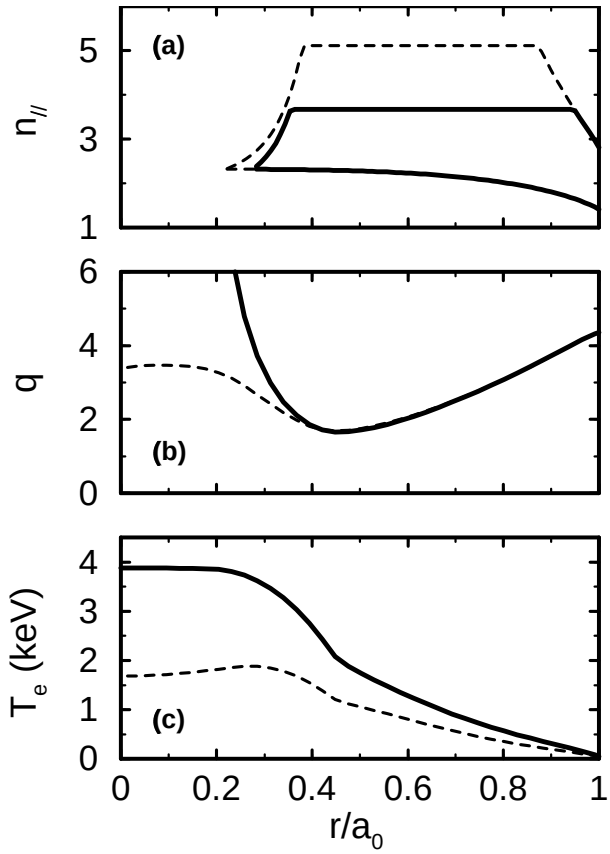


FIG. 6.14 – Résultat des simulations K+T avec LH seule *(tirets)* et LH+EC *(trait épais)* pour les paramètres de la figure 6.4, mais $I_p = 0.5$MA et $\tilde{b} = 5 \times 10^{-5}$. Les deux ondes sont absorbées approximativement au même endroit ($r/a_0 \approx 0.39$). *(a)* domaines de propagation LH ; *(b)* profil de q et *(c)* température électronique.

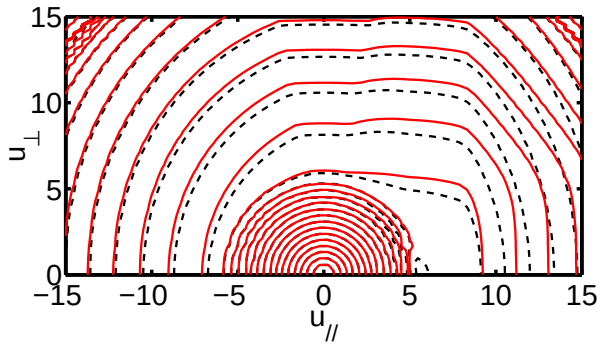


FIG. 6.15 – Iso-contours de la fonction de distribution en présence d'onde hybride basse seule *(tirets)* et des deux ondes *(trait continu)* dans le plan $(p_\parallel, p_\perp)$, où les impulsions sont normalisées à $(m_e T_{e0})^{1/2}$.

Il apparaît que le plateau correspondant à la population suprathermique s'élève partout et pas uniquement dans la zone d'interaction onde cyclotronique électronique-plasma (on peut deviner l'ellipse de résonance dans la partie $p_{\|} > 0$ de la figure). C'est la signature claire d'un effet croisé des deux ondes. Ce cas correspond au premier des mécanismes discuté dans la section 5.1.2 (voir figure 5.2) : l'onde EC augmente localement le nombre d'électrons dans la partie basse énergie du plateau LH et ces électrons supplémentaires deviennent candidats à la diffusion parallèle sous l'action de l'onde hybride basse : le plateau est élevé sous l'effet conjugué de cette diffusion parallèle et de la diffusion en angle d'attaque.

6.4.2 Deuxième scénario

La fréquence de l'onde cyclotronique électronique est maintenant fixée à 138GHz de manière à obtenir une absorption de l'onde en $r_{ec}/a_0 \approx 0.53$, autrement dit plus hors de l'axe que le dépôt de l'onde hybride basse($r_{lh}/a_0 \approx 0.39$). A nouveau, un état stationnaire est obtenu à l'issue du calcul itératif et est représenté sur la figure 6.16. La barrière interne s'est déplacée vers le bord du plasma et q_{min} est nettement augmenté par rapport aux cas où l'onde LH est seule au sein du plasma.

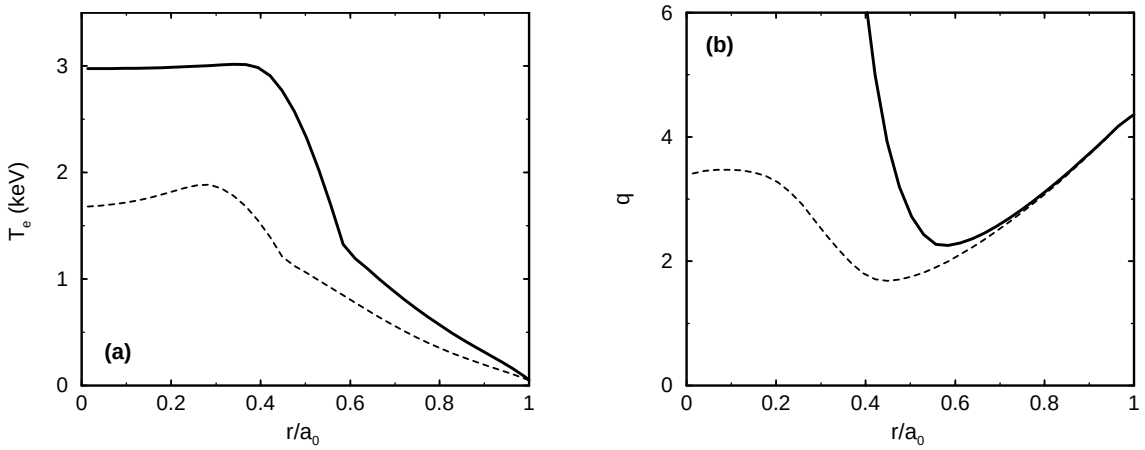


FIG. 6.16 – Résultat des simulations K+T pour le profil de température *(a)* et de facteur de sécurité *(b)*, dans le cas où l'onde cyclotronique électronique est initialement déposée plus hors de l'axe que l'onde hybride basse ($r_{ec}/a_0 \approx 0.53 > r_{lh}/a_0 \approx 0.39$). Phase LH seule *(tirets)* et phase LH+EC *(trait épais)*.

Sur la figure 6.17, on a illustré les dépôts de puissance des deux ondes au début de la phase ECCD *(tirets)*, ainsi que pour l'état stationnaire *(trait épais)*.

Comme indiqué par les flèches, ces dépôts de puissance évoluent dans des directions opposées. On sait que le dépôt de puissance EC est peu dépendant de la forme du profil de q et assez peu modifié par les variations de la température. En fait, lorsque la température augmente, l'épaisseur optique du plasma augmente également [33]. L'onde étant injectée depuis le côté bas champ de la machine, le dépôt a alors une légère tendance à se déplacer

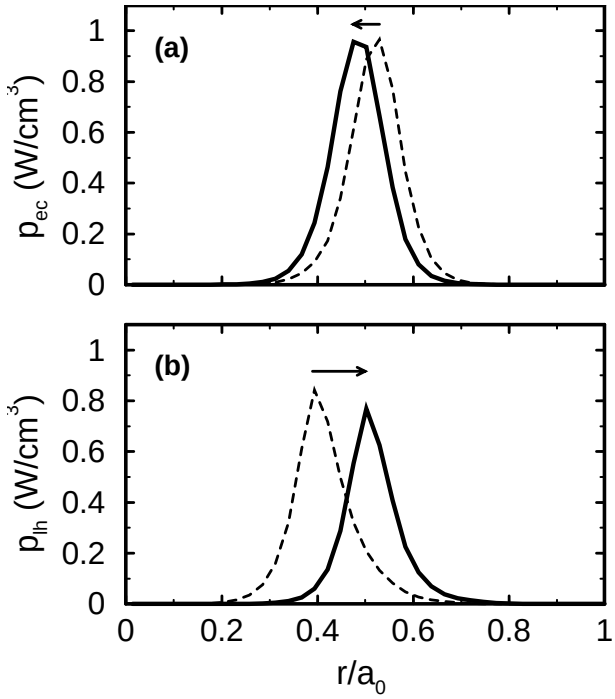


FIG. 6.17 – Profils de dépôts de puissance pour les cas de la figure 6.14 : phase LH *(tirets)* et phase LH+EC *(trait plein)*. *(a)* Dépôt de puissance EC et *(b)* dépôt de puissance LH. Les flèches illustrent le sens de déplacement des deux dépôt au cours de l'évolution du système.

vers l'axe, ce qui est effectivement ce que l'on observe sur cette figure. A l'inverse, l'onde LH, fortement influencée par le profil de q, se déplace vers l'extérieur. Un point remarquable est que le système évolue de telle manière que l'état final est caractérisé par un alignement des dépôts de puissance des deux ondes. Comme pour le scénario 1, le courant ohmique est complètement annulé et la tension par tour est même légèrement négative[6] ($V_{loop} \approx -0.05$V). Le courant de bootstrap est élevé et vaut $I_{bs} = 0.235$MA. Dans la phase LH, $I_{bs} = 0.085$MA. En d'autres termes, la fraction de courant de bootstrap (I_{bs}/I_p) passe de 17% à 47%, ce qui constitue une caractéristique très intéressante du point de vue des performances de la décharge [8]. Le profil du courant de bootstrap obtenu est représenté sur la figure 6.18.

La principale contribution au courant de bootstrap provient du maximum de courant situé approximativement à mi-rayon. On constate également, de manière assez atypique, que le courant reste important au centre de la décharge, ce qui provient d'une part de la valeur très élevée de q_0, ainsi que du fait que le gradient de la densité, bien que faible, n'est pas strictement nul, ce qui implique un rapport $\nabla n_e/q$ fini jusqu'à un rayon très proche du centre de la décharge.

[6]Dans ce cas, un excédent de courant est généré par les ondes et le transformateur de la machine se recharge. Ce régime particulier est traditionnellement qualifié d'*overdrive*.

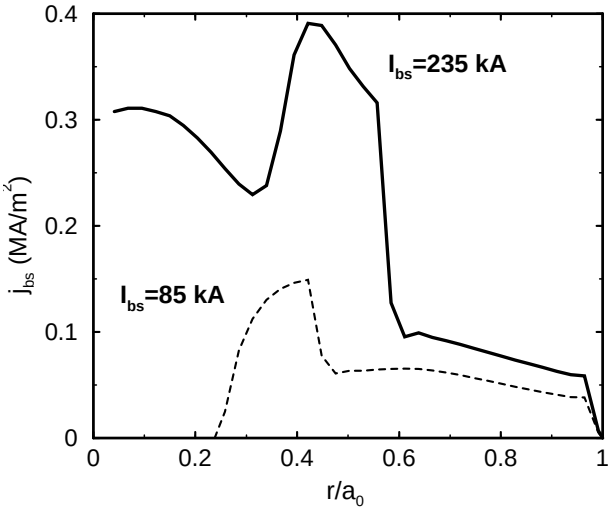


FIG. 6.18 – Profils de courant de bootstrap correspondant aux deux cas de la figure 6.16. Phase LH seule *(tirets)* et phase LH+EC *(trait épais)*.

Dans ce cas, le facteur de synergie (6.7) vaut approximativement $f_{syn} \approx 1.5$, le mécanisme de la synergie étant le même que dans le cas du scénario 1 (l'onde EC est absorbée par les électrons suprathermiques de la borne basse énergie du plateau LH).

Une conclusion très importante ressortant de l'étude de ce scénario est donc que le courant de bootstrap y joue un rôle clé. En fait, dans ce cas, l'onde EC agit plutôt comme moyen de déclenchement et de contrôle d'un régime performant (grâce au courant de bootstrap, notamment) que comme une source de courant en soi.

6.4.3 Troisième scénario

Enfin, le troisième et dernier scénario est étudié : à présent $f_{ec} = 127$GHz et l'angle d'injection toroïdal vaut $\phi_t = -15°$. Le courant toroïdal est dans le sens opposé au courant LH ainsi qu'au courant ohmique (contre-courant) et le dépôt de l'onde est situé approximativement à $r_{ec}/a_0 \approx 0.25$, autrement dit plus intérieur que le dépôt de puissance LH. Dans ce cas, courant de bootstrap et contre-courant ont des effets opposés sur le profil de q, mais globalement, le comportement du dépôt de puissance hybride est déterminé par l'augmentation de température centrale et ce dépôt se déplace alors vers l'axe. On observe qu'en dépit d'une large augmentation de q_0, q_{min} décroît et la barrière devient plus centrale. Le résultat est illustré sur la figure 6.19 pour la phase LH seule *(tirets)* et pour la phase LH+EC *(trait épais)*.

L'évolution des profils de dépôts de puissance correspondant à la situation de la figure 6.19 est illustrée sur la figure 6.20.

On observe, a l'instar du scénario 2, une évolution des dépôts s'achevant lorsque les deux dépôts sont alignés. Se trouvant tous deux proches de l'axe, l'effet principal est une augmentation massive de la température centrale et un déplacement de la barrière vers

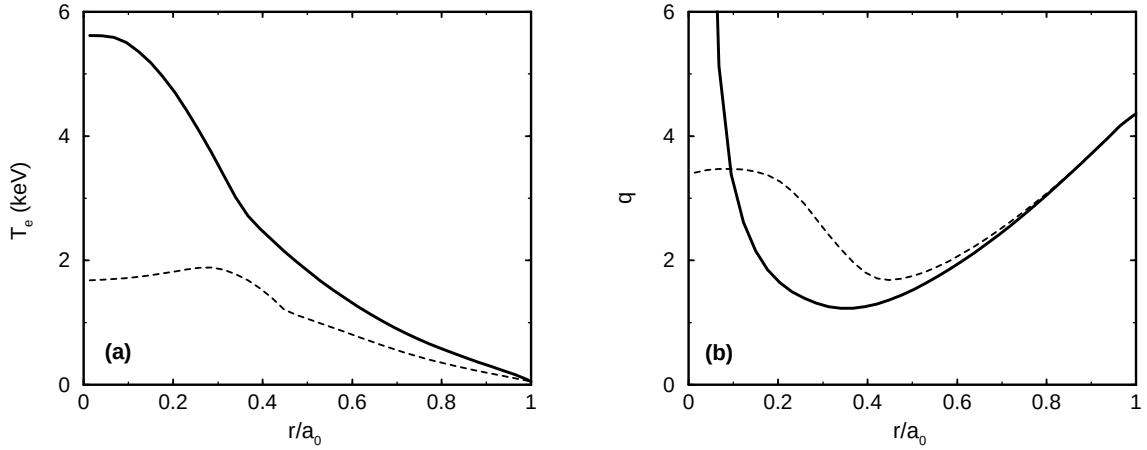


FIG. 6.19 – Idem à la figure 6.16 pour un dépôt EC initialement plus central que le dépôt LH ($r_{ec}/a_0 \approx 0.25 < r_{lh}/a_0$). L'angle d'injection toroïdal vaut $\phi_t = -15°$ (contre-courant).

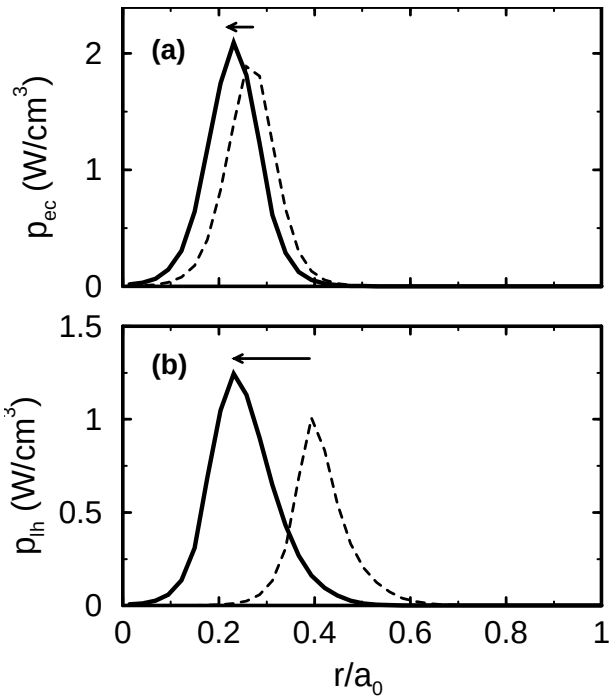


FIG. 6.20 – Evolution des profils de dépôt de puissance pour les cas correspondant à la figure 6.19. *(a)* Dépôt de puissance EC et *(b)* dépôt de puissance LH. Les flèches illustrent le sens de déplacement de ces dépôts au cours de l'évolution du système.

l'intérieur. Une remarque importante concernant le scénario 3 est toutefois que l'augmentation de température est telle que le domaine de propagation LH obtenu est très étroit

en $n_{\|}$. En d'autres termes, le régime d'absorption de l'onde hybride basse tend vers un régime du type simple passage, que le modèle utilisé ici n'est en mesure de décrire que marginalement (voir section 4.3). Les profils de courant de bootstrap correspondant sont illustrés sur la figure 6.21.

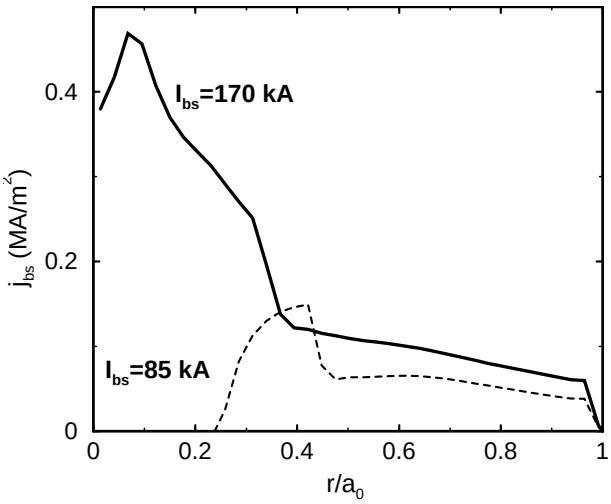


FIG. 6.21 – Profils de courant de bootstrap pour les paramètres de la figure 6.20. LH seule *(pointillés)* et LH+EC *(trait continu)*.

On calcule que la fraction de courant de bootstrap passe de 17% à 34%. De ce point de vue, le régime obtenu est donc moins intéressant que le cas du scénario 2, notamment du fait de l'absence du pic de courant situé à mi-rayon observé sur la figure 6.18.

Enfin, dans l'optique de synthétiser les résultats obtenus avec les trois scénarios, un diagramme similaire à celui de la figure 6.13 se trouve sur la figure 6.22. En abscisse se trouve la position du minimum du profil de q (autrement dit de la barrière interne de transport) et en ordonnée le maximum du profil de température. A l'aide de cette représentation, il est possible de suivre l'évolution du système en faisant figurer un point pour chaque itération du système.

Il apparaît que divers types d'évolution peuvent être obtenus en utilisant l'onde cyclotronique électronique en conjugaison avec l'onde hybride basse. Il est toutefois important d'insister sur le fait que, dans ces trois scénarios, l'onde EC influence, soutient et contrôle le régime amélioré, plus qu'elle ne agit en tant que source de courant non inductif au sens propre du terme. Autrement dit, ces régimes pourraient éventuellement être obtenu en utilisant l'onde cyclotronique électronique en chauffage (ECRH), par injection de l'onde perpendiculairement au champ magnétique de confinement.

6.5 Conclusion

Le couplage de plusieurs phénomènes physiques, via les modèles associés au sein d'un modèle unique de description de décharges où la majeure partie du courant provient des

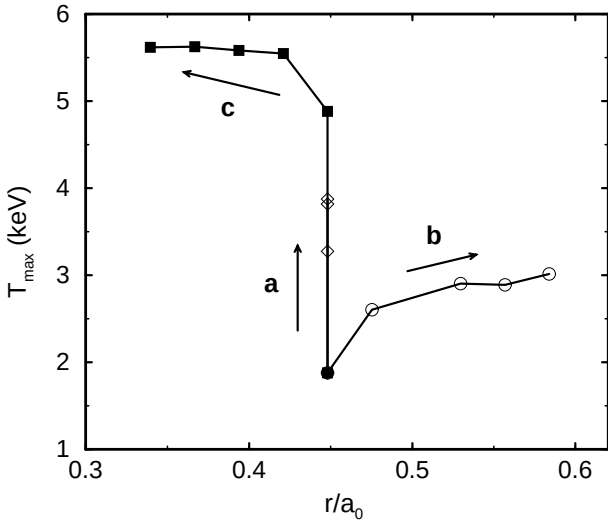


FIG. 6.22 – Diagramme d'évolution du système dans le plan (r_{min}, T_{max}) pour les trois scénarios discutés dans la section 6.4. *(a)* Scénario 1 : $r_{ec} \approx r_{lh}$ $(f = 133\text{GHz}, \phi_t = 15°)$, *(b)* Scénario 2 : $r_{ec} > r_{lh}$ $(f = 138\text{GHz}, \phi_t = 15°)$ et *(c)* Scénario 3 : $r_{ec} < r_{lh}$ $(f = 138\text{GHz}, \phi_t = -15°)$.

sources non inductives, scénarios exhibant tant expérimentalement que numériquement des comportements complexes a été effectué. En dépit de certaines simplifications (modèle de transport, dépôt de puissance LH), plusieurs caractéristiques de ces systèmes ont été révélées et analysées en détail. Ainsi, l'existence d'états stationnaires caractérisés par une fonction de distribution non-maxwellienne, un profil de q non monotone et une barrière de transport interne a été démontré. L'étude a illustré l'importance des conditions initiales sur l'évolution, puis l'état final du système, point particulièrement crucial dans le choix des voies expérimentales employées pour obtenir des régimes à confinement amélioré. La valeur minimale du profil de facteur de sécurité, ainsi que sa localisation, s'est révélée particulièrement déterminante. Enfin, la synergie entre onde hybride basse et onde cyclotronique électronique a été mise en évidence dans les conditions réalistes d'une décharge longue, ou l'ECCD est utilisée à des fins de contrôle du profil de courant.

Ce travail a notamment permis de confirmer les possibilités de contrôle du profil de courant offertes par l'utilisation simultanée des ondes LH et EC, en dépit du fait que les simulations présentées ont révélé les difficultés inhérentes à ces scénarios. Le courant de bootstrap et le chauffage des électrons jouent un rôle dominant et influencent le dépôt de puissance de l'onde hybride basse. Ceci ouvre la voie de possibilités de contrôle du profil de courant, mais l'effet obtenu n'est jamais la simple superposition des effets des deux ondes. La maîtrise de ce type de scénario constitue une étape indispensable pour l'obtention des régimes les plus intéressants du point de vue d'un futur réacteur à fusion.

Chapitre 7

Scénarios combinés : aspect expérimental

7.1 Introduction

Comme discuté dans les deux chapitres précédents, l'intérêt de l'association de l'onde hybride basse et de l'onde cyclotronique électronique apparaît au cours de l'étude théorique et numérique des scénarios combinés, confirmant les observations déduites des expériences qui y ont été consacrées jusqu'à ce jour [149, 150, 179]. Par un choix approprié des paramètres d'injection de l'onde cyclotronique électronique, il est possible de bénéficier d'un effet de synergie entre les ondes : les électrons suprathermiques sont soumis aux effets croisés de la puissance hybride basse et cyclotronique électronique. Ceci permet de générer un courant globalement supérieur à la somme des courants associés à chaque onde prise séparément. En particulier, cet effet se traduisant par une augmentation de l'efficacité EC, ce supplément de courant possède un caractère local (au même titre que le courant EC), ce qui constitue une caractéristique très intéressante dans l'optique de l'obtention d'un profil de courant compatible avec les paramètres du tokamak avancé [8] (voir chapitre 5).

Concernant le profil de courant, le chapitre 6 a permis d'illustrer la possibilité d'obtenir des régimes performants, à cisaillement magnétique inversé. Dans ces conditions réalistes, il a été notamment démontré que le système tendait vers un état final stationnaire, au sein duquel la synergie entre les deux ondes était effectivement observée et mise à profit [49].

Du point de vue expérimental, comme déjà souligné, les décharges combinant les ondes LH et EC ont été étudiées sur un nombre relativement restreint de machines [149,150,179]. Ceci est dû, entre autres, à la contrainte imposée par la nécessité de disposer d'un système à la fréquence hybride basse et d'un système à la fréquence cyclotronique électronique (FCE) qui soient capables de délivrer de manière fiable une puissance suffisante pour observer les effets croisés. En particulier, ces effets sont assez difficiles à analyser et leur interprétation impose d'une part de disposer de diagnostics appropriés (ECE[1], HXR[2]...) et d'autre part d'obtenir une reproductibilité suffisante pour séparer les différents phénomènes.

Les tokamaks FTU [180] et Tore Supra [7] sont particulièrement adaptés à l'étude de

[1]ECE : Electron Cyclotron Emission.
[2]HXR : Hard X-Ray.

ces décharges. Tous deux disposent des systèmes radiofréquence appropriés, le premier étant notamment capable de délivrer une densité de puissance très élevée dans des conditions s'approchant de celle d'un futur réacteur [180], le second de maintenir une décharge stationnaire pendant un temps très long [7]. FTU dispose d'un système à la fréquence hybride basse [112] et d'un système à la fréquence cyclotronique électronique [76] qui sont utilisés de manière routinière. Tore Supra est doté d'un système à la fréquence hybride basse ayant permis d'atteindre des régimes performants [111]. L'installation et la mise en fonction du système FCE sont en revanche assez récents et les premières expériences utilisant l'onde cyclotronique électronique ont été réalisées en Octobre 1999 [14, 157].

Le plan de ce chapitre est le suivant : les expériences réalisées sur FTU font l'objet de la première partie. Après une brève présentation des caractéristiques de la machine, une décharge s'appuyant sur l'onde hybride basse seule, au cours de laquelle le cisaillement magnétique était inversé, sera présentée, puisqu'elle a été notamment utilisée pour préparer la simulation des décharges LH+EC. Ces expériences combinées seront ensuite examinées, à travers quelques décharges particulièrement intéressantes. La deuxième partie est consacrée à la présentation des expériences réalisées sur Tore Supra. L'utilisation de l'onde cyclotronique électronique présente un caractère encore assez préliminaire sur cette machine et la plupart de ces expériences ont été dédiées à la validation du nouveau système, dont on discutera quelques points. Néanmoins, quelques décharges combinées ont pu être réalisées et seront donc présentées.

7.2 Expériences sur FTU

7.2.1 Le tokamak FTU

Le tokamak FTU [180] est basé à Frascati, en Italie. Il s'agit d'une machine de grand rayon $R_0 = 93.5$cm et de petit rayon $a_0 = 30$cm (plasma circulaire) dont l'une des principales caractéristiques est d'offrir la possibilité d'étudier les décharges à haute densité (jusque $n_{e0} \sim 10^{14}\text{cm}^{-3}$), grâce à une valeur élevée du champ magnétique sur l'axe (jusque $B_0 \sim 8$T). Ces caractéristiques confèrent à FTU une place particulière dans les recherches relatives aux futurs réacteurs. Disposant principalement de systèmes de chauffage électronique, il se distingue par une très forte densité de puissance absorbée par le plasma grâce au système à la fréquence hybride basse et au système à la fréquence cyclotronique électronique dont les principales caractéristiques sont les suivantes :

Système LH : Du fait des régimes à haute densité électronique étudiés sur FTU, l'accessibilité de l'onde hybride basse (voir section 4.3) impose l'utilisation d'une fréquence plus élevée que dans les machines opérant à des densités plus "traditionnelles", c'est à dire plus basses. La puissance est donc délivrée par cinq gyrotrons chacun étant capable de fournir 1MW. En sortie des générateurs, 5MW de puissance totale sont donc disponibles, ce qui se traduit par une puissance $P_{lh} \lesssim 3MW$ dans le plasma[3], à la fréquence $f_{lh} = 8$GHz et pendant une seconde. Une autre caractéristique de FTU est la possibilité d'explorer divers spectres hybrides, en modifiant le phasage

[3] A la différence de l'onde cyclotronique électronique dont la propagation est quasi-optique, la transmission de la puissance hybride basse au plasma se traduit par des pertes qui peuvent être assez importantes.

des éléments du coupleur [116]. Ainsi, la valeur centrale de l'indice parallèle à l'antenne est telle que $1 < n_{\|0} < 3.8$ et la latitude sur le spectre s'étend d'un spectre très directif à un spectre totalement symétrique[4]. Ce système, ainsi que certaines performances relatives à l'efficacité de génération de courant à haute densité qu'il a permis d'atteindre, est notamment décrit dans la référence 112.

Système EC : Le système à la fréquence cyclotronique électronique est basé sur quatre gyrotrons en mesure chacun de délivrer environ 500kW, les pertes dans la ligne de transmission jusqu'au plasma étant faibles du fait, entre autres, des propriétés de propagation quasi-optique de l'onde. 2MW peuvent donc être disponibles dans le plasma. La fréquence est $f_{ec} = 140$GHz et l'impulsion peut durer entre 0.5 et 1s. Comme il est d'usage pour l'onde cyclotronique électronique, l'injection de l'onde est effectuée par l'intermédiaire d'un jeu de miroirs articulés.

Du point de vue des diagnostics, la machine dispose en particulier d'un système de diffusion Thomson (TS) [181] pour la mesure de la densité et de la température électronique ainsi que d'un système d'analyse de l'émission cyclotronique électronique (ECE) très performant [182], permettant de mesurer la température électronique avec la possibilité d'observer certaines caractéristiques des électrons suprathermiques [41]. De surcroît, pour deux des décharges présentées ici (n° 18181 et n° 18639), la caméra d'analyse du rayonnement X à haute énergie (HXR) habituellement utilisée sur Tore Supra [140] était installée sur FTU, ce qui a permis une observation plus précise de la dynamique des électrons rapides.

7.2.2 Expérience LH sur FTU

Une phase particulièrement délicate de la description des décharges LH+EC est la modélisation du dépôt de l'onde hybride basse (voir section 4.3). Par conséquent, du point de vue du modèle K+T (voir chapitre 6), il est légitime de fixer comme première étape la description des décharges LH. Le but principal est de qualifier les différents éléments du modèle, en adaptant ses paramètres de manière à obtenir un accord quantitatif tangible avec les mesures des diagnostics disponibles sur la machine. Il s'agit d'un passage nécessaire avant d'augmenter la complexité par l'inclusion des effets croisés entre les deux ondes.

Décharge n° 12975

Une décharge LH de FTU a été prise comme référence, l'idée étant de parvenir à reproduire notamment le comportement de la température électronique. Ceci implique l'utilisation d'un modèle de transport adapté, ainsi que d'un niveau de diffusion radiale permettant d'obtenir un accord avec l'expérience, étant donnés que ces deux phénomènes physiques sont dépendants de la géométrie du plasma et donc de la machine sur laquelle sont effectuées les expériences.

La décharge en deutérium n° 12975 est caractérisée par une densité linéique moyenne $n_{e,l} \equiv 1/a_0 \int_0^{a_0} dr n_e(r) = 4.5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, un courant plasma $I_p = 350$kA, un champ magnétique sur l'axe $B_0(0) = 5.5$T et une charge effective, mesurée par l'analyse du rayonnement de freinage visible et de la diffusion Thomson $Z_{eff} \approx 2.8$. La puissance hybride nécessaire pour obtenir un régime totalement non inductif est $P_{lh} = 900$kW, avec

[4]Dans ce dernier cas, l'onde est utilisée en chauffage pur aux électrons.

un spectre piqué autour de $n_{\|0} = 1.5$. Sur la figure 7.1, l'évolution temporelle des principales quantités du plasma est illustrée : la densité linéique mesurée par interférométrie (laser DCN), la puissance hybride au coupleur, la tension par tour, la quantité $\beta_p + l_i/2$, représentative de l'énergie stockée dans le plasma, ainsi que la température centrale mesurée par diffusion Thomson (TS).

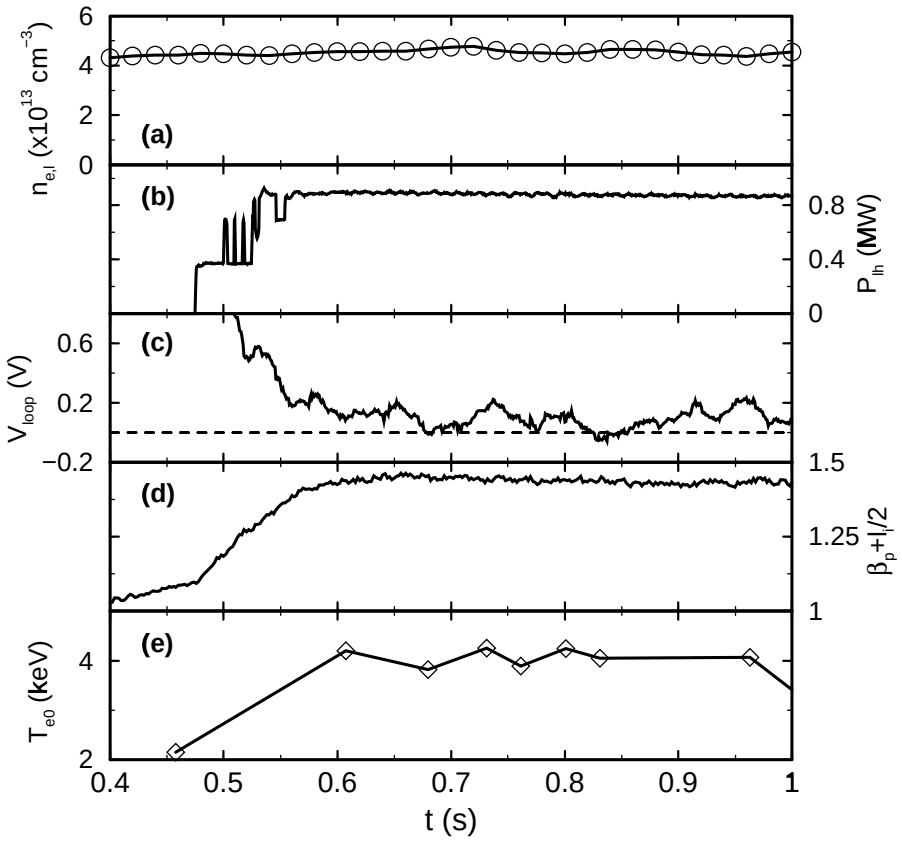


FIG. 7.1 – Evolution temporelle des différents paramètres de la décharge n° 12975. Les différentes quantités représentées sont : *(a)* densité linéique moyenne (DCN) ; *(b)* puissance hybride ; *(c)* tension par tour ; *(d)* $\beta_p + l_i/2$; *(e)* température centrale (TS).

L'onde a été injectée pendant 0.5s à un niveau de puissance $P_{lh} \approx 900$kW, et il apparaît que la température thermique au centre passe de 2.1keV à 4.3keV. Pendant la phase hybride, la tension par tour est nulle : la totalité du courant provient alors de l'onde et du bootstrap (voir chapitre 1, section 1.7). Pendant la phase ohmique, des dents de scie sont observées, caractéristiques de la présence de la surface $q = 1$ au sein de la décharge [183]. En revanche, le régime LHCD ne laisse pas apparaître d'événement MHD remarquable. Pour cette décharge, le profil de q n'était malheureusement pas disponible expérimentalement[5].

[5]Dans ce cas, il est courant d'utiliser un code d'équilibre pour inférer le profil de courant à partir des mesures de bord, mais l'incertitude demeure alors importante, particulièrement dans le cas où ce profil est

En ce qui concerne la modélisation, la démarche suivie consiste à utiliser un profil de température et de q initiaux calculés par le code de transport à l'aide des paramètres de la décharge puis, selon la même procédure que dans le chapitre 6, calculer le dépôt de puissance et le courant généré résultant à l'aide du code cinétique [85]. Le résultat obtenu autorise un nouveau calcul du profil de facteur de sécurité, du profil de courant de bootstrap et de la tension par tour. Il est très important de souligner, à ce point, que la démarche est différente de celle qui a été suivie pour les simulations prédictives présentées dans le chapitre 6 : le but était alors la recherche d'un état stationnaire, déterminé par la fin de la diffusion résistive du profil de courant. Pour cette étude expérimentale, en revanche, la chronologie réelle de la décharge est prise comme référence et les profils présentés ne sont généralement pas stationnaires (au sens du terme tel qu'il a été défini dans la section 6.3.1).

Du point de vue de la modélisation du transport de la chaleur, le modèle Bohm gyro-Bohm a été utilisé, avec les coefficients et la fonction de cisaillement publiés dans la référence 9, au sein du code ASTRA[6] [174]. La diffusion des électrons suprathermiques, en revanche, est nettement plus difficile à diagnostiquer et en l'absence d'observation directe du rayonnement X à haute énergie, plusieurs valeurs du niveau de turbulence magnétique (voir section 4.4) ont été testées avec l'objectif de reproduire le profil de température observé par la mesure de diffusion Thomson.

Sur la figure 7.2, le profil de courant généré par l'onde hybride basse pendant la phase LH a été représenté, ainsi que le profil de q associé, en l'absence de diffusion radiale et pour deux valeurs non nulles du niveau de turbulence magnétique, se traduisant par des coefficients de diffusion radiale $D_0(0) \equiv D_t(r = 0, v_\parallel = v_{th}) \approx 0.1\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$ et $D_0(0) \approx 0.3\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$ (voir section 4.4.2).

Etant donné le profil de dépôt de l'onde, nettement hors de l'axe, le profil de facteur de sécurité obtenu est très inversé, notamment dans le cas où la diffusion radiale n'est pas prise en compte. Il est important de souligner que dans ce cas précis, il est nécessaire de postuler l'existence d'un faible courant ohmique résiduel au centre de la décharge, de manière à éviter une valeur de q_0 trop élevée, qui rendrait numériquement impossible le calcul par le code ASTRA.

Pour les trois valeurs du coefficient de diffusion radiale ainsi déterminées, la température électronique a été calculée et le meilleur accord entre expérience et modélisation a été obtenu pour $D_0(0) = 0.1\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$. Ce résultat est illustré sur la figure 7.3. La valeur obtenue pour le coefficient de diffusion radiale est compatible avec la plage de valeurs discutées dans la référence 139. Par conséquent, dans toute la suite des simulations, $D_0(0) = 0.1\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$ sera pris comme référence[7]. Sans mesure du profil de facteur de sécurité, seule l'observation du développement d'une éventuelle activité MHD est utilisable. Dans cette décharge, l'absence de dents de scie permet d'obtenir une indication sur la valeur minimale de q ($q > 1$ sur tout le petit rayon).

fixé principalement par la puissance HF.

[6]La modification de ces paramètres ne serait admissible qu'à l'issue d'une étude complète portant sur un grand nombre de décharges, ce qui sort largement du cadre de notre exposé.

[7]Ce point est discutable puisque rien n'indique que le niveau de turbulence radiale reste constant d'une décharge à l'autre. Toutefois, en l'absence de mesures, le fait de fixer une valeur de référence est sans doute la méthode la plus sûre.

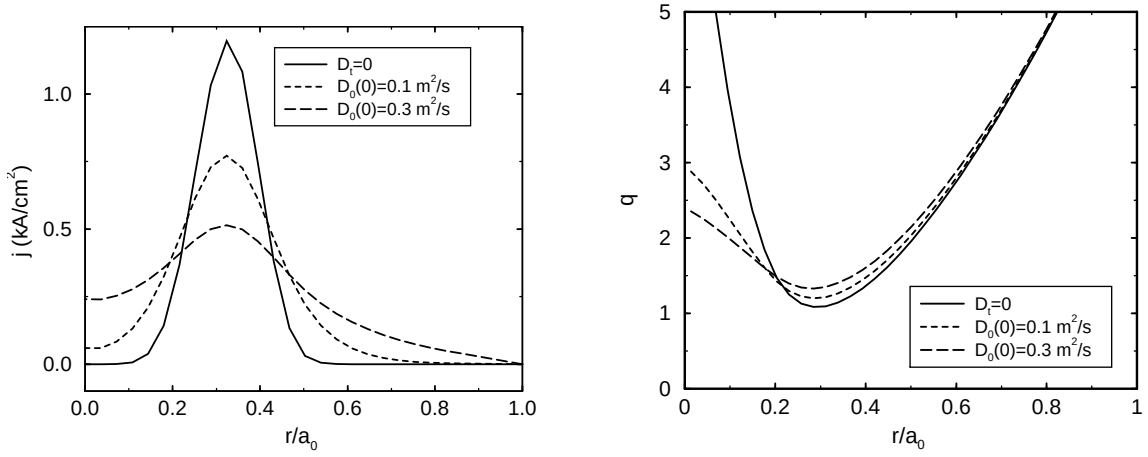


FIG. 7.2 – *(a)* Profil de courant généré par l'onde hybride basse pour trois valeurs du coefficient de diffusion radiale dans la décharge n° 12975 : $D_0(0) = 0$ *(trait plein)*, $D_0(0) = 0.1\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$ *(tirets courts)* et $D_0(0) = 0.3\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$ *(tirets longs)*. En *(b)* sont représentés les profils de q correspondants.

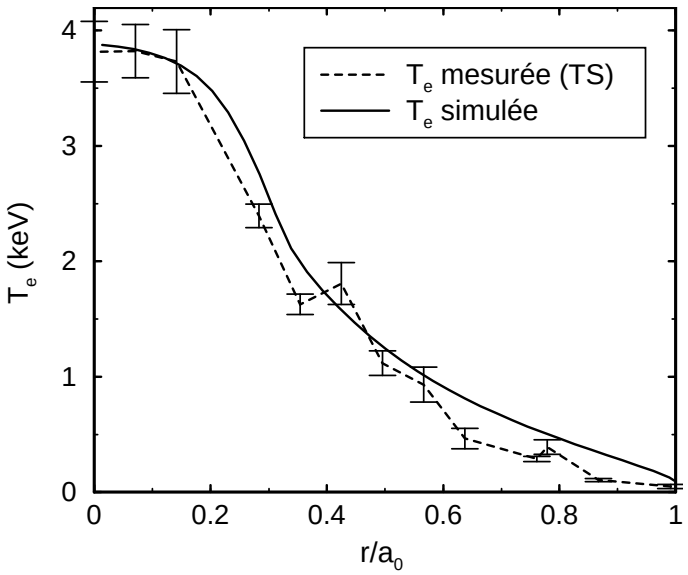


FIG. 7.3 – Comparaison de la température électronique mesurée *(Trait pointillé)* et simulée *(Trait plein)* pour la décharge n° 12975 et pour $D_0(0) = 0.1\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$.

Signalons enfin qu'une description complète des différentes études effectuées sur la décharge n° 12975 peut être trouvée dans la référence [184].

7.2.3 Expériences LH+EC sur FTU

Comme souligné dans la section 7.2.1, le tokamak FTU offre la possibilité d'utiliser l'onde cyclotronique électronique et l'onde hybride basse de manière simultanée. Dans le but de poursuivre la validation du modèle dans les conditions d'opération de la machine, la suite logique de l'étude de la modélisation d'une décharge LH à cisaillement inversé est l'étude d'une décharge similaire, dans la mesure du possible, mais incluant un certain niveau de puissance à la fréquence cyclotronique électronique.

Décharge n° 12685

Du point de vue de la similarité avec la décharge n° 12975 présentée dans la section 7.2.2, la décharge n° 12685 de FTU est particulièrement intéressante. Il s'agit d'un scénario où l'onde à la fréquence cyclotronique électronique a été lancée pendant la phase LHCD. L'évolution des différentes paramètres de ce plasma est représentée sur la figure 7.4 où figurent la densité linéique moyenne, les puissances LH et EC (pour des raisons de lisibilité, cette dernière est multipliée par deux), la tension par tour, $\beta_p + l_i/2$ et la température centrale mesurée par la diffusion Thomson.

Suivant le même principe que pour l'étude de la décharge n° 12975, la température électronique pendant la phase hybride a été simulée. Pour ce faire, le dépôt hybride correspondant aux conditions expérimentales à $t = 0.635$s a été calculé, puis injecté dans le code ASTRA afin de déterminer les profils de q et de température correspondants. Le niveau de turbulence magnétique, ainsi que les coefficients de transport thermiques sont inchangés par rapport aux valeurs obtenues au cours de la modélisation de la décharge n° 12975. Le dépôt EC en présence d'onde hybride basse est ensuite calculé en utilisant le code Fokker-Planck. Le résultat obtenu montre que celui-ci est approximativement situé sur l'axe. Ceci permet d'obtenir à nouveau la température et le profil de q pendant la phase LH+EC, à $t = 0.693$s. La figure 7.5 illustre le résultat dans chaque phase : LH et LH+EC.

Il apparaît tout d'abord qu'un accord global entre les températures mesurées et simulées est obtenu pendant la phase LH. Le profil de température issu du code ASTRA entre dans les barres d'erreur expérimentales. En revanche, la simulation de la phase LH+EC donne un résultat nettement moins satisfaisant. En particulier, la simulation conduit à une surestimation de la température électronique dans toute la région centrale du plasma. Ce point trouve cependant son explication lors de l'examen du signal ECE recueilli sur les canaux du polychromateur de FTU [182] et reproduit sur la figure 7.6, pour les trois voies les plus centrales du diagnostic.

L'examen de cette courbe permet de mettre tout d'abord en évidence un régime de dents de scie pendant la phase ohmique *(cadre 1)*. Caractéristique de la présence de la surface $q = 1$ dans le plasma, ces dents de scie disparaissent en présence de puissance hybride, signe de la disparition de cette surface sous l'effet de l'onde. La figure 7.7(a) représente un agrandissement du signal expérimental pendant la phase ohmique.

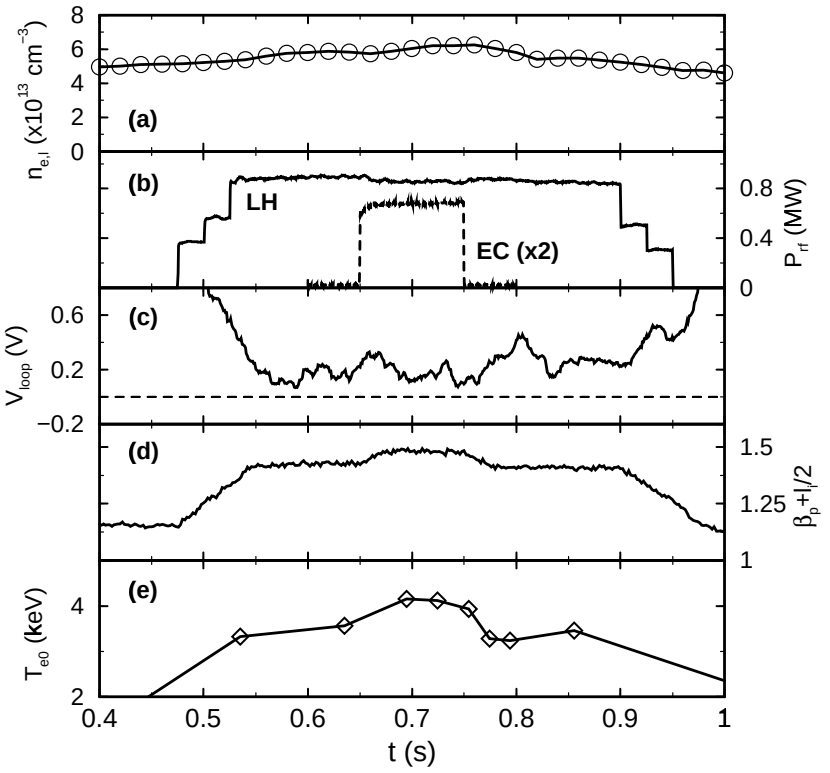


FIG. 7.4 – Evolution temporelle des différents paramètres de la décharge n° 12685. Les différentes quantités représentées sont : *(a)* densité linéique moyenne (DCN) ; *(b)* puissance hybride et cyclotronique électronique ($\times 2$) ; *(c)* tension par tour ; *(d)* $\beta_p + l_i/2$; *(e)* température centrale (TS).

L'étude du signal ECE représenté sur la figure 7.6 révèle également le développement d'une activité MHD se traduisant par d'importantes relaxations de la température centrale pendant la phase LH+EC *(cadre 2)*. Un agrandissement de ces signaux est donné sur la figure 7.6*(b)*.

Les résultats des simulations de cette décharge donnent un profil de q inversé, dont la valeur minimale est proche de 1, ce qui pourrait déclencher un mode MHD de type *kink interne* [185]. Cependant, en l'absence d'une mesure de profil de courant, l'identification fiable et claire de cet événement est essentiellement spéculative et en tout état de cause, son étude est au delà des objectif du travail présentée ici. En revanche, on peut expliquer la surestimation de la température centrale issue de la simulation par le fait que le modèle n'inclut pas les phénomènes MHD. Ce point permet donc de dégager une perspective d'évolution du modèle.

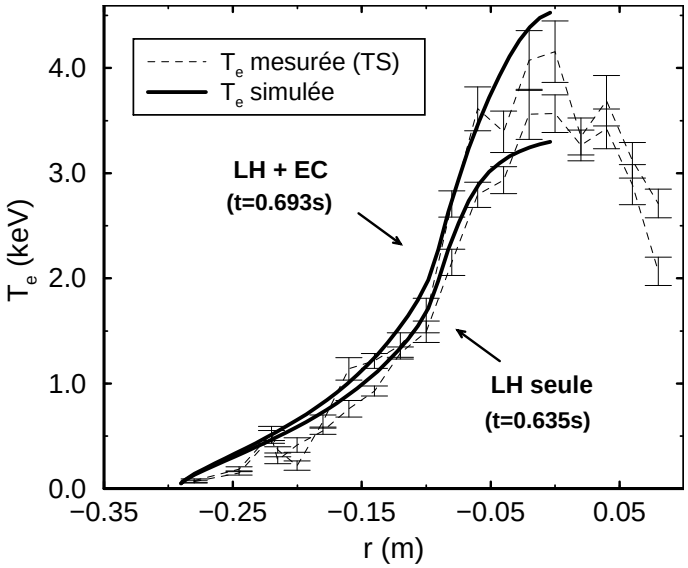


FIG. 7.5 – Comparaison de la température électronique mesurée *(Trait pointillé)* et simulée *(Trait plein)* pour la décharge n° 12685 pendant la phase LH, puis pendant la phase LH+EC.

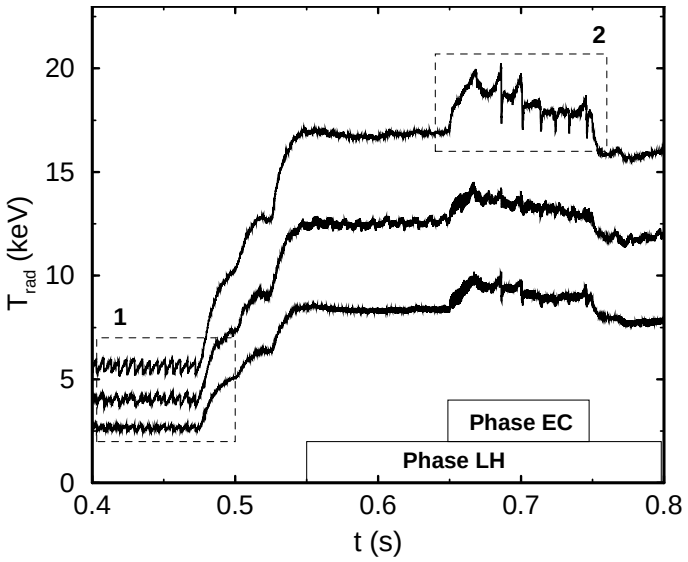


FIG. 7.6 – Température radiative mesurée par le polychromateur ECE pendant le choc n° 12865. Les trois voies illustrées ici sont centrales et les phases LH et LH+EC ont été indiquées. La phase ohmique *(cadre 1)* et la phase LH+EC *(cadre 2)* sont agrandies sur les figures 7.6*(a)* et *(b)*.

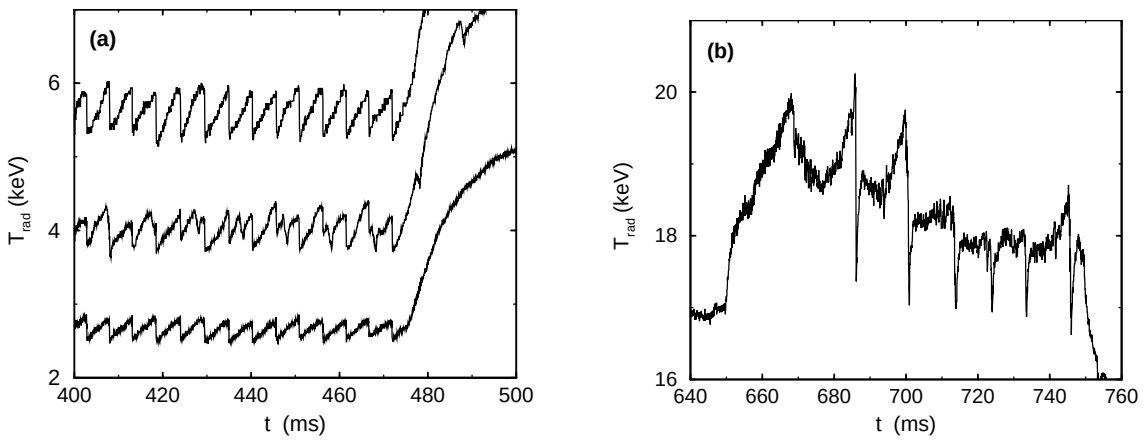


FIG. 7.7 – Agrandissement de la figure 7.6. *(a)* Phase ohmique : les dents de scie apparaissent très clairement. *(b)* Phase LH+EC : Relaxations rapides de la température centrale.

Décharge n° 18181

Après les expériences LH+EC préliminaires dont la décharge n° 12685 constitue un exemple, de nouveaux efforts expérimentaux ont été accomplis sur FTU afin d'améliorer la compréhension des mécanismes physiques à l'œuvre dans ce type de scénario. En particulier, la caméra d'analyse du rayonnement X à haute énergie de Tore Supra [140] a été installée sur FTU, à l'occasion d'un arrêt prolongé du tokamak français. Son avantage principal est d'autoriser une observation directe du comportement des électrons suprathermiques produits par les deux ondes.

Le scénario de la décharge n° 18181 a été spécialement conçu de manière à obtenir une absorption de l'onde cyclotronique électronique directement sur la queue créée par l'onde hybride. Les puissances respectives sont P_{lh} = 600kW et P_{ec} = 600kW. Dans cette expérience, le champ magnétique central a été fixé à $B_0(0)$ = 7.2T afin d'éviter toute interaction entre l'onde et le corps de la fonction de distribution. La résonance froide est alors en dehors de la machine. En l'absence d'une queue rapide, l'onde EC ne serait pas absorbée par le plasma. Un point crucial de ce type d'expérience est donc que l'absorption complète de l'onde au premier passage est assez délicate à obtenir. En effet, s'il est relativement aisé d'obtenir une absorption complète de la puissance sur les électrons du corps de la fonction de distribution [33], la création d'une queue contenant suffisamment d'électrons pour l'absorber est nettement moins évidente [57]. En outre, du fait des réflexions multiples de l'onde sur les parois de la machine, l'absorption de l'onde est possible même au sein d'un plasma optiquement mince, éventuellement après plusieurs réflexions. Le schéma physique simple de propagation de l'onde EC s'en trouve alors nettement compliqué, en particulier du fait de la difficulté de caractériser le coefficient de réflexion de l'enceinte interne. Par conséquent, il est très important d'être en mesure de quantifier expérimentalement la puissance effectivement absorbée. A cet effet, on utilise deux sondes radiofréquence, situées en des endroits différents de la paroi de FTU afin

de mesurer la puissance non absorbée par le plasma et d'en déduire le coefficient $\eta_{ec} \equiv P_{abs}/P_{inj}$.

Comme expliqué dans le chapitre 5, un choix judicieux des paramètres de d'injection de l'onde EC permet d'optimiser la synergie entre les deux ondes. Cependant, dans un premier temps et afin de constituer une situation de référence, l'onde est envoyée perpendiculairement au champ magnétique de confinement ($n_{\|0} = 0$), en polarisation ordinaire. Le fait d'utiliser une propagation perpendiculaire permet en outre de simplifier au maximum le problème de la polarisation de l'onde, le mode ordinaire étant alors obtenu pour une polarisation linéaire (voir chapitre 3). L'optimisation des paramètres d'injection de l'onde sera effectuée au cours d'une prochaine campagne expérimentale.

L'évolution des différents paramètres de la décharge n° 18181 est représentée sur la figure 7.8 : densité linéique, puissances radiofréquence, tension par tour, température radiative et température électronique centrale.

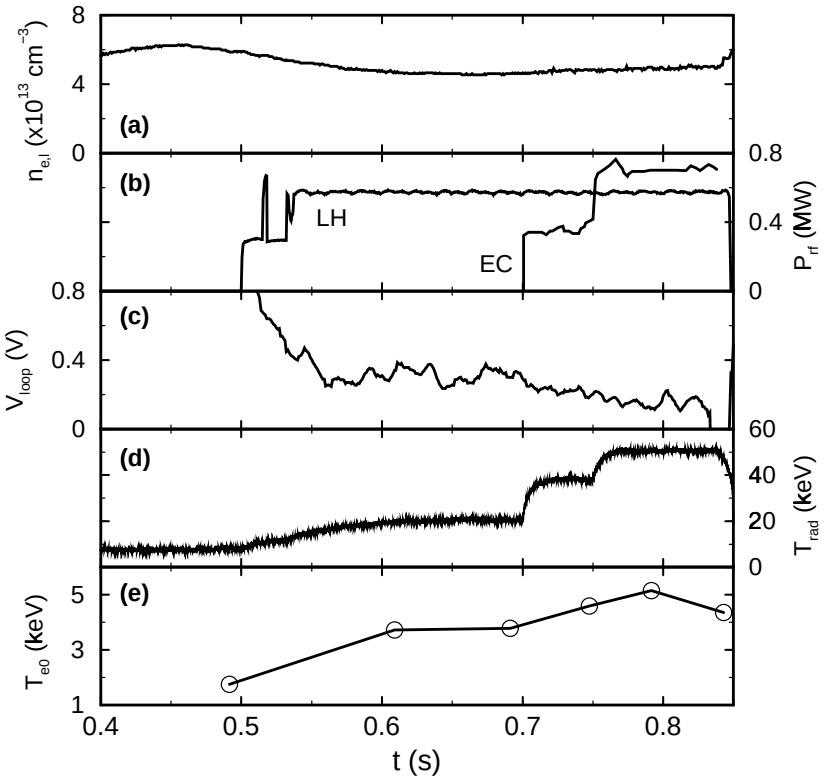


FIG. 7.8 – Evolution des différents paramètres de la décharge n° 18181. Les différentes quantités représentées sont : *(a)* Densité linéique moyenne (DCN) ; *(b)* Puissance hybride et cyclotronique électronique ; *(c)* Tension par tour ; *(d)* Température radiative (polychromateur ECE ; $R = 94.4$cm) ; *(e)* Température électronique centrale (TS).

La tension par tour passe d'environ 0.32V pendant la phase LH à 0.1V pendant la phase LH+EC, ce qui implique une augmentation du courant généré $\Delta I_p \approx 90$kA. L'onde

cyclotronique électronique étant envoyée perpendiculairement au champ magnétique, elle ne transmet aucune impulsion parallèle aux électrons et ce courant est donc dû au champ électrique résiduel et à la conductivité chaude [79]), ainsi qu'à l'excitation d'électrons en présence d'une résistivité asymétrique en $v_{\|}$ créée par l'onde hybride basse (voir chapitre 5).

Les effets des ondes sur les électrons suprathermiques peuvent être observés à l'aide de la caméra HXR ou de l'interféromètre de Michelson. La température radiative mesurée par ce dernier diagnostic (figure 7.8(d)) permet plus particulièrement d'observer l'effet croisé des ondes sur les électrons rapides. Afin de modéliser le rayonnement mesuré par l'interféromètre, le code de tracé de rayon présenté dans la section 2.2.4 est utilisé. Toutefois, le paramètre η_{ec} est inconnu : la paroi interne de FTU est composée de tuiles de molybdène et d'acier, le tout constituant une structure de géométrie complexe dont la réflectivité dépend de l'état de la paroi, qui varie de décharge à décharge. On suppose donc que les réflexions sur les parois sont de nature non spéculaire : la directivité et la polarisation de l'onde sont perdues au cours de ces réflexions. Finalement, le meilleur résultat a été obtenu pour $\eta_{ec} \approx 70\%$ et la comparaison expérience-simulation est illustrée sur la figure 7.9 pour les phases LH, puis LH+EC.

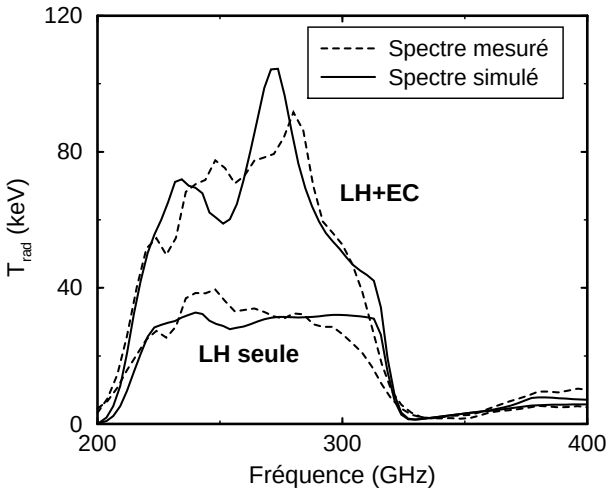


FIG. 7.9 – Comparaison des spectres d'émission mesuré *(tirets)* et simulé *(trait plein)*. L'augmentation de température radiative pendant la phase LH+EC est due à l'interaction de l'onde EC avec les électrons suprathermiques de la queue LH.

La largeur du pic observé entre pour 200keV $\lesssim f_{ce} \lesssim$ 300keV provient du fait que l'onde n'est pas absorbée en un seul passage. Il est important de souligner, toutefois, que η_{ec} est une valeur très satisfaisante, correspondant à une absorption de bonne qualité de la puissance EC par la queue suprathermique. Il s'agit donc d'un résultat majeur [144].

Après cette étape visant à déterminer la qualité de l'absorption de l'onde cyclotronique électronique, la décharge est analysée du point de vue du transport, ce qui permet d'obtenir la température thermique électronique. A l'aide du modèle K+T, les températures expérimentales et simulées sont comparées. Le résultat est représentée sur la figure 7.10,

pendant la phase LH, puis pendant la phase LH+EC.

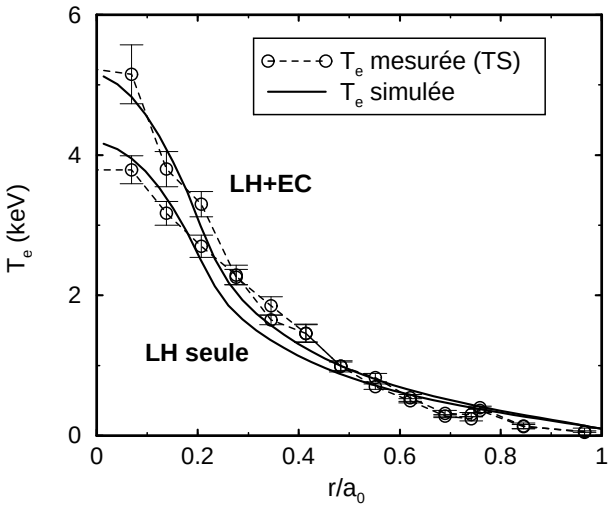


FIG. 7.10 – Comparaison de la température électronique mesurée *(Trait pointillé)* et simulée *(Trait plein)* pour la décharge n° 18181 pendant la phase LH, puis pendant la phase LH+EC.

On constate que la température simulée est globalement en bon accord avec la mesure du diagnostic de diffusion Thomson. Plus généralement, l'accord obtenu du point de vue des températures radiatives (voir figure 7.9 et thermique 7.10) dans ce scénario majoritairement basé sur l'interaction onde-électrons suprathermiques montre que le modèle K+T, outre sa valeur prédictive, largement discuté au cours du chapitre 6, peut être utilisé à des fins interprétatives.

Décharge n° 18369

Enfin, l'étude de l'absorption de l'onde EC par le corps de la fonction de distribution a également été effectuée, durant cette campagne expérimentale. Ainsi, lors de la décharge n° 18369, le champ magnétique central est fixé à $B_0(0) = 5.3$T et la résonance EC se trouve approximativement sur l'axe magnétique de la machine. La densité électronique est maintenue à une valeur assez basse afin de minimiser la collisionnalité et la puissance LH choisie est suffisamment haute pour stabiliser l'activité MHD mais reste comparable à la puissance EC. Ces conditions sont telles que l'effet de chauffage du plasma est maximisé. Le courant toroïdal vaut $I_p \approx 350$kA, $P_{lh} \approx 600$kW. L'évolution de certaines quantités du plasma est représentée sur la figure 7.11 : densité linéique moyenne (DCN), puissances radiofréquence, tension par tour, $\beta_p + l_i/2$ et température thermique au centre (TS).

Sur la figure 7.12, deux profils de température mesurés respectivement pendant la phases LH et la phase LH+EC sont représentés. Lorsque 350kW de puissance à la fréquence cyclotronique électronique sont injectés dans le plasma, une élévation très importante de la température est observée, dans une large région centrale. Pendant la courte période où

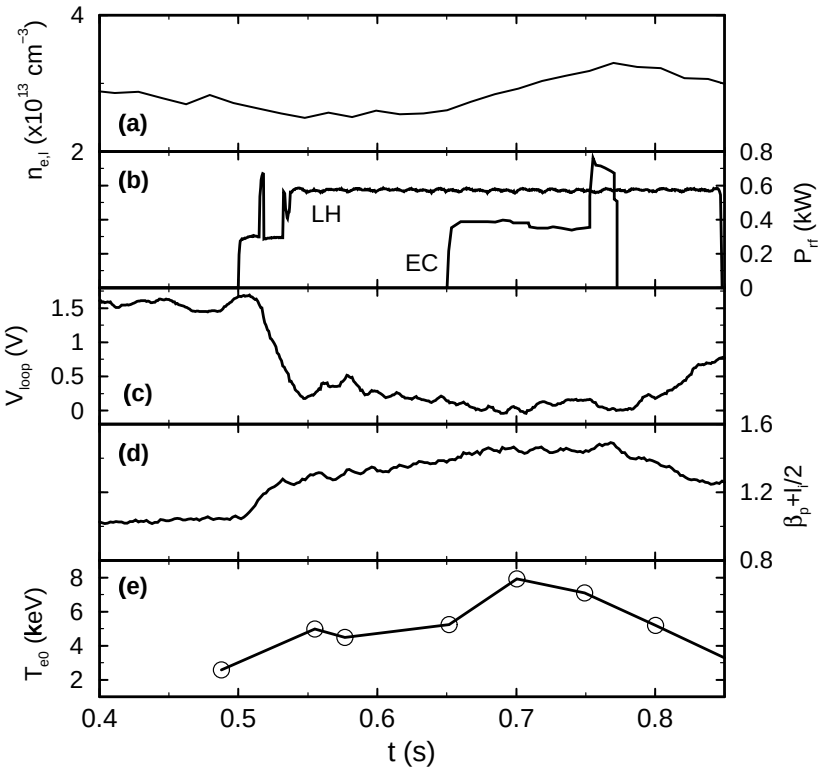


FIG. 7.11 – Evolution des différents paramètres de la décharge n° 18369. Les différentes quantités représentées sont : *(a)* Densité linéique moyenne (DCN) ; *(b)* Puissance hybride et cyclotronique électronique ; *(c)* Tension par tour ; *(d)* $\beta_p+l_i/2$; *(e)* Température centrale (TS).

la puissance EC atteint 600kW, cet effet se confirme, mais est atténué probablement du fait de l'augmentation de densité.

En dépit de cette température élevée, le polychromateur ne mesure pas d'activité MHD particulière. En outre, la caméra observant le signal HXR ne relève pas de modification substantielle de la distribution des électrons rapides, ce qui tend à indiquer que le profil de courant généré ne subit pas de changement significatif.

Du point de vue de la simulation, la figure 7.12 révèle également un désaccord entre simulation et expérience pendant la phase LH+EC, pour ce scénario. En particulier, la température centrale issue du calcul est assez largement sous-estimée. La température centrale étant très élevée, une première hypothèse naturelle est de supposer que l'onde hybride basse est absorbée au premier passage, ce que ne peut reproduire de manière fiable le modèle d'absorption LH utilisé ici (voir chapitre 4, section 4.3). Afin d'éliminer cette possibilité, un profil de courant LH exactement proportionnel au signal mesuré par la caméra HXR a été utilisé[8] mais le désaccord persiste. Ceci n'est guère surprenant puisque

[8]Supposer le signal X proportionnel au dépôt de puissance LH est une bonne approximation, comme

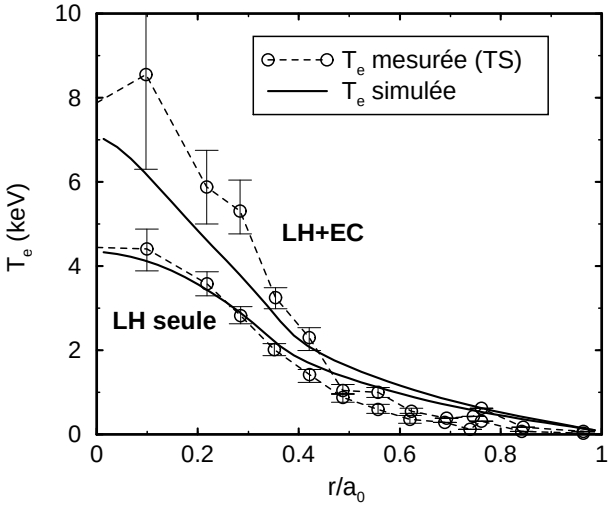


FIG. 7.12 – Comparaison de la température électronique mesurée *(Trait pointillé)* et simulée *(Trait plein)* pour la décharge n° 18369 pendant la phase LH, puis pendant la phase LH+EC.

une analyse approfondie montre que les profils de dépôt LH mesuré et simulé sont en réalité très proches.

Après un examen approfondi, il paraît vraisemblable que le modèle de transport utilisé, de type Bohm-gyroBohm, n'est pas en mesure de décrire convenablement le régime observé. Ainsi, le modèle de transport thermique a été modifié et plus précisément, la fonction de cisaillement a été modifiée en substituant $s_m - 0.5$ à s_m, où s_m est le cisaillement magnétique (voir chapitre 6, section 6.2.2). Les autres coefficients du modèle sont inchangés. Cette méthode permet de retrouver un bon accord, comme illustré sur la figure 7.13.

La substitution de s_m par $s_m - 0.5$ dans l'expression de la fonction de cisaillement n'est pas innocente et en fait, il s'agit de la modification attendue en présence d'un mécanisme de stabilisation supplémentaire, par exemple l'effet de β fini[9]. Cependant, il est clair que modifier les coefficients empiriques d'un modèle de transport de manière à améliorer l'accord avec l'expérience pour une ou quelques décharges ne constitue pas une démarche physique très satisfaisante. Un tel travail impose en effet de valider ce modèle sur un grand nombre de décharges, comme dans les références 9 et 170. Elle a toutefois l'avantage de montrer que le profil de température expérimental peut être simulé par une modification adéquate du modèle de transport thermique. A l'inverse, l'accord n'a pas été obtenu en modifiant le coefficient de diffusion radiale ou les caractéristiques du dépôt hybride. Moyennant ces observations, l'hypothèse d'une amélioration supplémentaire du confinement pendant la phase LH+EC est donc privilégiée. Sa confirmation nécessite la réalisation de nouvelles

indiqué dans la référence 186.

[9]Le cisaillement de rotation a un effet similaire, mais est probablement marginal, dans ces décharges puisque les ondes ne transmettent quasiment pas d'impulsion au plasma.

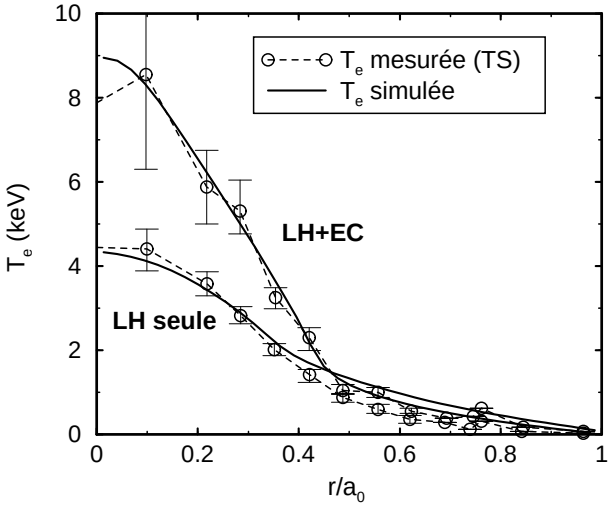


FIG. 7.13 – Comparaison de la température électronique mesurée *(Trait pointillé)* et simulée *(Trait plein)* pour la décharge n° 18369 pendant la phase LH, puis pendant la phase LH+EC après modification du modèle de transport de la chaleur *(voir texte)*.

expériences, ainsi qu'un effort théorique afin de confirmer ce résultat, qui pourrait se révéler très intéressant pour les expériences combinées futures.

7.3 Expériences sur Tore Supra

7.3.1 Le tokamak Tore Supra

Le tokamak Tore Supra [7] tient une place importante dans le cadre des recherches consacrées aux futurs réacteurs à fusion. Doté d'un bobinage supraconducteur, de systèmes radiofréquence adaptés et de capacités d'extraction de puissance en continu, il est à même d'étudier les décharges longues et performantes. Il s'agit d'une machine dont le grand rayon est $R_0 = 232$cm et le petit rayon $a_0 = 76$cm, le plasma étant de section circulaire. L'utilisation de bobines refroidies à l'hélium superfluide (1.8K sous 1 atmosphère) permet de maintenir en permanence le champ sur l'axe, dont la valeur est $B_0(0) \lesssim 4.2$T. Le courant plasma est $I_p < 1.7$MA. Du point de vue des systèmes de chauffage, Tore Supra dispose d'un système d'ondes à la fréquence cyclotronique ionique (utilisable en chauffage aux ions ou aux électrons par couplage à l'onde rapide), un système d'injection d'ondes à la fréquence hybride basse et un système d'injection d'ondes à la fréquence cyclotronique électronique. Les caractéristiques principales de ces deux derniers sont les suivantes :

Système LH : La puissance radiofréquence est générée par des klystrons et est injectée dans le plasma par l'intermédiaire de 2 coupleurs dont chacun est en mesure de délivrer jusque 4MW dans le plasma. La fréquence de l'onde est $f_{lh} = 3.7$GHz et la puissance disponible dans le plasma est d'au plus 8MW. Le phasage des différents éléments du grill permet d'obtenir un spectre étroit, dont la valeur centrale est

telle que $1.7 < n_{\|0} < 2.3$ [187]. Conçu pour l'étude des décharges longues, une caractéristique originale de ce système est sa capacité à injecter l'onde pendant plusieurs dizaines de secondes en toute sécurité grâce à un système de surveillance (caméras infrarouges) et de protection (refroidissement actif) compatibles avec les contraintes imposées pendant ce type d'expérimentation [116].

Système EC : Le développement des générateurs de puissance à la fréquence cyclotronique électronique capables de produire une onde pendant un temps long constitue un défi technologique ambitieux et l'onde cyclotronique électronique a été injectée dans un plasma de Tore Supra en octobre 1999 pour la première fois [14]. La fréquence choisie est $f_{ec} = 118$GHz et la puissance disponible dans ces premières expérimentations était $P_{ec} \approx 350$kW, un seul gyrotron prototype étant alors couplé aux lignes de transmission (guides d'onde surdimensionnés corrugués). A terme, 3MW seront injectés dans le plasma par 6 gyrotrons pendant 5 secondes ou 2.4MW pendant 210 secondes. Il est à noter que le système a été testé sur charge *(dummy load)* et a délivré une puissance de 300kW pendant un temps supérieur à une centaine de seconde, ce qui constitue un record mondial [14]. Du point de vue de l'antenne, 6 miroirs fixes recueillent la puissance issue des guides d'ondes et la réfléchissent vers 3 miroirs mobiles permettant d'injecter le faisceau avec un angle toroïdal compris entre -30 et 30 degrés et un angle poloïdal permettant de couvrir la quasi-totalité de la section du plasma.

En ce qui concerne les moyens de mesure, Tore Supra dispose notamment d'un diagnostic d'analyse du rayonnement de freinage *(bremsstrahlung)* émis par les électrons du plasma [140], dont certains aspects ont déjà été évoqués dans la section 7.2.3 puisque le système a également été utilisé sur FTU [144]. Ce diagnostic est constitué de deux caméras observant 59 lignes de visée. La caméra horizontale dispose ainsi de 21 détecteurs alors que la caméra verticale est composée de 38 lignes de visée (voir figure 7.14). Ceci permet, par inversion d'Abel, de reconstruire les profils d'émissivité dans la gamme de fréquence X à haute énergie [135].

Un autre diagnostic important est le radiomètre super-hétérodyne, analysant le rayonnement cyclotronique électronique pour 16 fréquences différentes. Etant donnée la relation univoque entre le champ magnétique et la distance à l'axe de symétrie de la machine, cette mesure permet de reconstruire un profil de température électronique [41]. Il convient de noter que ce diagnostic est sensible au rayonnement d'une éventuelle population suprathermique.

7.3.2 Expériences EC sur Tore Supra

Les premières expériences utilisant l'onde cyclotronique électronique ont eu lieu en octobre 1999 sur Tore Supra. Le tube[10] prototype a démontré sa capacité à délivrer une puissance de 350kW dans des plasmas ohmiques ou LH pendant des durées atteignant 2s. Le premier harmonique du mode ordinaire était utilisé et la température électronique a été mesurée par le radiomètre super-hétérodyne. A titre d'exemple, sur la figure 7.15, la réponse de plusieurs canaux de ce diagnostic ECE est représentée pendant une décharge

[10] Le terme "tube" se réfère au gyrotron.

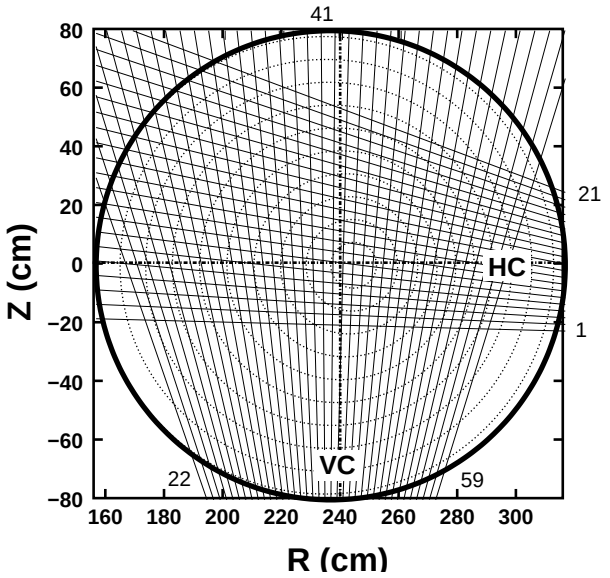


FIG. 7.14 – Cordes de mesure du diagnostic de tomographie X-durs sur Tore Supra. La caméra horizontale (HC) est composée de 21 voies alors que la caméra verticale (VC) en compte 38.

(n° 27865) où l'onde cyclotronique électronique et l'onde hybride basse ont été utilisées, les puissances n'étant néanmoins pas été couplées simultanément. Dans le cas présenté ici, les paramètres du plasma sont $R_0 = 225$cm, $a_0 = 70$cm, $I_p = 1.0$MA et $B_0(0) = 3.8$T .

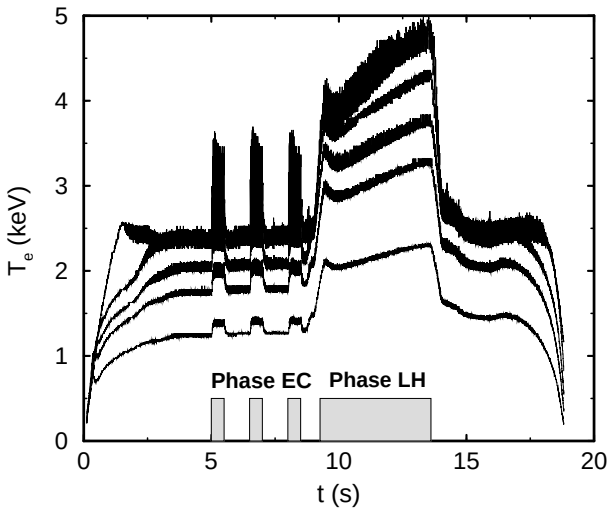


FIG. 7.15 – Température mesurée par les cinq voies les plus centrales du radiomètre ECE pour la décharge n° 27865 pendant la phase EC et pendant la phase LH.

On constate que, du fait de la localisation du dépôt de puissance EC, l'augmentation de température due à l'onde cyclotronique électronique est proportionnellement très importante pour $P_{ec} = 0.35$MW par rapport à l'augmentation provoquée par $P_{lh} = 4.2$MW de puissance hybride basse.

Comme il a été souligné plusieurs fois au cours de ces lignes, l'un des avantages les plus significatifs de l'onde cyclotronique électronique est la bonne localisation du dépôt de puissance. Du point de vue des études physiques, cette caractéristique se révèle particulièrement intéressante puisque le terme source de puissance est bien connu et l'analyse de la réponse du plasma permet d'en étudier, par exemple, les propriétés de transport électronique [188–190].

Dans le chapitre 5, on a montré que l'observation d'effets croisés des ondes LH et EC sur les électrons suprathermiques fixait des contraintes sur le lieu de l'interaction onde-plasma, dans l'espace des vitesses comme dans l'espace des configurations. Plus généralement, pour toutes les études physiques, il est nécessaire de connaître le profil de dépôt de puissance. Afin de le déterminer, le signal mesuré par les différents canaux du radiomètre super-hétérodyne est exploité. Ainsi, en supposant constante la densité durant la montée de la puissance de l'onde, le profil de puissance est relié au signal de température par la formule [15]

$$p_{ec}(r) = \frac{3}{2} T_e(r) \left[\left. \frac{dT_e}{dt} \right|_{t_0+\Delta t} - \left. \frac{dT_e}{dt} \right|_{t_0-\Delta t} \right] \tag{7.1}$$

t_0 est l'instant d'injection de la puissance EC. Afin d'établir cette formule, on suppose que la montée de puissance est très rapide (par rapport aux temps quasilinéaire et de collisions). La limite inférieure de Δt est imposée par le niveau du bruit superposé au signal mesuré. Cette valeur doit être la plus faible possible. Dans la plupart des cas étudiés ici, la présence de dents de scie imposait $\Delta t \gtrsim 4$ms.

La détermination de la dérivée du signal mesuré par le radiomètre est rendue très délicate par ces dents de scie, qui se superposent à la montée de température observée à l'injection de puissance dans le plasma. Ici, une technique de filtrage SVD[11] a été utilisée [191, 192]. Sur la figure 7.16, on a représenté le signal mesuré par quatre voies centrales du radiomètre super-hétérodyne sans traitement (a), puis après filtrage SVD (b) pour la décharge n° 27865. La ligne verticale dénote l'instant de tir de l'onde cyclotronique électronique.

Les dents de scie n'apparaissent plus sur le signal traité et il est possible d'évaluer la dérivée temporelle de celui-ci, afin de déterminer le dépôt de puissance (voir équation (7.1)).

En dépit de l'efficacité de cette méthode de filtrage, certaines décharges demeurent difficiles à étudier, en particulier du fait de la modification des propriétés des dents de scie en présence de puissance radiofréquence [193]. Il s'agit malheureusement d'une caractéristique rendant délicat le filtrage par cette méthode [192]. Toutefois, une erreur systématique sur l'angle d'injection de l'onde a pu être détectée, puisque le dépôt simulé était systématiquement décalé par rapport au dépôt déterminée à partir de la mesure. Par exemple, sur la figure 7.17, le dépôt de puissance déterminé expérimentalement est représenté, ainsi que la simulation correspondante, pour la décharge n° 28011, où l'angle

[11] Singular Value Decomposition.

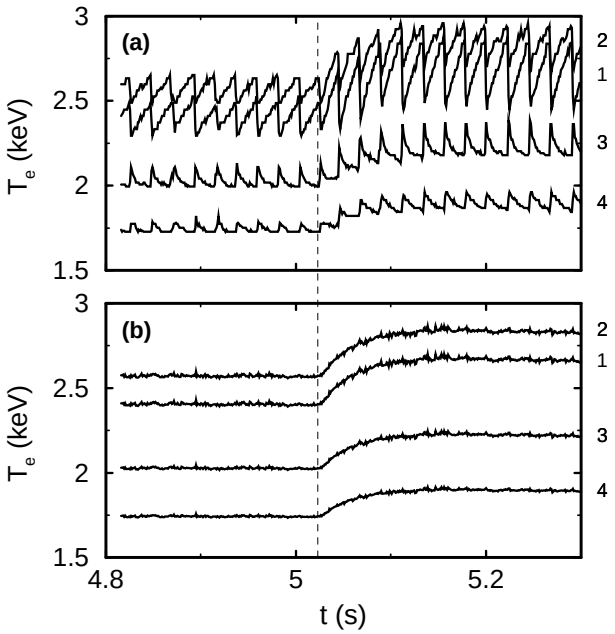


FIG. 7.16 – Filtrage SVD du signal mesuré par les quatre voies centrales du radiomètre super-hétérodyne, pour la décharge n° 27865. *(a)* Signal mesuré ; *(b)* Signal après traitement. La ligne verticale indique l'instant précis d'injection de l'onde EC et les chiffres à droites se réfèrent aux numéros des cordes du diagnostic.

toroïdal d'injection de l'onde était supposé tel que $\phi_t = 20°$. Après examen du système de miroirs articulés, une erreur été identifiée et corrigée. La valeur réelle de l'angle toroïdal injectée permet de retrouver le dépôt calculé (voir figure).

La qualité de l'accord obtenu sur cette figure est due au fait que peu de dents de scie étaient présentes, dans cette décharge, grâce à la présence de l'onde hybride basse. La méthode de filtrage est donc efficace, dans ce cas de figure, et permet de déduire une valeur fiable de la dérivée de la température électronique. En règle générale, cependant, la détermination précise du dépôt de puissance nécessite l'emploi d'une puissance modulée [15].

Le lecteur intéressé par une discussion plus approfondie des expériences EC de la campagne 1999 sur Tore Supra est invité à se reporter aux références 14, 194 et 157.

7.3.3 Expériences LH+EC sur Tore Supra

Du fait du niveau de puissance EC disponible sur Tore Supra durant cette campagne, les expériences combinant onde hybride basse et onde cyclotronique électronique ont nécessairement un objectif modeste. Par exemple, le contrôle du profil de courant, tel que discuté dans le chapitre 6 implique un niveau de puissance nettement plus élevé[12]. Cependant, l'effet croisé des ondes sur les électrons suprathermiques peut être observable,

[12]On rappelle que, dans toutes les simulations du chapitre 6, $P_{ec} \approx P_{lh} = 3$MW.

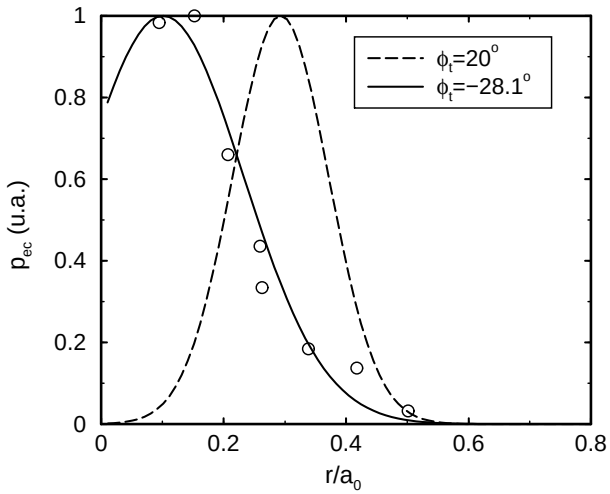


FIG. 7.17 – Dépôt de puissance EC déduit des mesures du radiomètre ECE *(cercles vides)* et simulé par le code de tracé de rayon pour *(a)* $\phi_t = 20°$ et *(b)* $\phi_t = -28.1°$.

grâce au diagnostic de rayonnement X à haute énergie, permettant d'observer directement la dynamique de ces populations [140].

Au cours de la décharge n° 28011, les deux ondes étaient présentes simultanément. Sur la figure 7.18, les niveaux puissances sont représentées en fonction du temps, pour chacune des ondes. S'agissant d'un plasma plus particulièrement dédié à l'étude des propriétés de l'onde hybride basse, la puissance EC a été appliquée en fin de plateau de puissance, sous la forme de trois créneaux d'une seconde.

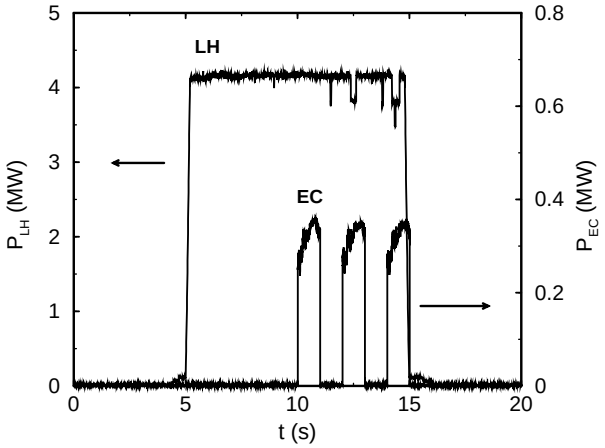


FIG. 7.18 – Puissances LH *(axe de gauche)* et EC *(axe de droite)* en fonction du temps pour la décharge n° 28011.

Les électrons suprathermiques ont été observés par le spectroscope mesurant le rayonnement X à haute énergie et le signal mesuré par la corde n° 42, verticale et passant approximativement par le centre du plasma (voir figure 7.14) est représenté sur la figure 7.19.

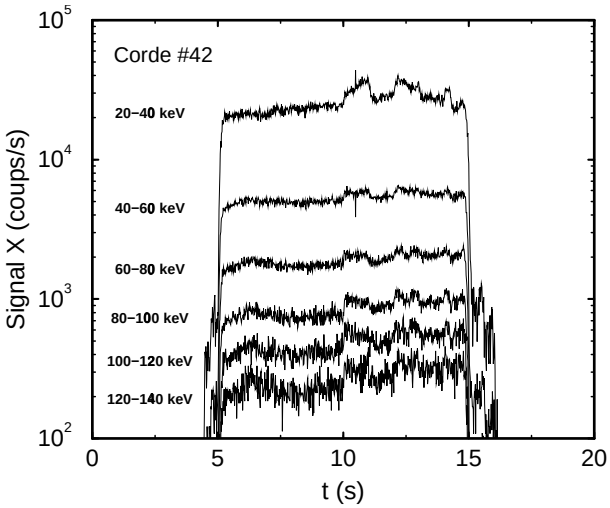


FIG. 7.19 – Emission HXR en fonction du temps pour la corde n° 42 (corde verticale visant approximativement le centre de la décharge) pour les différents canaux en énergie. La phase LH+EC se traduit par une réponse sur tous les canaux du diagnostic.

On observe tout d'abord une réponse des électrons suprathermiques pendant le créneau hybride, ce qui est normal puisque l'onde hybride basse excite directement ces électrons [135]. Les trois créneaux de puissance EC apparaissent également, clairement sur la voie $20-40$keV en accord avec les propriétés de l'interaction de cette onde avec le plasma (voir chapitre 2). Toutefois, on observe également une réponse des canaux à haute énergie du diagnostic pendant ces créneaux, ce qui est la signature claire d'un effet croisé.

L'utilisation de toutes les cordes du diagnostic HXR permet de reconstruire un profil d'émissivité locale [140]. Sur la figure 7.20, le profil correspondant au canal $60-80$keV est représenté pendant la phase LH, ainsi que pendant la phase LH+EC. La contribution de l'onde cyclotronique électronique estimée, déduite des profils reconstruits est en accord qualitatif avec les simulations Tracé de rayons/Fokker-Planck[13].

Le diagnostic HXR donne également accès au spectre en énergie de photon, qui est une information sur la structure du plateau suprathermique. Ainsi, sur la figure 7.21, on a représenté le spectre en énergie pendant la phase LH, puis pendant la phase LH+EC.

A partir de la pente du spectre, il est possible de déduire de cette courbe la température de photon [135] et on peut observer que celle-ci passe de $T_{ph} = 32.8 \pm 1.7$keV à $T_{ph} = 35.6 \pm 2.8$keV. En d'autres termes, l'augmentation d'énergie des suprathermiques est proportionnellement plus importante pour les électrons les plus rapides, ce qui confirme la

[13] La combinaison de ces deux types de codes permet de décrire précisément la propagation et l'absorption de l'onde cyclotronique électronique en présence d'une distribution non maxwellienne [147].

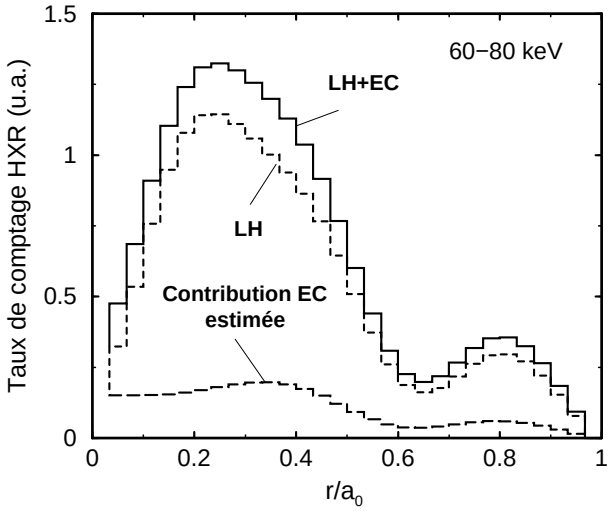


FIG. 7.20 – Profil d'émissivité HXR pour le canal en énergie 60 − 80keV pendant les phase LH *(trait pointillé)* et LH+EC *(trait plein)*. La contribution EC est déduite de la soustraction entre les deux courbes LH+EC et LH.

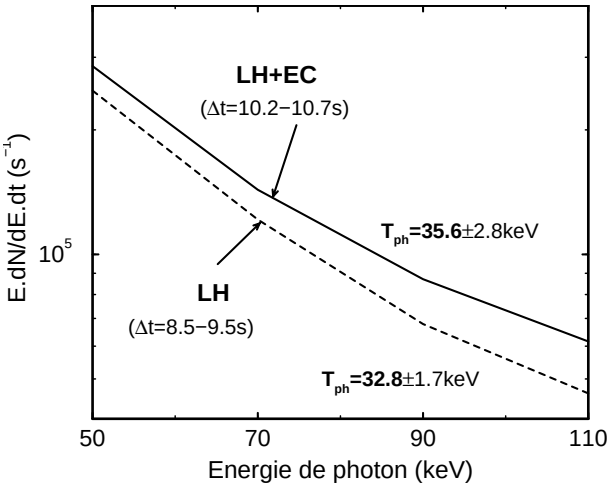


FIG. 7.21 – Spectres en énergie pendant la phase LH *(trait pointillé)* puis pendant la phase LH+EC *(trait plein)*.

présence de l'effet croisé observé sur la figure 7.19.

Enfin, afin de modéliser la dynamique des électrons rapides, le code cinétique présenté au chapitre 4 est utilisé. Le rayonnement X correspondant aux fonctions de distribution simulées est calculé par l'intermédiaire d'un module *ad hoc*, autorisant ainsi la comparaison directe avec les données expérimentales. Le résultat obtenu dans la gamme d'énergie 60 − 80keV est représenté sur la figure 7.22.

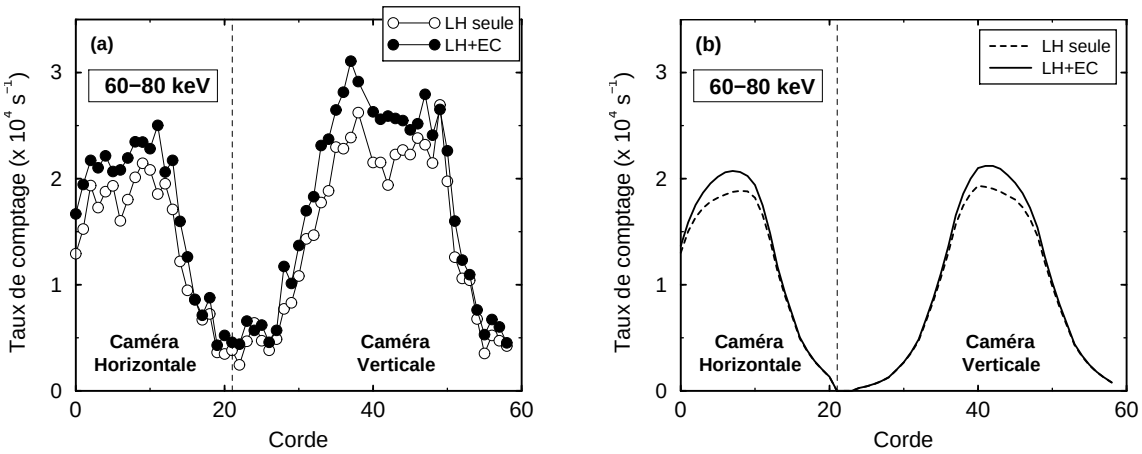


FIG. 7.22 – Profils d'émissivité intégrée expérimental *(a)* et simulé *(b)* pour le canal $60 - 80$keV en fonction de l'indice repérant la corde de visée pour la décharge n° 28011 pendant la phase LH *(cercles vides et trait pointillé)* et pendant la phase LH+EC *(cercles pleins - trait plein).*

L'accord obtenu est satisfaisant, étant donnée la faible différence de niveau entre les signaux mesurés pendant les phases LH et LH+EC. Le dépôt simulé est légèrement trop étroit, en dépit de la prise en compte des effets de diffusion radiale (voir chapitre 4, section 4.4), ce qui est une caractéristique commune à nombre de modèles de dépôt LH. En revanche, l'amplitude des signaux mesurés et simulés et en bon accord.

Il est à noter que ce résultat a été obtenu en utilisant l'angle d'injection corrigé dans le code cinétique (voir figure 7.17). L'utilisation de $\phi_t = 20°$ ne permet de de décrire aucun effet croisé des ondes. Ceci confirme la nécessité d'optimiser soigneusement les paramètres d'injection de l'onde afin d'observer cet effet croisé. (voir chapitre 5).

7.4 Conclusion

Si les expériences combinant les ondes hybride basse et cyclotronique électronique sont encore assez peu nombreuses, elles ont permis d'observer un certain nombre de caractéristiques particulièrement stimulantes en vue de la préparation de nouveaux scénarios. Le bon accord global entre modélisation et mesure est également encourageant et montre que le modèle K+T peut être utilisé pour d'interpréter les résultats expérimentaux.

Sur FTU, deux régimes d'absorption de l'onde EC pendant la phase stationnaire, caractéristique innovante de ces expériences, ont été identifiés. Dans le premier, la queue d'électrons rapides créée par l'onde LH est directement responsable de l'absorption de la puissance EC. Un bon accord entre simulation et expérience est obtenu en admettant que l'onde n'est pas absorbée au premier passage, comme le confirment les détecteurs radiofréquence placés dans l'enceinte de confinement. Dans le second, la puissance est absorbée par les électrons thermiques et se traduit par une augmentation de température

suggérant le déclenchement d'un régime à confinement très amélioré dans lequel, outre le cisaillement magnétique, d'autres mécanismes de stabilisation pourraient être impliqués. La reproduction et l'explication complète de ce dernier phénomène motivent de nouveaux efforts théoriques et expérimentaux.

Sur Tore Supra, en dépit du caractère préliminaire des expériences utilisant l'onde cyclotronique électronique, les premières observations sont très stimulantes, puisqu'un effet croisé des deux ondes sur les électrons rapides a été observé et simulé avec succès. Ces simulations ont également permis de révéler un problème d'alignement des miroirs, qui a pu être corrigé en prévision de la prochaine campagne expérimentale. En fait, la principale limitation provient du faible niveau de puissance EC disponibles et de nouvelles expériences devront être menées à l'avenir, afin d'observer clairement la synergie, c'est à dire l'augmentation de l'efficacité de l'onde, telle que discutée dans le chapitre 5. A terme, lorsque Tore Supra disposera de sa puissance nominale (3MW), les applications décrites au chapitre 6 pourront être mises à profit afin de contrôler le profil de courant dans les décharges stationnaires.

Conclusions

Parmi les scénarios dont le but est l'établissement et le contrôle d'un profil de courant totalement non inductif et stationnaire, l'association des ondes cyclotronique électronique et hybride basse apparaît comme une voie particulièrement prometteuse. Le développement technologique de systèmes performants, capables de délivrer une puissance continue pendant des temps longs et dans la gamme de fréquence cyclotronique électronique, ouvre la voie à la généralisation de ce type de décharge s'inscrivant dans le cadre général des recherches consacrées au concept du tokamak avancé.

Dans les chapitres 2 et 3, divers éléments de l'application de l'onde cyclotronique électronique pour chauffer le plasma (ECRH) et y générer du courant (ECCD) ont été discutés. Ainsi, au cours du chapitre 2, les processus physiques gouvernant l'interaction entre l'onde et le plasma ont été présentés. Le troisième chapitre a été plus particulièrement consacré au problème de la polarisation des ondes. L'extension du formalisme des équations de modes couplés au cas d'un plasma présentant une température finie a permis de démontrer qu'en présence simultanée d'un fort gradient de température et d'une densité faible, conditions typiques du bord dans certaines décharges, la dépolarisation de l'onde pouvait être importante, ce qui peut entraîner une dégradation de l'absorption. Toutefois, cet effet peut être compensé par un choix judicieux de la polarisation de l'onde au niveau de l'antenne : l'utilisation d'un mélange de modes et non d'un mode pur est alors préconisée.

Le cœur de la description des scénarios combinés est le code cinétique, dont le but est de résoudre l'équation de Fokker-Planck. Le chapitre 4 a été consacré à cet aspect de la modélisation et a permis de proposer des modèles pour la prise en compte des effets des ondes, ainsi que de la diffusion radiale des électrons suprathermiques, qui nécessite l'adjonction de la variable radiale dans la résolution. En particulier, la modélisation de l'onde hybride basse est un point réputé délicat et un modèle simple a été proposé, reproduisant les modifications du dépôt de puissance de l'onde en fonction des paramètres du plasma, dans le régime d'absorption multipassage.

Du point de vue cinétique, une caractéristique particulièrement stimulante des décharges combinées est qu'elles offrent la possibilité de mettre à profit un effet de synergie entre les ondes. Prédit par les simulations cinétiques et observé dans certaines machines où les deux systèmes sont disponibles, cet effet se caractérise notamment par une augmentation

de l'efficacité de génération de courant de l'onde cyclotronique électronique. Sa complexité provient en partie du fait qu'il s'agit d'un phénomène impliquant une coïncidence des domaines d'interaction, à la fois dans l'espace des vitesses et dans l'espace des configurations. Au cours du chapitre 5, un calcul basé sur le formalisme de l'adjoint a été présenté. Moyennant certaines hypothèses, la fonction de réponse en présence d'onde hybride basse a été obtenue, permettant de décrire la modification de la relaxation électronique sous l'effet de la puissance LH. Parallèlement au fait qu'il s'agit de la première démonstration analytique de l'existence d'un effet croisé, ce calcul linéarisé présente un intérêt pratique, puisqu'il permet de guider le choix des paramètres, notamment ceux de l'injection de l'onde cyclotronique électronique, donnant lieu a une synergie entre les deux ondes.

Les décharges où le courant est en grande partie généré de manière non inductive sont particulièrement délicates à décrire, dans la mesure où elles font intervenir simultanément phénomènes cinétiques (interaction onde-plasma, diffusion radiale des électrons rapides...) et phénomènes de transport (diffusion résistive du courant, courant de bootstrap, transport de l'énergie...). Afin de simuler ces expériences, un modèle approprié a été développé, incluant les éléments minimaux d'une modélisation réaliste. Le schéma numérique ainsi construit, présenté au cours du chapitre 6 et baptisé "modèle K+T", s'est révélé à même de prédire l'existence d'un état stationnaire en fonction des conditions de la décharge. Appliqué à la description des scénarios combinés, il a permis de mettre en évidence la synergie LH-EC en conditions réalistes et d'étudier diverses possibilités d'injection de l'onde cyclotronique électronique. Deux conclusions principales peuvent en être tirées. Tout d'abord, l'état stationnaire obtenu dépend des conditions initiales et de l'évolution du système y ayant conduit. Il s'agit d'un point très important du point de vue de l'opération expérimentale d'une décharge, puisque ces résultats montrent que le déroulement chronologique du scénario conditionne le résultat final. La seconde conclusion, tout aussi importante, est la confirmation de la flexibilité supplémentaire apportée par l'onde cyclotronique électronique dans ces décharges, même si ces simulations montrent que l'implémentation expérimentale de tels scénarios n'est pas forcément simple.

Du point de vue expérimental, des progrès significatifs ont été récemment accomplis, particulièrement sur les tokamaks FTU et Tore Supra.

Dans les conditions des plasmas produits sur FTU, deux types de scénarios ont été étudiés. Le premier consistait à utiliser l'onde hybride basse dans le but de créer une population suprathermique et à placer la résonance cyclotronique électronique froide largement en dehors du plasma. Il a été montré que, dans ce cas, l'onde cyclotronique électronique a été absorbée par la queue suprathermique. Un point particulièrement remarquable est que cette absorption a eu lieu pendant la phase stationnaire de la décharge alors que jusque là et pour des raisons pratiques, les expériences avaient montré cet effet uniquement pendant la phase de montée de courant, qui se distingue par des propriétés particulières. Le principe du second scénario était d'utiliser les conditions de confinement créées par l'onde hybride basse pour maximiser l'augmentation de température pendant la phase EC. Les mesures semblent révéler un confinement très amélioré, caractérisé par une température centrale si élevée que les simulations K+T ne peuvent la reproduire qu'au prix d'une modification du modèle de transport. Ceci suggère le recours à un mécanisme supplémentaire

de réduction de la diffusivité thermique, par exemple par l'intermédiaire des effets de beta fini, et nécessitera une étude dédiée, s'accompagnant d'un effort à la fois expérimental et de modélisation.

Sur Tore Supra, les premières expériences utilisant l'onde cyclotronique électronique sont récentes et les quelques décharges LH-EC qui y ont été réalisées présentent donc un caractère assez préliminaire. Néanmoins, un effet croisé des ondes sur les électrons suprathermiques a pu être clairement identifié et reproduit avec succès par les simulations cinétiques, ce qui ajoute à la confiance dans les outils de simulation et ouvre la voie aux expériences des campagnes futures.

Les ondes cyclotroniques électroniques sont de plus en plus utilisées sur les tokamaks sur lesquels sont étudiés les scénarios avancés. Elles y tiennent en effet une place particulière en conférant une certaine souplesse au contrôle du profil de courant non inductif grâce, entre autre, grâce au fait que leur dépôt est relativement peu influencé par l'évolution des conditions de plasma. Leur utilisation conjointe avec l'onde hybride basse s'avère tout particulièrement intéressante puisqu'il est possible de bénéficier d'une part des avantages spécifiques de chaque onde, d'autre part d'un effet de synergie entre elles. Ces dernières années, leur développement s'est accéléré de sorte que, les progrès technologiques dans le domaine des générateurs radiofréquence aidant, il est vraisemblable qu'elles tiendront un rôle de tout premier plan dans l'opération du futur réacteur à fusion thermonucléaire contrôlée.

Annexe A

Schéma numérique du code Fokker-Planck

L'équation de Fokker-Planck moyennée sur le rebond électronique décrivant l'évolution de la fonction de distribution sous l'effet des collisions coulombienne, des ondes hybride basse, cyclotronique électronique et de la diffusion radiale s'écrit formellement (voir section 4.1.2, équation (4.25))

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial t} = A_1\frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + A_2\frac{\partial^2 f}{\partial u \partial \theta} + A_3\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + B_1\frac{\partial f}{\partial \theta} + B_2\frac{\partial f}{\partial u} + \cdots \\ \cdots + C_1\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + C_2\frac{\partial^2 f}{\partial u \partial r} + C_3\frac{\partial f}{\partial r} + Df + E\end{aligned} \tag{A.1}$$

où les coefficients de l'équation sont déterminés par la modélisation utilisée pour les différents phénomènes.

Le schéma numérique est à direction alternée pour les variables θ, u et r. Sur la grille, on suppose que les indices correspondants sont respectivement i, j et k. Par ailleurs, n repère le pas de temps courant. chaque intervalle de temps Δt est subdivisé en trois parties. Pendant le premier tiers de ce pas de temps, les dérivées de f par rapport à u sont calculées de manière implicite alors que les dérivées par rapport à θ et r sont calculées de manière explicite. Au deuxième sous-pas de temps, la variable θ est considérée comme implicite alors que u et r sont explicites. Enfin, le dernier tiers du pas de temps est effectué en considérant que r est implicite u et θ étant explicites.

On détaille ici ces trois étapes. Pour chaque direction (u, θ ou r), la technique utilisée conduit à un système tridiagonal d'équations linéaires, qui est résolu par une méthode d'élimination de Gauss. Les conditions de bord utilisées pour la fonction de distribution sont détaillées au cours du chapitre 4 (voir section 4.1.2) et sont également discutées dans les références 56 et 82.

Première étape : $t \longrightarrow t + \Delta t/3$, u implicite, θ et r explicites

$$\begin{aligned}
\frac{f_{i,j,k}^{n+1/3} - f_{i,j,k}^{n}}{\Delta t/3} = & \frac{A_1}{\Delta\theta^2}\Big[f_{i+1,j,k}^{n} - 2f_{i,j,k}^{n} + f_{i-1,j,k}^{n}\Big] + \cdots \\
& + \frac{A_2}{4\Delta u\Delta\theta}\Big[f_{i,j+1,k}^{n+1/3} - f_{i,j-1,k}^{n+1/3} - f_{i-1,j+1,k}^{n+1/3} + f_{i-1,j-1,k}^{n+1/3}\Big] + \cdots \\
& + \frac{A_2}{4\Delta u\Delta\theta}\Big[f_{i+1,j+1,k}^{n} - f_{i+1,j-1,k}^{n} - f_{i,j+1,k}^{n} + f_{i,j-1,k}^{n}\Big] + \cdots \\
& + \frac{A_3}{\Delta u^2}\Big[f_{i,j+1,k}^{n+1/3} - 2f_{i,j,k}^{n+1/3} + f_{i,j-1,k}^{n+1/3}\Big] \\
& + \frac{B_1}{2\Delta\theta}\Big[f_{i+1,j,k}^{n} - f_{i-1,j,k}^{n}\Big] + \frac{B_2}{2\Delta u}\Big[f_{i,j+1,k}^{n+1/3} - f_{i,j-1,k}^{n+1/3}\Big] + \cdots \\
& + \frac{C_1}{\Delta r^2}\Big[f_{i,j,k+1}^{n} - 2f_{i,j,k}^{n} + f_{i,j,k-1}^{n}\Big] + \cdots \\
& + \frac{C_2}{4\Delta u\Delta r}\Big[f_{i,j+1,k}^{n+1/3} - f_{i,j-1,k}^{n+1/3} - f_{i,j+1,k-1}^{n+1/3} + f_{i,j-1,k-1}^{n+1/3}\Big] + \cdots \\
& + \frac{C_2}{4\Delta u\Delta r}\Big[f_{i,j+1,k+1}^{n} - f_{i,j-1,k+1}^{n} - f_{i,j+1,k}^{n} + f_{i,j-1,k}^{n}\Big] + \cdots \\
& + \frac{C_3}{2\Delta r}\Big[f_{i,j,k+1}^{n} - f_{i,j,k-1}^{n}\Big] + \frac{D}{2}\Big[f_{i,j,k}^{n+1/3} + f_{i,j,k}^{n}\Big] + E
\end{aligned} \tag{A.2}$$

Ce qui donne, en regroupant opportunément les termes

1. Terme en $f_{i,j-1,k}^{n+1/3}$:$-\dfrac{A_3}{\Delta u^2} + \dfrac{B_2}{2\Delta u} + \dfrac{A_2}{4\Delta u\Delta\theta} + \dfrac{C_2}{4\Delta u\Delta r}$
2. Terme en $f_{i,j,k}^{n+1/3}$:$\dfrac{2A_3}{\Delta u^2} - \dfrac{D}{2} + \dfrac{3}{\Delta t}$
3. Terme en $f_{i,j+1,k}^{n+1/3}$:$-\dfrac{A_3}{\Delta u^2} - \dfrac{B_2}{2\Delta u} - \dfrac{A_2}{4\Delta u\Delta\theta} - \dfrac{E_2}{4\Delta u\Delta r}$
4. Terme explicite (complètement connu au pas de temps n)

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{A_1}{\Delta\theta^2} - \frac{B_1}{2\Delta\theta}\right) f_{i-1,j,k}^{n} - \left(\frac{2A_1}{\Delta\theta^2} - \frac{D}{2} - \frac{3}{\Delta t}\right) f_{i,j,k}^{n} + \cdots \\
& + \left(\frac{A_1}{\Delta\theta^2} + \frac{B_1}{2\Delta\theta}\right) f_{i+1,j,k}^{n} + \frac{A_2}{4\Delta u\Delta\theta}\left(f_{i+1,j+1,k}^{n} - f_{i+1,j-1,k}^{n} - f_{i,j+1,k}^{n} + f_{i,j-1,k}^{n}\right) + \cdots \\
& + \frac{A_2}{4\Delta u\Delta\theta}\Big(-f_{i-1,j+1,k}^{n+1/3} + f_{i-1,j-1,k}^{n+1/3}\Big) + E + \left(\frac{C_1}{\Delta r^2} - \frac{C_3}{2\Delta r}\right) f_{i,j,k-1}^{n} - \cdots \\
& - \frac{2C_1}{\Delta r^2} f_{i,j,k}^{n} + \left(\frac{C_1}{\Delta r^2} + \frac{C_3}{2\Delta r}\right) f_{i,j,k+1}^{n} + \cdots \\
& + \frac{C_2}{4\Delta u\Delta r}\Big(f_{i,j+1,k+1}^{n} - f_{i,j-1,k+1}^{n} - f_{i,j+1,k}^{n} + f_{i,j-1,k}^{n}\Big) + \cdots \\
& + \frac{C_2}{4\Delta u\Delta r}\Big(-f_{i,j+1,k-1}^{n+1/3} + f_{i,j-1,k-1}^{n+1/3}\Big)
\end{aligned} \tag{A.3}$$

Deuxième étape : $t + \Delta t/3 \longrightarrow t + 2\Delta t/3$, θ implicite, u et r explicites

$$\begin{aligned}
\frac{f_{i,j,k}^{n+2/3} - f_{i,j,k}^{n+1/3}}{\Delta t/3} &= \frac{A_1}{\Delta\theta^2}\left[f_{i+1,j,k}^{n+2/3} - 2f_{i,j,k}^{n+2/3} + f_{i-1,j,k}^{n+2/3}\right] + \cdots \\
&+\frac{A_2}{4\Delta u\Delta\theta}\left[f_{i+1,j,k}^{n+2/3} - f_{i-1,j,k}^{n+2/3} - f_{i+1,j-1,k}^{n+2/3} + f_{i-1,j-1,k}^{n+1/3}\right] + \cdots \\
&+\frac{A_2}{4\Delta u\Delta\theta}\left[f_{i+1,j+1,k}^{n+1/3} - f_{i-1,j+1,k}^{n+1/3} - f_{i+1,j,k}^{n+1/3} + f_{i-1,j,k}^{n+1/3}\right] + \cdots \\
&+\frac{A_3}{\Delta u^2}\left[f_{i,j+1,k}^{n+1/3} - 2f_{i,j,k}^{n+1/3} + f_{i,j-1,k}^{n+1/3}\right] \\
&+\frac{B_1}{2\Delta\theta}\left[f_{i+1,j,k}^{n+2/3} - f_{i-1,j,k}^{n+2/3}\right] + \frac{B_2}{2\Delta u}\left[f_{i,j+1,k}^{n+1/3} - f_{i,j-1,k}^{n+1/3}\right] + \cdots \\
&+\frac{C_1}{\Delta r^2}\left[f_{i,j,k+1}^{n+1/3} - 2f_{i,j,k}^{n+1/3} + f_{i,j,k-1}^{n+1/3}\right] + \cdots \\
&+\frac{C_2}{4\Delta u\Delta r}\left[f_{i,j+1,k+1}^{n+1/3} - f_{i,j-1,k+1}^{n+1/3} - f_{i,j+1,k-1}^{n+1/3} + f_{i,j-1,k-1}^{n+1/3}\right] + \cdots \\
&+\frac{C_3}{2\Delta r}\left[f_{i,j,k+1}^{n+1/3} - f_{i,j,k-1}^{n+1/3}\right] + \frac{D}{2}\left[f_{i,j,k}^{n+2/3} + f_{i,j,k}^{n+1/3}\right] + E
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Ce qui donne, en regroupant opportunément les termes

1. Terme en $f_{i-1,j,k}^{n+2/3}$:$-\dfrac{A_1}{\Delta\theta^2} + \dfrac{B_1}{2\Delta\theta} + \dfrac{A_2}{4\Delta u\Delta\theta}$
2. Terme en $f_{i,j,k}^{n+2/3}$:$\dfrac{2A_1}{\Delta\theta^2} - \dfrac{D}{2} + \dfrac{3}{\Delta t}$
3. Terme en $f_{i+1,j,k}^{n+2/3}$:$-\dfrac{A_1}{\Delta\theta^2} - \dfrac{B_1}{2\Delta\theta} - \dfrac{A_2}{4\Delta u\Delta\theta}$
4. Terme explicite (complètement connu au pas de temps $n + 1/3$)

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{A_3}{\Delta u^2} - \frac{B_2}{2\Delta u}\right) f_{i,j-1,k}^{n+1/3} - \left(\frac{2A_3}{\Delta u^2} - \frac{D}{2} - \frac{3}{\Delta t}\right) f_{i,j,k}^{n+1/3} + \cdots \\
&+\left(\frac{A_3}{\Delta u^2} + \frac{B_2}{2\Delta u}\right) f_{i,j+1,k}^{n+1/3} + \frac{A_2}{4\Delta u\Delta\theta}\left(f_{i+1,j+1,k}^{n+1/3} - f_{i-1,j+1,k}^{n+1/3} - f_{i+1,j,k}^{n+1/3} + f_{i-1,j,k}^{n+1/3}\right) + \cdots \\
&+\frac{A_2}{4\Delta u\Delta\theta}\left(-f_{i+1,j-1,k}^{n+2/3} + f_{i-1,j-1,k}^{n+2/3}\right) + E + \left(\frac{C_1}{\Delta r^2} - \frac{C_3}{2\Delta r}\right) f_{i,j,k-1}^{n+1/3} - \cdots \\
&-\frac{2C_1}{\Delta r^2} f_{i,j,k}^{n+1/3} + \left(\frac{C_1}{\Delta r^2} + \frac{C_3}{2\Delta r}\right) f_{i,j,k+1}^{n+1/3} + \cdots \\
&+\frac{C_2}{4\Delta u\Delta r}\left(f_{i,j+1,k+1}^{n+1/3} - f_{i,j-1,k+1}^{n+1/3} - f_{i,j+1,k-1}^{n+1/3} + f_{i,j-1,k-1}^{n+1/3}\right)
\end{aligned} \tag{A.5}$$

Troisième étape : $t + 2\Delta t/3 \longrightarrow t + \Delta t$, r implicite, θ et u explicites

$$\begin{aligned}
\frac{f_{i,j,k}^{n+1} - f_{i,j,k}^{n+2/3}}{\Delta t/3} &= \frac{A_1}{\Delta\theta^2}\left[f_{i+1,j,k}^{n+2/3} - 2f_{i,j,k}^{n+2/3} + f_{i-1,j,k}^{n+2/3}\right] + \cdots \\
&+\frac{A_2}{4\Delta u\Delta\theta}\left[f_{i+1,j+1,k}^{n+2/3} - f_{i-1,j+1,k}^{n+2/3} - f_{i+1,j-1,k}^{n+2/3} + f_{i-1,j-1,k}^{n+2/3}\right] + \cdots \\
&+\frac{A_3}{\Delta u^2}\left[f_{i,j+1,k}^{n+2/3} - 2f_{i,j,k}^{n+2/3} + f_{i,j-1,k}^{n+2/3}\right] \\
&+\frac{B_1}{2\Delta\theta}\left[f_{i+1,j,k}^{n+2/3} - f_{i-1,j,k}^{n+2/3}\right] + \frac{B_2}{2\Delta u}\left[f_{i,j+1,k}^{n+2/3} - f_{i,j-1,k}^{n+2/3}\right] + \cdots \\
&+\frac{C_1}{\Delta r^2}\left[f_{i,j,k+1}^{n+1} - 2f_{i,j,k}^{n+1} + f_{i,j,k-1}^{n+1}\right] + \cdots \\
&+\frac{C_2}{4\Delta u\Delta r}\left[f_{i,j,k+1}^{n+1} - f_{i,j,k-1}^{n+1} - f_{i,j-1,k+1}^{n+1} + f_{i,j-1,k-1}^{n+1}\right] + \cdots \\
&+\frac{C_2}{4\Delta u\Delta r}\left[f_{i,j+1,k+1}^{n+2/3} - f_{i,j+1,k-1}^{n+2/3} - f_{i,j,k+1}^{n+2/3} + f_{i,j,k-1}^{n+2/3}\right] + \cdots \\
&+\frac{C_3}{2\Delta r}\left[f_{i,j,k+1}^{n+1} - f_{i,j,k-1}^{n+1}\right] + \frac{D}{2}\left[f_{i,j,k}^{n+1} + f_{i,j,k}^{n+2/3}\right] + E
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Ce qui donne, en regroupant opportunément les termes

1. Terme en $f_{i,j,k-1}^{n+1}$:$-\dfrac{C_1}{\Delta r^2} + \dfrac{C_3}{2\Delta r} + \dfrac{C_2}{4\Delta u\Delta r}$
2. Terme en $f_{i,j,k}^{n+1}$:$\dfrac{2C_1}{\Delta r^2} - \dfrac{D}{2} + \dfrac{3}{\Delta t}$
3. Terme en $f_{i,j,k+1}^{n+1}$:$-\dfrac{C_1}{\Delta r^2} - \dfrac{C_3}{2\Delta r} - \dfrac{C_2}{4\Delta u\Delta r}$
4. Terme explicite (complètement connu au pas de temps $n + 2/3$)

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{A_1}{\Delta\theta^2} - \frac{B_1}{2\Delta\theta}\right)f_{i-1,j,k}^{n+2/3} - \left(\frac{2A_1}{\Delta\theta^2} - \frac{D}{2} - \frac{3}{\Delta t}\right)f_{i,j,k}^{n+2/3} + \left(\frac{A_1}{\Delta\theta^2} + \frac{B_1}{2\Delta\theta}\right)f_{i+1,j,k}^{n+2/3} + \cdots \\
&+\left(\frac{A_3}{\Delta u^2} - \frac{B_2}{2\Delta u}\right)f_{i,j-1,k}^{n+2/3} - \frac{2A_3}{\Delta u^2}f_{i,j,k}^{n+2/3} + \left(\frac{A_3}{\Delta u^2} + \frac{B_2}{2\Delta u}\right)f_{i,j+1,k}^{n+2/3} + \cdots \\
&+\frac{A_2}{4\Delta u\Delta\theta}\left(f_{i+1,j+1,k}^{n+2/3} - f_{i-1,j+1,k}^{n+2/3} - f_{i+1,j-1,k}^{n+2/3} + f_{i-1,j-1,k}^{n+2/3}\right) + \cdots \\
&+\frac{C_2}{4\Delta u\Delta r}\left(f_{i,j+1,k+1}^{n+2/3} - f_{i,j+1,k-1}^{n+2/3} - f_{i,j,k+1}^{n+2/3} + f_{i,j,k-1}^{n+2/3}\right) + \cdots \\
&+\frac{C_2}{4\Delta u\Delta r}\left(-f_{i,j-1,k+1}^{n+1} + f_{i,j-1,k-1}^{n+1}\right) + E
\end{aligned} \tag{A.7}$$

Annexe B

Réponse non locale d'un plasma turbulent

En ce qui concerne la génération de courant, la principale conséquence de la diffusion radiale est de décorréler les profils de courant et de dépôt de puissance de l'onde. Dans ce cas, la réponse du plasma possède un caractère non local, puisque du courant peut être généré hors de la zone d'interaction onde-plasma. Il est possible d'étudier analytiquement certaines caractéristiques de cet effet, suivant les références 154,82 et 85.

On négligera ici les effets relativistes ($\gamma = 1$), ainsi que le terme de champ ambipolaire du coefficient de diffusion radiale (4.70). Ces approximations simplificatrices ne modifient pas la discussion physique qui suit

En présence des collisions coulombiennes, d'une excitation ondulatoire et de diffusion radiale, l'équation (4.22) s'écrit

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \langle \hat{C} f \rangle + \langle \hat{D}_w f \rangle + \langle \hat{D}_t f \rangle \tag{B.1}$$

$\hat{D}_w$ est le coefficient de diffusion quasilinéaire associé à l'effet des ondes radiofréquence et $\hat{D}_t f$ est le terme de diffusion radiale.

$\hat{C}$ est ici l'opérateur de collisions à haute vitesse (4.31). Dans sa version non relativiste, le terme (4.31) s'écrit

$$\hat{C} f \equiv \nu_e \left[\frac{2}{u^2} \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{1}{u} \frac{\partial f}{\partial u} + f \right) + \frac{1 + Z_i}{u^3} \frac{\partial}{\partial \mu} (1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right] \tag{B.2}$$

On utilisera ici le *formalisme de l'adjoint*, initialement introduit par Antonsen et Chu [32]. Suivant la démarche de Fisch [195], on pose $f = f_m(1 + \phi)$ où f_m est la maxwellienne et où la déformation due aux ondes et à la diffusion radiale est $f_m \phi$. L'équation (B.1) stationnaire peut alors s'écrire

$$\hat{L}\phi \equiv \hat{C}(f_m \phi) + \hat{D}_t(f_m \phi) = -(\hat{D}_w f + \hat{D}_t f_m) \tag{B.3}$$

où l'on a utilisé le fait que $\hat{C} f_m = 0$.

Le courant non-inductif total I_{cd} s'écrit

$$I_{cd} \equiv -e \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{u} n_e v_{th} u_\parallel f = -e \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{u} n_e v_{th} u_\parallel f_m \phi \tag{B.4}$$

avec $\mathbf{u} \equiv \mathbf{v}/v_{th}$, $v_{th} = v_{th}(r)$ et $n_e = n_e(r)$ étant respectivement la vitesse thermique et la densité électroniques.

A ce stade, il est utile d'introduire à nouveau la *fonction de réponse* χ, présentée dans la section 2.1.4. On la définit cette fois par la relation[1]

$$I_{cd} \equiv -e \int d\mathbf{r} n_e(r) v_{th}(r) \int d\mathbf{u} \chi \hat{D}_w f \tag{B.5}$$

En remarquant que $\hat{D}_t f_m$ est une fonction paire en $u_\parallel$ et puisque $d\mathbf{u} \equiv 2\pi u_\parallel du_\perp du_\parallel$, I_{cd} s'écrit encore

$$I_{cd} = -e \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{u} n_e v_{th} \chi (\hat{D}_w f + \hat{D}_t f_m) = e \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{u} n_e v_{th} \chi \hat{L} \phi \tag{B.6}$$

On définit l'opération commutative pour deux fonctions $\varphi(\mathbf{u}, \mathbf{r})$ et $\psi(\mathbf{u}, \mathbf{r})$ telle que [10]

$$[\varphi, \psi] \equiv \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{u} \varphi \psi \tag{B.7}$$

et on introduit l'adjoint $\hat{D}^\dagger$ d'un opérateur $\hat{D}$ vérifiant

$$[\varphi, \hat{D}^\dagger \psi] = [\hat{D}\varphi, \psi] \tag{B.8}$$

Ceci permet, en utilisant les relations (B.4) et (B.6) et $d\mathbf{r} = 2\pi r dr$, d'écrire l'*équation adjointe* [32]

$$\hat{L}^\dagger \chi = -u_\parallel f_m \tag{B.9}$$

avec

$$\hat{L}^\dagger \chi = \hat{C}^\dagger (f_m \chi) + \hat{D}_t^\dagger (f_m \chi) \tag{B.10}$$

L'opérateur de collisions présente la propriété $\hat{C}^\dagger(f_m\chi) = f_m \hat{C}\chi$ [195]. On peut également montrer que $\hat{D}_t$ est auto-adjoint [85], ce qui s'écrit $\hat{D}_t \equiv \hat{D}_t^\dagger$. L'égalité (B.10) devient alors

$$\hat{L}^\dagger \chi = f_m \hat{C}\chi + f_m \hat{D}_t \chi \tag{B.11}$$

Et l'équation adjointe (B.9) peut s'écrire

$$\hat{C}\chi + \hat{D}_t \chi = -u_\parallel \tag{B.12}$$

Dans les tokamaks actuels, il est légitime de supposer que les collisions dominent nettement la diffusion radiale. On peut illustrer ceci en introduisant le rapport τ_C/τ_D, représentant les temps caractéristiques des deux phénomènes. En supposant que la longueur caractéristique de la diffusion radiale est le petit rayon a_0 de la machine, on a

$$\frac{\tau_C}{\tau_D} \sim \frac{1}{\nu_e} \frac{D_t}{a_0^2} \left(\frac{v}{v_{th}} \right)^3 \tag{B.13}$$

[1] On peut montrer [10] que la définition de la section 2.1.4 et celle-ci sont équivalentes.

Dans cette expression, ν_e représente la fréquence de collision électron-ion, v_{th} est la vitesse thermique électronique et v la vitesse des électrons considérés.

En utilisant $D_t = 2\pi R_0 q \tilde{b}^2 |v_\parallel|$, $\nu_e = 2\pi e^4 \ln(\Lambda) n_e / m_e^2 v_{th}^3$ et en considérant un plasma tel que $n_{e0} = 4 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$ et $T_{e0} = 5\text{keV}$, on obtient $\nu_e \sim 10000\text{s}^{-1}$ ce qui donne donc, pour des électrons possédant un mouvement purement parallèle ($v = v_\parallel$), l'ordre de grandeur $\tau_C/\tau_D \sim 5 \times 10^{-7}(v/v_{th})^4$. La condition $\tau_C/\tau_D \ll 1$ reste vérifiée même pour des électrons dont la vitesse vaut quelques dizaines de fois la vitesse thermique. Ceci signifie que les collisions dominent largement la diffusion radiale, comme le confirment par ailleurs les observations expérimentales [139]. La conséquence en est que les électrons rapides restent bien confinés, en dépit des pertes occasionnées par la diffusion radiale.

Dans ces conditions, il est légitime d'introduire une linéarisation dans le problème, en introduisant le petit paramètre λ tel que $\hat{D}_t\chi/\hat{C}\chi = \mathrm{O}(\lambda)$ avec $\lambda \equiv u^3 D_t/\nu_e$ caractérisant le rapport de l'importance entre les deux phénomènes. En posant $\chi \equiv \chi_0 + \chi_1$ avec $\chi_1 = \mathrm{O}(\lambda)$, la linéarisation de (B.12) conduit au système

$$\begin{cases} \hat{C}\chi_0 = & -u_\parallel \\ \hat{C}\chi_1 = & -\hat{D}_t\chi_0 \end{cases} \tag{B.14}$$

La première équation de ce système admet comme solution la fonction de réponse de Fisch-Boozer, déjà évoquée dans la section 2.1.4 (voir équation (2.30)) qui s'écrit

$$\chi_0(u,\mu) = \frac{1}{2\nu_e(5+Z_i)} u^4 \mu \tag{B.15}$$

Elle décrit la relaxation collisionnelle des électrons participant au courant : on peut montrer qu'un électron possédant une impulsion initiale (u,μ) dans l'espace des vitesses portera un courant élémentaire χ_0 au cours de sa relaxation [10].

La seconde équation de (B.14) s'écrit [82]

$$u\frac{\partial \chi_1}{\partial u} - \frac{Z_i+1}{2}\frac{\partial}{\partial \mu}(1-\mu^2)\frac{\partial \chi_1}{\partial \mu} = -U(r)\mu|\mu|u^8 \tag{B.16}$$

avec

$$U(r) \equiv \frac{1}{\nu_e v_{th}^3}\frac{1}{r}\frac{d}{dr} r D_0 \frac{d}{dr}\left(\frac{1}{n_e(5+Z_i)}\right) \tag{B.17}$$

où l'on définit la quantité indépendante du rayon $D_0 \equiv D_t/u|\mu|$.

La solution de (B.16) s'écrit [82]

$$\chi_1 = -U(r)\mu|\mu|\frac{u^8}{3Z_i+11}\left(1+\frac{1+Z_i}{8\mu^2}\right) \tag{B.18}$$

Cette quantité représente la correction de la fonction de réponse de Fisch-Boozer en présence d'une réponse non locale. L'intérêt principal d'un tel formalisme est qu'il autorise la prédiction de l'influence de la diffusion radiale sur le courant non inductif total. Pour ce

faire, on utilise l'équation (B.5) avec $\chi = \chi_0 + \chi_1$, ce qui permet de linéariser ce courant en notant $I_{cd} = I_{cd}^0 + I_t$ où

$$I_{cd}^0 \equiv -e \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{u} n_e v_{th} \chi_0 \hat{D}_w f \tag{B.19}$$

correspond au courant obtenu en l'absence de diffusion radiale et

$$I_t \equiv -e \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{u} n_e v_{th} \chi_1 \hat{D}_w f \tag{B.20}$$

est la correction non locale.

Le signe de cette correction dépend de celui de χ_1 et donc de celui de la quantité $U(r)$ (voir équation (B.18)). En suivant Giruzzi [85], on peut négliger la variation radiale de $5 + Z_i$ et établir que la condition $U(r) > 0$ est équivalente à

$$\frac{D_0'}{D_0} > -\frac{n_e''}{n_e'} + 2\frac{n_e'}{n_e} - \frac{1}{r} \tag{B.21}$$

où le signe "prime" désigne la dérivée radiale. Une forme typique de profil de densité dans un plasma de tokamak est $n_e(r) = n_e(0)(1 - r^2/a_0^2)$. La condition (B.21) devient alors

$$-\frac{\tilde{b}'}{\tilde{b}} < -\frac{q'}{2q} + \frac{1}{r}\frac{1 + r^2/a_0^2}{1 - r^2/a_0^2} \tag{B.22}$$

où $\tilde{b} = \tilde{b}(r)$ est le profil de turbulence magnétique, q est le profil du facteur de sécurité.

Dans les régimes classiques d'opération tokamaks, q est souvent croissant sur une large partie du rayon et donc $q' > 0$. $\tilde{b}$ est une grandeur difficile à mesurer mais on considère souvent qu'il s'agit d'une quantité augmentant avec r [196]. En d'autres termes la condition (B.22) est généralement vérifiée et le courant total est donc augmenté par la diffusion radiale. L'explication physique est que, pour un dépôt de puissance donné, le profil de courant est élargi par la diffusion radiale, mais de manière asymétrique [85]. Au total, les électrons rapides sont majoritairement transportés vers le bord du plasma, où la densité électronique est basse. Ils sont donc dans une zone moins collisionnelle et, à énergie donnée, portent plus de courant.

Bibliographie

[1] J. Wesson, *Tokamaks* (Clarendon Press, Oxford, 1997).

[2] F. Chen, *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion : Plasma Physics* (Plenum Press, New York, 1984).

[3] Commissariat à l'Énergie Atomique, *La Fusion nucléaire* (Masson, Paris, 1987).

[4] J. Adam, *La fusion nucléaire* (Editions Pour la Science, Paris, 1993).

[5] C. Blanc, *Physique nucléaire, particules* (Masson, Paris, 1995).

[6] C. Gormezano *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 5544 (1998).

[7] Equipe Tore Supra, in *Proceedings of the 12th International Conference on Plasma Physics and Control. Nuclear Fusion Research* (International Atomic Energy Agency, Nice, France, 1988), Vol. 1, p. 9.

[8] T.S. Taylor, *Plasma Phys. Contr. Fusion* **39**, B47 (1997).

[9] G. Vlad *et al.*, *Nucl. Fusion* **38**, 557 (1998).

[10] N.J. Fisch, *Rev. Mod. Physics* **59**, 175 (1987).

[11] M. Brambilla, *Kinetic Theory of Plasma Waves* (Clarendon Press, Oxford, 1998).

[12] R.I. Pinsker, *Phys. Plasmas* **8**, 1219 (2001).

[13] C.E. Kessel, *Nucl. Fusion* **34**, 1221 (1994).

[14] C. Darbos *et al.*, in *Proceedings of the 21st Symposium On Fusion Technology* (Madrid, Spain, 2000).

[15] V. Erckmann and U. Gasparino, *Plasma Phys. Control. Fusion* **36**, 1869 (1994).

[16] T. Ohkawa, *Nucl. Fusion* **10**, 185 (1970).

[17] D.J.M. Wort, *Plasma Phys.* **10**, 258 (1971).

[18] N.J. Fisch, *Phys. Rev. Lett.* **41**, 873 (1978).

[19] R.H. Cohen, *Phys. Fluids* **30**, 2443 (1987).

[20] B.A. Trubnikov, in *Reviews of Plasma Physics*, ed. by M.A. Leontovitch (Consultant Bureau, New York, 1965), Vol. 1, p. 105.

[21] L. Landau, *Phys. Z. Sowjetunion* **10**, 154 (1936).

[22] J.B. Braams and C.F.F. Karney, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 1817 (1987).

[23] H. Risken, *The Fokker-Planck Equation* (Springer-Verlag, Berlin, 1988).

[24] C.F. Kennel and F. Engelmann, *Phys. Fluids* **9**, 2377 (1966).

[25] I. Lerche, *Phys. Fluids* **11**, 1720 (1968).

[26] J.C. Adam, G. Laval, and D. Pesme, *Ann. Phys. Fr.* **6**, 319 (1981).

[27] A.N. Kaufman, *Phys. Fluids* **15**, 1063 (1972).

[28] V. Krivenski *et al.*, *Phys. Fluids* **30**, 1987 (1987).

[29] L. Spitzer and R. Härm, *Phys. Rev.* **89**, 977 (1953).

[30] N.J. Fisch and C.F.F. Karney, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 897 (1985).

[31] N.J. Fisch and A.H. Boozer, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 720 (1980).

[32] T.M. Antonsen and K.R. Chu, *Phys. Fluids* **25**, 1295 (1982).

[33] M. Bornatici, O. Cano, O. De Barbieri, and F. Engelmann, *Nucl. Fusion* **23**, 1153 (1983).

[34] T.H. Stix, *The Theory of Plasma Waves* (Mc-Graw-Hill, New York, 1962).

[35] D.C. McDonald, R.A. Cairns, C.N. Lashmore-Davies, and G. Le Clair, *Phys. Plasmas* **5**, 883 (1998).

[36] D.G. Swanson, *Plasma Waves* (Academic Press, San Diego, 1989).

[37] I. Fidone, G. Granata, G. Ramponi, and R.L. Meyer, *Phys. Fluids* **21**, 645 (1978).

[38] G. Granata and I. Fidone, *J. Plasma Phys.* **45**, 361 (1991).

[39] G. Giruzzi, Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, 1985.

[40] I. Fidone, G. Granata, and R.L. Meyer, *Phys. Fluids* **25**, 2249 (1982).

[41] I. Fidone and G. Giruzzi, *Nucl. Fusion* **30**, 803 (1990).

[42] S. Weinberg, *Phys. Rev.* **126**, 1899 (1962).

[43] I.B. Bernstein, *Phys. Fluids* **18**, 320 (1975).

[44] V.L. Ginzburg, *Propagation of electromagnetic waves in plasma* (Gordon and Breach, New-York, 1961).

[45] E. Lazzaro, G. Ramponi, and G. Giruzzi, *Phys. Fluids* **25**, 1220 (1982).

[46] K. Imre and H. Weitzner, *Phys. Fluids* **28**, 133 (1985).

[47] E. Mazzucato, *Phys. Fluids B* **1**, 1855 (1989).

[48] S. Nowak and A. Orefice, *Phys. Fluids B* **5**, 1945 (1993).

[49] R. Dumont, G. Giruzzi, and E. Barbato, *Phys. Plasmas* **7**, 4972 (2000).

[50] G. Gantenbein *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1242 (2000).

[51] M.R. O'Brien, M. Cox, and D.F.H. Start, *Nucl. Fusion* **86**, 1625 (1986).

[52] V. Krivenski, Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, 1988.

[53] G. Giruzzi, *Phys. Fluids* **31**, 3305 (1988).

[54] G. Giruzzi, *Nucl. Fusion* **27**, 1933 (1987).

[55] N.J. Fisch, *Phys. Rev. A* **24**, 3245 (1981).

[56] R.L. Meyer, I. Fidone, G. Giruzzi, and G. Granata, *Phys. Fluids* **28**, 127 (1985).

[57] I. Fidone *et al.*, *Nucl. Fusion* **27**, 579 (1987).

[58] F.M.A. Smits, in *Proceedings on the 7th joint workshop on ECE and ECRH* (Hefei, China, 1989), p. 389.

[59] F.M.A. Smits, in *Proceedings on the 8th joint workshop on ECE and ECRH* (Gut Ising, Germany, 1992), Vol. 2, p. 549.

[60] I. Fidone and G. Granata, *Nucl. Fusion* **11**, 133 (1971).

[61] K.G. Budden, *Radio Waves in the Ionosphere* (Cambridge Press, Cambridge, 1961).

[62] I. Fidone and G. Granata, *Plasma Phys.* **21**, 315 (1979).

[63] D.A. Boyd, in *Proceedings of the 5th joint workshop on ECE and ECRH* (General Atomics, San Diego, 1985), p. 77.

[64] F. De Marco and S.E. Segre, *Plasma Phys.* **14**, 245 (1972).

[65] D.A. Craig, *Plasma Phys.* **18**, 777 (1976).

[66] S.E. Segre, *Plasma Phys.* **32**, 1249 (1990).

[67] S.E. Segre, *Plasma Phys. Control. Fusion* **42**, L9 (2000).

[68] X.L. Zou *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1090 (1995).

[69] F. Orsitto and G. Giruzzi, *Nucl. Fusion* **37**, 915 (1997).

[70] R. Dumont and G. Giruzzi, *Phys. Plasmas* **6**, 660 (1999).

[71] R. Dumont and G. Giruzzi, in *Proceedings of the 13th topical conf. on RF power in plasmas* (Anapolis, USA, 1999), p. 369.

[72] B. Rossi, *Ottica* (Masson Italia Editori, Milano, 1977).

[73] S.E. Segre, *Plasma Phys.* **20**, 295 (1978).

[74] K. Nagasaki *et al.*, *Phys. Plasmas* **6**, 556 (1999).

[75] N.J. Lopes Cardozo *et al.*, *Plasma Phys. Control. Fusion* **39**, B303 (1997).

[76] P. Buratti *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 560 (1999).

[77] A. Iiyoshi *et al.*, *Fusion Technol.* **17**, 148 (1990).

[78] U. Bellotti and M. Bornatici, *Phys. Plasmas* **4**, 3070 (1997).

[79] N.J. Fisch, *Phys. Fluids* **28**, 245 (1985).

[80] Z.G. An, C.S. Liu, Y.C. Lee, and D.A. Boyd, *Phys. Fluids* **25**, 997 (1982).

[81] V.S. Chan and F.W. McClain, *Phys. Fluids* **26**, 1542 (1983).

[82] G. Giruzzi, I. Fidone, and X. Garbet, *Nucl. Fusion* **32**, 1011 (1992).

[83] V. Bergeaud, L.G. Erikson, and D.F.H. Start, *Nucl. Fusion* **40**, 35 (2000).

[84] G. Giruzzi, in *Proceedings of the interdisciplinary workshop on Statistical Description of Transport in Plasma, Astro- and Nuclear Physics* (Les Houches, France, 1993).

[85] G. Giruzzi, *Plasma Phys. Control. Fusion* **35**, A123 (1993).

[86] Y. Peysson and M. Shoucri, *Comp. Phys. Comm.* **109**, 55 (1998).

[87] J. Killeen, G.D. Kerbel, M.G. McCoy, and A.A. Mirin, *Computational methods for kinetic models of magnetically confined plasmas* (Springer-Verlag, Berlin, 1986).

[88] E. Westerhof, in *Proceeding on the 9th joint workshop on ECE and ECRH* (Borrego Springs, CA, United State, 1995), p. 3.

[89] J.E. Rice, K. Molvig, and H.I. Helava, *Phys. Rev. A* **25**, 1645 (1982).

[90] R.W. Harvey, S.C. Chiu, J.Y. Hsu, and A.A. Mirin, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 102 (1981).

[91] R.L. Meyer, G. Giruzzi, and V. Krivenski, *Comp. Phys. Comm.* **40**, 153 (1986).

[92] J. Killeen and K.D. Marx, in *Methods in Computational Physics* (Academic Press, New York, 1970), Vol. 9, p. 421.

[93] R. White, *Theory of tokamak plasmas* (North-Holland Physics, Amsterdam, 1989).

[94] P.T. Bonoli and R.C. Englade, *Phys. Fluids* **29**, 2937 (1986).

[95] B.B. Kadomtsev, *Nucl. Fusion* **31**, 1301 (1991).

[96] F. Castejón, C. Alejaldre, and J.A. Coarasa, *Phys. Fluids B* **4**, 3689 (1992).

[97] N.J. Lopes Cardozo *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 256 (1994).

[98] M.R. de Baar *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4573 (1997).

[99] F. Leuterer *et al.*, in *Proceedings of the 26th EPS Conf. on Contr. Fusion and Plasma Physics* (Maastricht, The Netherlands, 1999), p. 1821.

[100] E. Westerhof, *Nucl. Fusion* **30**, 1143 (1990).

[101] C.C. Hegna and J.D. Callen, *Phys. Plasmas* **4**, 2940 (1997).

[102] G. Giruzzi *et al.*, *Nucl. Fusion* **39**, 107 (1999).

[103] D.A. Kislov *et al.*, *Nucl. Fusion* **37**, 339 (1997).

[104] H. Zohm *et al.*, *Nucl. Fusion* **39**, 577 (1999).

[105] E. Lazzaro *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 6038 (2000).

[106] O. Sauter *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3322 (2000).

[107] O. Sauter *et al.*, *Fusion Eng. and Design* **53**, 289 (2001).

[108] G. Giruzzi *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 550 (1995).

[109] C.F.F. Karney and N.J. Fisch, *Phys. Fluids* **22**, 1817 (1979).

[110] V. Krapchev, D.W. Hewett, and A. Bers, *Phys. Fluids* **28**, 522 (1985).

[111] X. Litaudon *et al.*, *Plasma Phys. Control. Fusion* **38**, 1603 (1996).

[112] V. Pericoli-Ridolfini *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 93 (1999).

[113] H. Zushi *et al.*, *Nucl. Fusion* **40**, 1183 (2000).

[114] T.J.J. Tala *et al.*, *Nucl. Fusion.* **40**, 1635 (2000).

[115] D. Moreau and the Tore Supra Team, *Phys. Fluids B* **4**, 2165 (1992).

[116] Y. Peysson and the Tore Supra Team, *Plasma Phys. Control. Fusion* **42**, B87 (2000).

[117] Equipe Tore Supra, presented by X. Litaudon, *Plasma Phys. Control. Fusion* **38**, A251 (1996).

[118] E. Barbato, *Plasma Phys. Control. Fusion* **40**, A63 (1998).

[119] A. Cardinali and F. Romanelli, *Phys. Fluids* **29**, 810 (1986).

[120] V. Fuchs *et al.*, *Phys. Fluids* **28**, 3619 (1985).

[121] P.T. Bonoli and E. Ott, *Phys. Rev. Lett.* **46**, 424 (1981).

[122] P.T. Bonoli and E. Ott, *Phys. Fluids* **25**, 359 (1982).

[123] J.P. Bizarro *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1308 (1995).

[124] S. Bernabei *et al.*, *Phys. Plasmas* **4**, 125 (1997).

[125] J.P. Bizarro and D. Moreau, *Phys. Fluids B* **5**, 1227 (1993).

[126] K. Kupfer, D. Moreau, and X. Litaudon, *Phys. Fluids B* **5**, 4391 (1993).

[127] K. Kupfer and D. Moreau, *Nucl. Fusion* **32**, 1845 (1992).

[128] M. Brambilla, *Nucl. Fusion* **16**, 47 (1976).

[129] D. Moreau, J.M. Rax, and A. Samain, *Plasma Phys. Control. Fusion* **31**, 1989 (1989).

[130] X. Litaudon and D. Moreau, *Nucl. Fusion* **30**, 471 (1990).

[131] P.T. Bonoli and E. Ott, *Phys. Fluids* **29**, 359 (1982).

[132] P.L. Andrews and F.W. Perkins, *Phys. Fluids* **26**, 2537 (1983).

[133] G.V. Pereverzev, *Nucl. Fusion* **32**, 1091 (1992).

[134] E. Barbato and F. Romanelli, *Phys. Fluids B* **2**, 2687 (1990).

[135] F. Imbeaux, Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay, 1999.

[136] F. Paoletti *et al.*, *Nucl. Fusion* **34**, 771 (1994).

[137] A.R. Esterkin and A.D. Piliya, *Plasma Phys. Control. Fusion* **34**, 1957 (1992).

[138] V. Fuchs *et al.*, *Nucl. Fusion* **35**, 1 (1995).

[139] Y. Peysson, *Plasma Phys. Control. Fusion* **35**, B253 (1993).

[140] Y. Peysson and F. Imbeaux, *Rev. Sci. Instrum.* **70**, 3987 (1999).

[141] A.B. Rechester and M.N. Rosenbluth, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 38 (1978).

[142] A.V. Gurevich, K.P. Zybin, and Y.N. Istomin, *Nucl. Fusion* **27**, 453 (1987).

[143] L. Colas *et al.*, *Nucl. Fusion* **38**, 903 (1998).

[144] V. Pericoli-Ridolfini *et al.*, in *18th IAEA Fusion Energy Conference, paper IAEA-CN-77/PDP/7* (Sorrento, Italy, 2000).

[145] D. Farina, M. Lontano, and R. Pozzoli, *Plasma Phys. Control. Fusion* **30**, 879 (1988).

[146] D. Farina and R. Pozzoli, *Phys. Fluids B* **1**, 815 (1989).

[147] V. Krivenski *et al.*, *Nucl. Fusion* **25**, 127 (1985).

[148] I. Fidone, G. Giruzzi, G. Granata, and R.L. Meyer, *Phys. Fluids* **27**, 2468 (1984).

[149] Y. Yamamoto *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2220 (1987).

[150] T. Maekawa *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2561 (1993).

[151] J.G. Cordey, T. Edington, and D.F. Start, *Plasma Phys. Control. Fusion* **24**, 73 (1982).

[152] K. Yoshyioka, T. Okazaki, F. Leuterer, and N. Fujisawa, *Phys. Fluids* **31**, 1224 (1988).

[153] Ph. Dennery and A. Krzywicki, *Mathematics for Physicists* (Dover Publications, inc., New York, 1996).

[154] J.M. Rax and D. Moreau, *Nucl. Fusion* **29**, 1751 (1989).

[155] *Handbook of mathematical function*, edited by M. Abramovitz and I.A. Stegun (Dover, New-York, 1972).

[156] A.A. Vedenov, in *Reviews of Plasma Physics*, ed. by M.A. Leontovitch (Consultant Bureau, New York, 1967), Vol. 3, p. 229.

[157] X.L. Zou *et al.*, in *Proceedings of the 27th EPS Conf. on Contr. Fusion and Plasma Physics, Paper P2048* (Budapest, Hungary, 2000).

[158] S. Ide, T. Fujita, O. Naito, and M. Seki, *Plasma Phys. Control. Fusion* **38**, 1645 (1996).

[159] The Jet Team, presented by F.X. Söldner, *Plasma Phys. Control. Fusion* **39**, B353 (1997).

[160] E. Barbato, F. Crisanti, A.A. Tuccillo, FTU Team, ECRH Team, in *Controlled Fusion and Plasma Physics, vol.* **21A** *III* (Geneva, Switzerland, 1997), p. 1161.

[161] A. Ekedahl *et al.*, *Nucl. Fusion* **38**, 1397 (1998).

[162] X. Litaudon, *Plasma Phys. Control. Fusion* **40**, A251 (1998).

[163] Yu.F. Baranov *et al.*, *Nucl. Fusion* **39**, 1463 (1999).

[164] F. Kazarian-Vibert, Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille I, 1996.

[165] G. Giruzzi, I. Fidone, and R.L. Meyer, *Nucl. Fusion* **29**, 1381 (1989).

[166] S.P. Hirschman and D.J. Sigmar, *Nucl. Fusion* **21**, 1079 (1981).

[167] I. Voitsekhovitch *et al.*, *Nucl. Fusion* **37**, 1715 (1997).

[168] G.T. Hoang *et al.*, *Nucl. Fusion* **38**, 117 (1998).

[169] C.F.F. Karney, N.J. Fisch, and F.C. Jobes, *Phys. Rev* **A32**, 2554 (1985).

[170] M. Erba *et al.*, *Plasma Phys Control. Fusion* **37**, 261 (1997).

[171] M. Erba *et al.*, *Nucl. Fusionn* **38**, 1013 (1998).

[172] X. Litaudon *et al.*, *Plasma Phys. Control. Fusion* **41**, A733 (1999).

[173] I. Voitsekhovitch *et al.*, *Phys. Plasmas* **6**, 4229 (1999).

[174] G.V. Pereverzev *et al.*, *Nucl. Fusion* **32**, 1023 (1992).

[175] G. Giruzzi *et al.*, *Plasma Phys. Control. Fusion* **31**, 3305 (1996).

[176] F. Romanelli and F. Zonca, *Phys. Fluids B* **5**, 4081 (1993).

[177] T. Fujita *et al.*, *Nucl. Fusion* **39**, 1628 (1999).

[178] G.T. Hoang *et al.*, *Nucl. Fusion* **34**, 75 (1994).

[179] A. Ando *et al.*, *Nucl. Fusion* **26**, 107 (1986).

[180] R. Andreani *et al.*, in *Proceedings of the 16th Symposium on Fusion Technology* (Amsterdam, The Netherlands, 1990), Vol. 1, p. 218.

[181] F. Orsitto *et al.*, *Rev. Sci. Intrum.* **66**, 2 (1995).

[182] P. Buratti and M. Zerbini, *Rev. Sci. Instrum.* **66**, 4208 (1995).

[183] S. von Goeler, W. Stodiek, and N. Sauthoff, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1201 (1974).

[184] F. Orsitto *et al.*, in *Proceedings of the 26th EPS Conf. on Contr. Fusion and Plasma Physics* (Maastricht, The Netherlands, 1999), p. 1125.

[185] J.P. Freidberg, *Ideal Magnetohydrodynamics* (Plenum Press, New York, 1987).

[186] Y. Peysson, in *Proceedings of the 13th topical conf. on RF power in plasmas* (Anapolis, USA, 1999), p. 183.

[187] Ph. Bibet *et al.*, *Fusion engin. and design* **51**, 741 (2000).

[188] G.L. Jahns *et al.*, *Nucl. Fusion* **26**, 226 (1986).

[189] M. Cox *et al.*, *Nucl. Fusion* **33**, 1657 (1993).

[190] U. Gasparino *et al.*, *Plasma Phys. Control. Fusion* **40**, 233 (1998).

[191] T. Dudok de Wit, A.-L. Pecquet, J.-C. Vallet, and R. Lima, *Phys. Plasmas* **1**, 3288 (1994).

[192] T. Dudok de Wit, M. Erba, M. Mattioli, and J.-L. Ségui, *Phys. Plasmas* **5**, 1360 (1998).

[193] Z.A. Pietrzyk *et al.*, *Nucl. Fusion* **39**, 587 (1999).

[194] G. Giruzzi *et al.*, in *18th IAEA Fusion Energy Conference, paper IAEA-CN-77/EXP4/02* (Sorrento, Italy, 2000).

[195] N.J. Fisch, *Phys. Fluids* **29**, 1393 (1986).

[196] P.S. Liewer, *Nucl. Fusion* **25**, 543 (1985).

Index

Accessibilité
- onde cyclotronique électronique, 38
- onde hybride basse, 106, 109

Adjoint
- méthode, 130, 207
- opérateur, 130, 208

Approximation
- collisions à haute vitesse, 21, 92, 131
- plasma froid, 26, 97, 104
- rayons de Larmor finis, 33, 58
- slab, 57, 152
- WKB, 38, 101

Champ électrique
- ambipolaire, 115
- fluctuant, 114, 152
- statique, 16, 18, 93, 153

Champ magnétique
- de confinement, 7, 36, 62, 164
- fluctuant, 114, 152, 210

Chauffage
- ohmique, 9
- par ondes, 14, 45

Cinétique
- équation, voir Fokker-Planck, équation
- code, voir Fokker-Planck, code

Cisaillement
- de rotation, 8, 151, 154
- de vitesse, voir de rotation
- inversé, 9, 161
- magnétique, 8, 64, 70, 187

Collisions
- opérateur, 16, 21, 92, 129, 131

Confinement
- amélioré, 9, 148, 154, 187
- de l'énergie, 6
- magnétique, 6

Coupure, voir Accessibilité, onde cyclotronique électronique

Courant
- bootstrap, 11, 153, 156, 168, 171
- inductif, 9, 156
- non inductif, 10
- ohmique, voir inductif

Critère de Lawson, 6

Diagnostic
- diffusion dépolarisante, 56, 159
- diffusion Thomson, 56, 175
- ECE, 55, 99, 113, 179, 184, 189
- HXR, 113, 173, 189, 194

Diagramme CMA, voir Accessibilité

Diffusion radiale, 112, 159, 177, 207
- électrostatique, 114
- atténuation, 115
- coefficient, 114, 177, 207
- magnétique, 114, 207

ECRH, ECCD, voir Onde cyclotronique électronique

Effets
- croisés LH-EC, voir Synergie LH-EC
- relativistes, 33, 34, 52
- toroïdaux, voir Electrons, piégés

Electrons
- piégés, 10, 16, 46, 51
- rapides, voir suprathermiques
- runaways, 36, 85, 93, 116
- suprathermiques, 14, 16, 123, 164

Equation
- adjointe, 131, 133, 208
- de Fokker-Planck, 16, 89, 123, 152, 203, 207
- des modes couplés, 59
- gyro-cinétique, 88

Equations de Langevin, 22, 50, 126
Extraordinaire (mode), voir Polarisation, modes

Facteur de sécurité, 8
Fokker-Planck
  équation, 16, 18, 89, 123, 152, 203, 207
  code, 19, 90, 124, 203
Fonction
  de distribution, 14, 49, 129, 140, 165
  de Fisch-Boozer, 25, 50, 132, 209
  de réponse, 25, 134, 208
Fusion
  plasma, 6
  réaction, 5

Génération de courant, 14, 15, 45
  effets relativistes, 52
  efficacité, 15, 25, 50

Injection de neutres, 10, 157

Méthode de l'adjoint, voir Adjoint, méthode
Modèle Bohm-gyroBohm, 150, 154, 187

Onde cyclotronique électronique, 10, 12, 13, 45, 94
  absorption, 30, 40, 56, 98, 184, 191
  chauffage, 12, 42
  coefficient de diffusion, 45, 96, 136
  efficacité, 50, 124
  génération de courant, 42, 44, 50
  polarisation, 29, 55
  propagation, 12, 26, 39, 56
Onde cyclotronique ionique, 10
Onde hybride basse, 10, 100
  absorption, 103
  accessibilité, 106, 109
  coefficient de diffusion, 106, 133, 137
  diffusion d'onde, 101
  domaine de propagation, 104, 137, 149, 171
  efficacité, 51, 106, 110
Ordinaire (mode), voir Polarisation, modes

Plasma de fusion, 6

Polarisation
  ellipse, 63, 68, 79
  matrice de couplage, 60, 66, 71
  modes, 29, 38, 55, 59, 69
  stellarator, 70

Quasilinéaire
  échelle, 17, 87, 129
  diffusion, 18, 19, 46, 87
  flux, 19, 87, 115, 128, 132
  plateau, 19, 140, 141, 167
  théorie, 17, 86
Queue suprathermique, voir Electrons, suprathermiques

Résonance, 28
  Cerenkov, 32, 102
  cyclotronique électronique, 11, 32, 33, 95, 123
  effet relativiste, 33, 34, 50
  hybride haute, 29
Relaxation électronique, 22, 23, 44, 48, 126

Synergie LH-EC, 122, 126, 136, 144, 148, 165, 194

Tenseur diélectrique
  froid, 27, 65
  relativiste, 31, 58, 72
Tokamak, 6, 7
  ASDEX-U, 95
  FTU, 95, 101, 174
  JET, 6
  JT60-U, 157
  RTP, 95
  TCV, 95
  Tore Supra, 7, 102, 113, 188
Tore Supra, voir Tokamak, Tore Supra
Tracé de rayons, 40, 101, 143
Transport
  barrière, 8, 147, 154
  des électrons suprathermique, voir Diffusion radiale
  thermique, 8, 152, 153, 187